

PCS 2215
Fundamentos de Engenharia de Computação II

Aulas 13-14
Redes de Petri

Anna Helena Reali Costa
Professora Responsável

versão: 1.2 (agosto 2002)

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. II

Conteúdo

1. Introdução
2. Definições
3. Regras de disparo
4. Propriedades das Redes de Petri
5. Redes Lugar-Transição

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. II

1. RP - Introdução

- Redes de Petri são modelos formais (grafos) que permitem a modelagem de processamento concorrente em sistemas a eventos discretos.
 - RP foram originadas na tese de doutorado de C. Petri “Kommunikation mit Automaten”, Bonn, Alemanha, 1962.
 - Atualmente existe uma comunidade muito grande adepta da modelagem por RP de sistemas reais (controle).

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. II

2. RP - Definições

- Uma **Rede de Petri** $R=(P, T, I, O)$ é definida por:
 - Um conjunto finito P de lugares (“places”);
 - Um conjunto finito T de transições;
 - Uma função de entrada $I: T \rightarrow \mathcal{P}(P)$
 - Uma função de saída $O: T \rightarrow \mathcal{P}(P)$

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. II

2. RP - Definições

■ **Exemplo:** Seja $R=(P,T,I,O)$, com:

$P=\{p1,p2,p3,p4,p5\};$

$T=\{t1,t2,t3,t4\};$

$I(t1)=\{p1\}; I(t2)=\{p2\}; I(t3)=\{p3,p5\};$

$I(t4)=\{p4\};$

$O(t1)=\{p2,p4\}; O(t2)=\{p3\};$

$O(t3)=\{p1\}; O(t4)=\{p5\}$

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IF

2. RP - Definições

■ Uma RP pode ser representada por um grafo dirigido bipartido $G=(V,E)$, com $V=P \cup T$ e $P \cap T = \Phi$.

Qualquer aresta e em E é incidente em um membro de P e um membro de T .

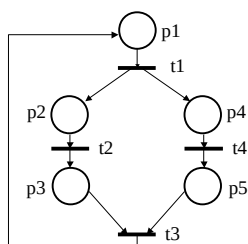
Lugares são representados por círculos.

Transições são representadas por barras (ou retângulos).

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IF

2. RP - Definições

■ **Ex:** representação gráfica da RP dada:



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IF

2. RP - Definições

■ Seja μ uma função $\mu : P \rightarrow \mathbb{N}$ que mapeia o conjunto de lugares P em números inteiros não negativos. Denomina-se **marcação** numa RP ao conjunto $M = \{\mu(p1), \mu(p2), \dots, \mu(pL)\}$, com $\mu(pi)=n \in \mathbb{N}$ e L =número de lugares.

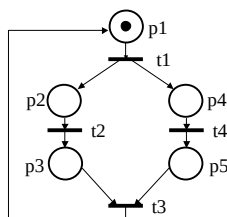
■ Uma **RP marcada** é $RM=(R, M)$, sendo que pelo menos um $\mu(pi) \neq 0$.

Representação gráfica: marcas são representadas por pontos nos lugares.

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IF

2. RP - Definições

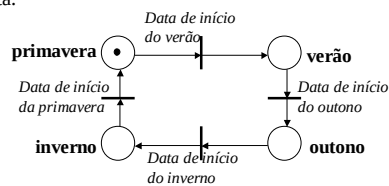
- **EX:** Na RP dada, considere $\mu(p1)=1$; $\mu(p2)=0$; $\mu(p3)=0$; $\mu(p4)=0$; $\mu(p5)=0$



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 10

2. RP - Definições

- Dá-se o nome de **Rede Condição-Evento** à rede que só permite marcação $\mu: P \rightarrow \{0,1\}$. Nesta rede as transições representam **eventos**, os lugares representam **condições** e uma marca num lugar indica que aquela condição foi satisfeita.



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 10

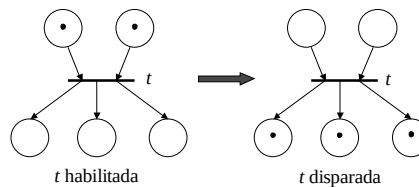
3. RP - Regras de disparo

- **Execução:** dinâmica da RP
 - **Transição habilitada:** quando todos seus lugares de entrada estiverem marcados ($\mu=1$ para todo $p \in I(t)$).
 - **Disparo de uma transição:** uma transição t de uma RP marcada dispara sempre que estiver habilitada e ocorrer o evento a ela associado. O disparo de uma transição t resulta numa nova marcação M' da RP, retirando uma marca de cada lugar de entrada de t e colocando uma marca em cada lugar de saída de t .

