PCS 2215

Fundamentos de Engenharia de Computação II

Aulas 13-14

Redes de Petri

Anna Helena Reali Costa

Professora Responsável

versão: 1.2 (agosto 2002)

Conteúdo

1. Introdução
2. Definições
3. Regras de disparo
4. Propriedades das Redes de Petri
5. Redes Lugar-Transição

1. RP - Introdução

- Redes de Petri são modelos formais (grafos) que permitem a modelagem de processamento concorrente em sistemas a eventos discretos.
  - RP foram originadas na tese de doutorado de C. Petri "Kommunikation mit Automaten", Bonn, Alemanha, 1962.
  - Atualmente existe uma comunidade muito grande adepta da modelagem por RP de sistemas reais (controle).

2. RP - Definições

- Uma **Rede de Petri** *R=(P, T, I, O)* é definida por:
  - Um conjunto finito *P* de lugares ("places");
  - Um conjunto finito *T* de transições;
  - Uma função de entrada $I: T \rightarrow \mathbf{P}(P)$
  - Uma função de saída $O: T \rightarrow \mathbf{P}(P)$

2. RP - Definições

- ***Exemplo**:* Seja R=(P,T,I,O), com:

  P={p1,p2,p3,p4,p5};
  T={t1,t2,t3,t4};

  I(t1)={p1}; I(t2)={p2}; I(t3)={p3,p5};
  I(t4)={p4};

  O(t1)={p2,p4}; O(t2)={p3};
  O(t3)={p1}; O(t4)={p5}

2. RP - Definições

- Uma RP pode ser representada por um grafo dirigido bipartido G=(V,E), com V=P∪T e P∩T=Φ.

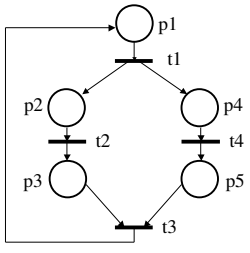
  Qualquer aresta *e* em E é incidente em um membro de P e um membro de T.

  Lugares são representados por círculos.

  Transições são representadas por barras (ou retângulos).

2. RP - Definições

- ***Ex:*** representação gráfica da RP dada:



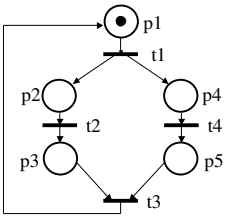
2. RP - Definições

- Seja μ uma função $\mu : P \rightarrow N$ que mapeia o conjunto de lugares P em números inteiros não negativos. Denomina-se **marcação** numa RP ao conjunto $M = \{\mu(p1), \mu(p2), ... \mu(pL)\}$, com $\mu(pi)=n \in N$ e L=número de lugares.
- Uma **RP marcada** é $R_M=(R, M)$, sendo que pelo menos um $\mu(pi) \neq 0$.

  Representação gráfica: marcas são representadas por pontos nos lugares.

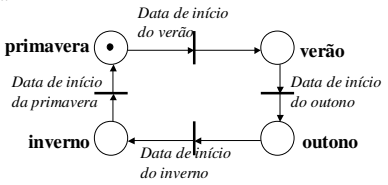
2. RP - Definições

- ***EX:*** Na RP dada, considere μ(p1)=1; μ(p2)=0; μ(p3)=0; μ(p4)=0; μ(p5)=0



2. RP - Definições

- Dá-se o nome de **Rede Condição-Evento** à rede que só permite marcação **μ: P → {0,1}**. Nesta rede as transições representam ***eventos,*** os lugares representam ***condições*** e uma marca num lugar indica que aquela condição foi satisfeita.

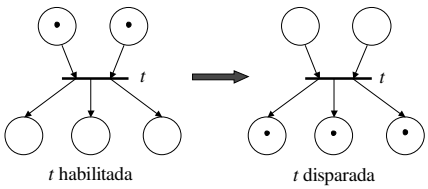


3. RP - Regras de disparo

- ***Execução***: dinâmica da RP
  - **Transição habilitada:**quando todos seus lugares de entrada estiverem marcados (μ=1 para todo p∈I(t)).
  - **Disparo de uma transição:** uma transição ***t*** de uma RP marcada dispara sempre que estiver *habilitada* e *ocorrer o evento* a ela associado. O disparo de uma transição ***t*** resulta numa nova marcação ***M'*** da RP, retirando uma marca de cada lugar de entrada de ***t*** e colocando uma marca em cada lugar de saída de ***t***.

