Anexo das aulas 1-3: transparência 26

Na figura 1.10 o grafo não é bipartido.

Prova:

Suponha que o grafo seja bipartido. Então o conjunto de vértices pode ser particionado em 2 subconjuntos V_1 e V_2, tal que cada aresta seja incidente em um vértice de V_1 e outro de V_2.

Considere o vértices v_4, v_5 e v_6.

Desde que v_4 e v_5 são adjacentes então, um está em V_1 e o outro em V_2. Podemos assumir que v_4 está em V_1 e v_5 em V_2.

Desde que v_5 e v_6 são adjacentes e v_5 está em V_2 então, v_6 está em V_1.

Desde que v_4 e v_6 são adjacentes e v_4 está em V_1 então, v_6 está em V_2.

Assim, v_6 está em V_1 e V_2, o que é uma contradição, pois V_1 e V_2 são disjuntos. Portanto o grafo da figura 1.10 não é bipartido.

Anexo das aulas 1-3: transparência 34

Exemplo: Um dominó é um retângulo dividido em 2 quadrados. Cada quadrado é enumerado de 0 a 6, sendo que os 2 quadrados em um único dominó podem ter o mesmo número.

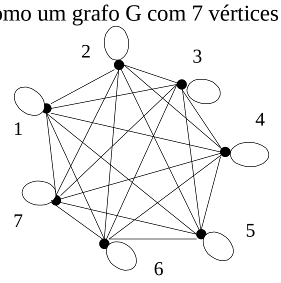
Pergunta: Os dominós podem ser arranjados em um círculo tal que os dominós que se tocam tenham quadrados adjacentes com números idênticos?

Anexo das aulas 1-3: transparência 34

Podemos mostrar que sim.

Vamos modelar a situação como um grafo G com 7 vértices rotulados de 0, 1, ..,6.

As arestas representam os dominós. Existe uma aresta entre cada par de vértices e um loop em cada vértice.



Anexo das aulas 1-3: transparência 34

Tem-se que G é conectado.

Os dominós podem ser arranjados em um círculo tais que os dominós que se tocam tenham quadrados adjacentes com números idênticos se e somente se G contém um ciclo de Euler.

O grau de cada vértice é 8 (um loop adiciona 2 ao grau). Portanto cada vértice tem grau par.

Pelo teorema 6.2.18 G tem um ciclo de Euler. Portanto os dominós podem ser arranjados em um círculo tais que os dominós que se tocam tenham quadrados adjacentes com números idênticos