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 11

3. RP - Regras de disparo

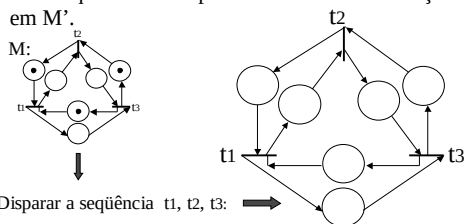
- **Exemplo:**



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 12

3. RP - Regras de disparo

- Dizemos que M' é **alcançável** a partir de M quando uma seqüência de disparos transforma a marcação M em M' .



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IB

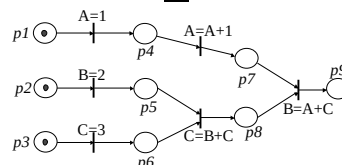
3. RP - Regras de disparo

- Considere a RP abaixo, representando um pequeno programa de computador:

programa:

$A=1;$
 $B=2;$
 $C=3;$
 $A=A+1;$
 $C=B+C;$
 $B=A+C;$

RP:



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IB

3. RP - Regras de disparo

- A marcação atual da RP (marcas em $p1$, $p2$ e $p3$) mostra que as condições para executar as instruções $A=1$, $B=2$ e $C=3$ estão satisfeitas (instruções prontas para serem executadas).
- Uma vez que as transições associadas a $A=1$, $B=2$ e $C=3$ estão habilitadas, elas podem ser disparadas em qualquer ordem ou *concorrentemente*.
- A transição associada a $C=B+C$ estará habilitada somente quando $p5$ e $p6$ estiverem marcados, o que irá ocorrer após o disparo das transições associadas a $B=2$ e $C=3$.
- Assim, *pode-se modelar não só a seqüência correta de execução, mas também a concorrência implícita no programa!!*

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IB

4. RP - Propriedades

- Existem várias propriedades das RPs. Aqui estudaremos somente as duas mais importantes: RP **vivas** e RP **seguras**.
- Uma RP viva indica a inexistência de *deadlocks*.
- Uma RP segura indica a inexistência de *overflows*.

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. IB

4. RP - Propriedades

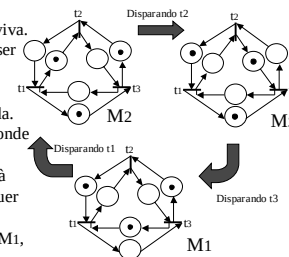
- **Definição:** Uma marcação M de uma RP é **viva** se, começando por M , independentemente da sequência de disparos já ocorrida, é possível disparar qualquer transição seguindo alguma sequência de disparos.
- Uma RP marcada está em **deadlock** se nenhuma transição puder ser disparada.

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 1F

4. RP - Propriedades

■ Ex: RP viva

A marcação M_1 desta RP é viva. A única transição que pode ser disparada em M_1 é t_1 , cujo disparo produz M_2 . Em M_2 , somente t_2 pode ser disparada. O disparo de t_2 produz M_3 , onde somente t_3 estará habilitada. O disparo de t_3 reconduzirá à marcação M_1 . Assim, qualquer sequência de disparos, começando por M_1 , produz M_1 , M_2 ou M_3 .

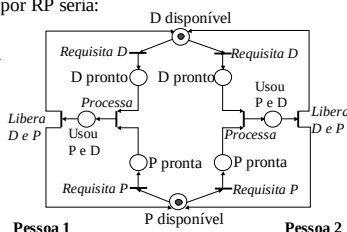


© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 1B

4. RP - Propriedades

- **Ex: RP não viva.** Considere duas pessoas compartilhando um *disk drive* D e uma impressora P de um sistema computacional. Cada pessoa precisa de ambos, D e P . Um possível modelo por RP seria:

A marcação inicial indica que D e P estão disponíveis.

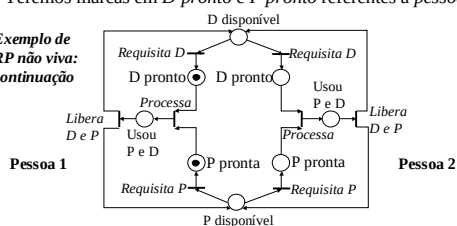


© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 1B

4. RP - Propriedades

- Considere que a *pessoa1* requisite D e, a seguir, requisite P . Teremos marcas em D pronto e P pronto referentes à *pessoa1*:

Exemplo de RP não viva: continuação



- Após terminar o processamento, a *pessoa1* libera D e P , voltando à marcação anterior.

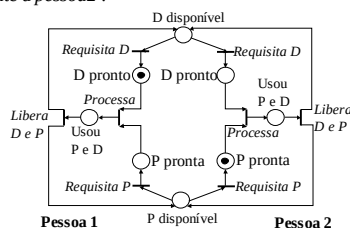
© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 1B

4. RP - Propriedades

- Considere que a *pessoa1* requisite *D* e, a seguir, a *pessoa2* requisite *P*. Teremos marcas em *D* pronto referente à *pessoa1* e *P* pronto referente à *pessoa2*:

Esta RP não é viva, pois está em: deadlock!!