3. RP - Regras de disparo

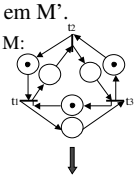
- ***Exemplo:***

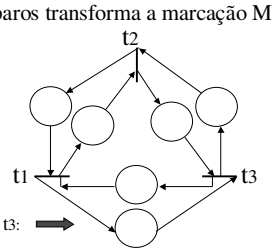


3. RP - Regras de disparo

- Dizemos que M' é ***alcançável*** a partir de M quando uma seqüência de disparos transforma a marcação M em M'.

M:





Disparar a seqüência t1, t2, t3:

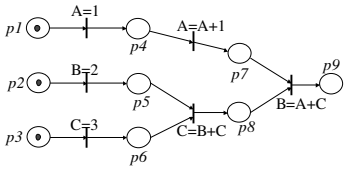
3. RP - Regras de disparo

- Considere a RP abaixo, representando um pequeno programa de computador:

programa:

A=1;
B=2;
C=3;
A=A+1;
C=B+C;
B=A+C;

RP:



3. RP - Regras de disparo

- A marcação atual da RP (marcas em *p1, p2* e *p3*) mostra que as condições para executar as instruções A=1, B=2 e C=3 estão satisfeitas (instruções prontas para serem executadas).
- Uma vez que as transições associadas a A=1, B=2 e C=3 estão habilitadas, elas podem ser disparadas em qualquer ordem ou *concorrentemente.*
- A transição associada a C=B+C estará habilitada somente quando *p5* e *p6* estiverem marcados, o que irá ocorrer após o disparo das transições associadas a B=2 e C=3.
- ***Assim, pode-se modelar não só a seqüência correta de execução, mas também a concorrência implicita no programa!!***

4. RP - Propriedades

- Existem várias propriedades das RPs. Aqui estudaremos somente as duas mais importantes: RP ***vivas*** e RP ***seguras***.
- Uma RP viva indica a inexistência de *deadlocks.*
- Uma RP segura indica a inexistência de *overflows.*

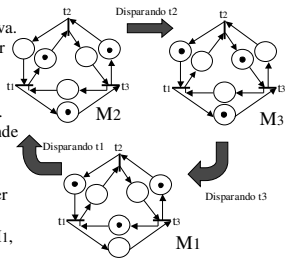
4. RP - Propriedades

- ***Definição***: Uma marcação M de uma RP é ***viva*** se, começando por M, independentemente da seqüência de disparos já ocorrida, é possível disparar qualquer transição seguindo alguma seqüência de disparos.
- Uma RP marcada está em *deadlock* se nenhuma transição puder ser disparada.

4. RP - Propriedades

- ***Ex: RP viva***

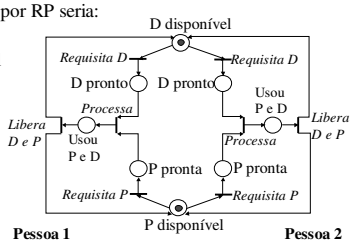
A marcação M1 desta RP é viva. A única transição que pode ser disparada em M1 é t1, cujo disparo produz M2. Em M2, somente t2 pode ser disparada. O disparo de t2 produz M3, onde somente t3 estará habilitada. O disparo de t3 reconduzirá à marcação M1. Assim, qualquer seqüência de disparos, começando por M1, produz M1, M2 ou M3.



4. RP - Propriedades

- ***Ex: RP não viva.*** Considere duas pessoas compartilhando um *disk drive* ***D*** e uma impressora ***P*** de um sistema computacional. Cada pessoa precisa de ambos, ***D*** e ***P***. Um possível modelo por RP seria:

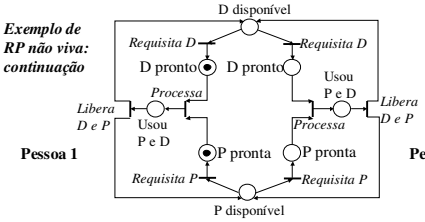
A marcação inicial indica que ***D*** e ***P*** estão disponíveis.



4. RP - Propriedades

- Considere que a *pessoa1* requisite *D* e, a seguir, requisite *P*. Teremos marcas em *D pronto* e *P pronto* referentes à *pessoa1*:

Exemplo de RP não viva: continuação



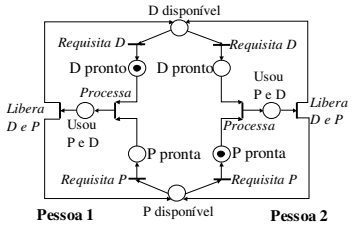
- Após terminar o processamento, a *pessoa1* libera *D* e *P*, voltando à marcação anterior.