Nenhuma transição pode ser disparada!



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 21

4. RP - Propriedades

- **Definição:** Uma marcação *M* de uma RP condição-evento é **segura** se, para qualquer sequência de disparos, nenhum lugar receber mais do que uma marca.

– Se cada lugar numa RP representar um registrador capaz de armazenar um byte, modelando a memória de um computador, e se a marcação *M* inicial da RP for segura, podemos garantir que a memória do computador jamais será excedida.

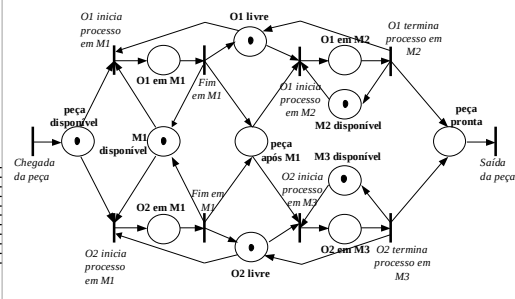
© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 22

4. RP - Propriedades

- **Exercício:** Num processo produtivo existem 3 máquinas M1, M2 e M3 e dois operadores O1 e O2. O operador O1 pode trabalhar nas máquinas M1 e M2, enquanto que o operador O2, em M1 e M3. Quando chega uma peça, o operador que estiver livre deve operá-la na máquina M1. A seguir, a peça deve ser processada por M2 ou, opcionalmente, por M3, até que fique completa e saia do processo. Represente este processo por rede condição-evento.

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 23

4. RP - Propriedades



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 24

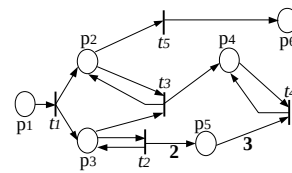
5. Redes Lugar-Transição

- Na rede **Lugar-Transição** (*Place-transition net*) os lugares podem ter **mais de uma marca** e os **arcos são ponderados**, indicando quantas marcas serão retiradas e/ou inseridas com o disparo da transição à qual o arco é incidente.
 - Representação gráfica: vários arcos paralelos ou um rótulo numérico no arco, indicando peso $\Rightarrow$ multigrafo (grafo não simples) dirigido bipartido

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 26

5. Redes Lugar-Transição

EX: Seja a rede lugar-transição $R=(P,T,I,O)$ com:
 $P=\{p1,p2,p3,p4,p5,p6\}$; $T=\{t1,t2,t3,t4,t5\}$; $I(t1)=\{p1\}$;
 $I(t2)=\{p3\}$; $I(t3)=\{p2,p3\}$; $I(t4)=\{p4,p5,p5\}$; $I(t5)=\{p2\}$;
 $O(t1)=\{p2,p3\}$; $O(t2)=\{p3,p5,p5\}$; $O(t3)=\{p2,p4\}$;
 $O(t4)=\{p4\}$; $O(t5)=\{p6\}$



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 26

5. Redes Lugar-Transição

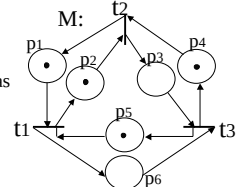
- Disparo:
 - Transição não habilitada: Diagram showing a transition t with three incoming arcs from places each containing 2 marks. The transition is not enabled.
 - Transição habilitada: Diagram showing a transition t with three incoming arcs from places each containing 3 marks. The transition is enabled.
 - Antes do disparo: Diagram showing a transition t with three incoming arcs from places each containing 3 marks.
 - Depois do disparo: Diagram showing the state after the transition t has fired. The transition is now disabled, and the places now contain 2 marks each.

© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 26

5. Redes Lugar-Transição

- Definição:** Uma marcação M de uma RP lugar-transição é **limitada** se existir algum inteiro positivo n tal que, para qualquer seqüência de disparos, nenhum lugar receba mais do que n marcas.

Veja que esta marcação M **não é segura** (disparo de $t1$ acumula 2 marcas num lugar). Listando todas as marcações alcançáveis a partir de M , pode-se verificar que M é **limitada** e a rede é **viva**.



© Gomi, Reali, Sato e Sichman 25 August 2002 Aulas 13-14 PCS 2215 - Fund. Eng. Comp. 26

Bibliografia

- [1] Johnsonbaugh, R. Discrete Mathematics. Prentice Hall International, London, UK, 4th. Ed. 1997. Cap. 8.
- [2] Reisig, Wolfgang. A Primer in Petri Net Design. Springer Verlag, 1985.