4. RP - Propriedades

- Considere que a *pessoa1* requisite *D* e, a seguir, a *pessoa2* requisite *P*. Teremos marcas em *D pronto* referente à *pessoa1* e *P pronto* referente à *pessoa2* :

Esta RP não é viva, pois está em: ***deadlock!!***

Nenhuma transição pode ser disparada!



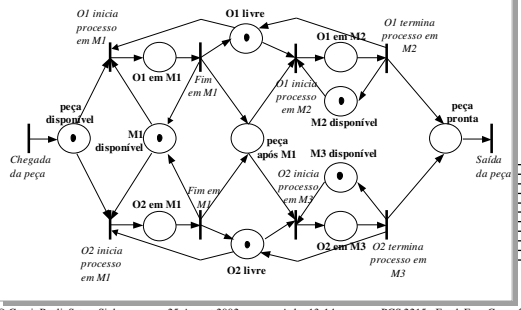
4. RP - Propriedades

- ***Definição***: Uma marcação M de uma RP condição-evento é ***segura*** se, para qualquer seqüência de disparos, nenhum lugar receber mais do que uma marca.
  - Se cada lugar numa RP representar um registrador capaz de armazenar um *byte*, modelando a memória de um computador, e se a marcação M inicial da RP for segura, podemos garantir que a memória do computador jamais será excedida.

4. RP - Propriedades

- ***Exercício***: Num processo produtivo existem 3 máquinas M1, M2 e M3 e dois operadores O1 e O2. O operador O1 pode trabalhar nas máquinas M1 e M2, enquanto que o operador O2, em M1 e M3. Quando chega uma peça, o operador que estiver livre deve operá-la na máquina M1. A seguir, a peça deve ser processada por M2 ou, opcionalmente, por M3, até que fique completa e saia do processo. Represente este processo por rede condição-evento.

4. RP - Propriedades

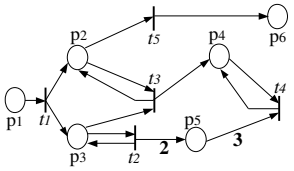


5. Redes Lugar-Transição

- Na rede ***Lugar-Transição*** (*Place-transition net*) os lugares podem ter ***mais de uma marca*** e os ***arcos são ponderados***, indicando quantas marcas serão retiradas e/ou inseridas com o disparo da transição à qual o arco é incidente.
  - Representação gráfica: vários arcos paralelos ou um rótulo numérico no arco, indicando peso ⇒ multigrafo (grafo não simples) dirigido bipartido

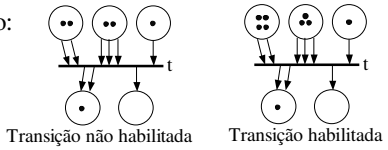
5. Redes Lugar-Transição

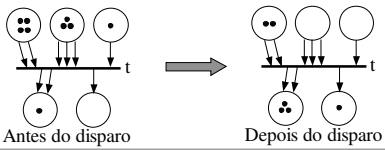
***EX**:* Seja a rede lugar-transição R=(P,T,I,O) com:
P={p1,p2,p3,p4,p5,p6}; T={t1,t2,t3,t4,t5}; I(t1)={p1}; I(t2)={p3}; I(t3)={p2,p3}; I(t4)={p4,p5,p5,p5}; I(t5)={p2}; O(t1)={p2,p3}; O(t2)={p3,p5,p5}; O(t3)={p2,p4}; O(t4)={p4}; O(t5)={p6}



5. Redes Lugar-Transição

- Disparo:

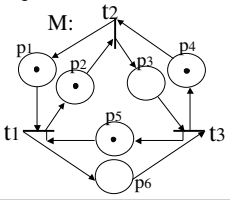




5. Redes Lugar-Transição

- ***Definição***: Uma marcação M de uma RP lugar-transição é ***limitada*** se existir algum inteiro positivo ***n*** tal que, para qualquer seqüência de disparos, nenhum lugar receba mais do que ***n*** marcas.

Veja que esta marcação M ***não é segura*** (disparo de t1 acumula 2 marcas num lugar). Listando todas as marcações alcançáveis a partir de M, pode-se verificar que M é ***limitada*** e a rede é ***viva***.



Bibliografia

[1] Johnsonbaugh, R. Discrete Mathematics. Prentice Hall International, London, UK, 4th. Ed. 1997. Cap. 8.

[2] Reisig, Wolfgang. A Primer in Petri Net Design. Springer Verlag, 1985.