

UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS APLICADAS A VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS (VANTS)

Thomas David Serafini de Oliveira

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica
thomas.oliveira@centraliens.net

Ettore Apolonio de Barros

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos
eab Barros@usp.br

Resumo. O controle e simulação de veículos não tripulados exigem uma modelagem matemática da sua dinâmica, na qual intervêm parâmetros determinados experimentalmente. Os dados experimentais apresentam imprecisões devido a incertezas dos equipamentos de medição e perturbações aleatórias do ambiente. Este trabalho busca estudar e aplicar técnicas que permitam um melhor aproveitamento das informações disponibilizadas pelos experimentos para a determinação dos parâmetros do sistema e aperfeiçoamento da modelagem dinâmica. Inicia-se pela dedução das equações do movimento e a linearização da dinâmica do veículo. Expõem-se o significado físico das derivadas de estabilidade. São analisados os modos próprios do movimento da aeronave (fugóide, de período curto, espiral, rolamento e “Dutch roll”). O problema da identificação de sistemas é abordado com a definição de uma função custo pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e pelo Método da Máxima Verossimilhança (ML). Técnicas de minimização são revistas. Apresenta-se uma breve revisão bibliográfica de manobras de entrada utilizadas. As técnicas estudadas são aplicadas a um simulador em MATLAB do veículo VANT Apoená I, da empresa XMobots Sistemas Robóticos LTDA, desenvolvido em parceria com o Laboratório de Veículos Não Tripulados do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da EPUSP. Analisam-se os fenômenos que dificultam a correta identificação das derivadas de estabilidade (erros de modelagem e ruídos de medida), acrescentando-os um a um nos experimentos. Por fim, os resultados obtidos são apresentados, comparados e discutidos.

Palavras-chave: identificação de sistemas, dinâmica do voo, veículos não tripulados, derivadas de estabilidade

1. Introdução

Na modelagem de veículos aéreos não tripulados (VANT) intervêm parâmetros determinados experimentalmente, observando-se a resposta dos veículos a comandos de entrada (manobras) conhecidos. Os dados experimentais apresentam, no entanto, imprecisões devido a incertezas dos equipamentos de medição e perturbações aleatórias no ambiente do experimento. Simplificações feitas na modelagem do sistema trazem imprecisões adicionais. A presença desses ruídos dificulta a determinação dos parâmetros do sistema.

O presente projeto busca estudar e aplicar técnicas que permitam um melhor aproveitamento das informações disponibilizadas pelos experimentos para a determinação dos parâmetros do sistema e aperfeiçoamento da modelagem dinâmica. Dentre as técnicas que serão estudadas estão: método dos mínimos quadrados, método da máxima verossimilhança e filtros de Kalman.

A aplicação desses métodos foi realizada em um simulador em MATLAB do VANT Apoená I, da empresa XMobots Sistemas Robóticos LTDA, desenvolvido em parceria com o Laboratório de Veículos Não Tripulados do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da EPUSP.

2. Descrição da posição e velocidade da aeronave

Serão utilizados dois sistemas retangular ortonormais positivos: um referencial fixo à Terra e um referencial solidário ao corpo, chamado de *referencial móvel*. O uso de um referencial solidário ao corpo permite que a descrição geométrica da aeronave nesse referencial não varie com o tempo. O referencial fixo à Terra será considerado inercial. Seu eixo $O_f z_f$ é vertical e orientado para baixo. Foi considerado que no instante $t = 0$ sua origem é coincidente com o centro de massa da aeronave e que o plano $O_f x_f z_f$ é paralelo ao plano $Ox z$ do referencial móvel.

O referencial móvel será localizado no centro de massa da aeronave e será orientado da seguinte forma: (1) o plano xz é o plano de simetria da aeronave; (2) para um voo nivelado, o eixo z é orientado verticalmente para baixo.

A velocidade v_c do centro de massa pode ser decomposta no referencial móvel em três componentes u , v e w , ao longo de x , y e z respectivamente. Da mesma forma, as forças aerodinâmicas que agem sobre o centro de massa são decompostas em X , Y e Z , as taxas rotações são designadas por *prolamento*, *q arfagem* e *r guinada* e a resultante dos momentos no centro de massa por L , M , N .

A transformação do referencial fixo para o móvel é feita através de translação e três rotações sucessivas: rotação de Ψ (guinada) em torno de z , rotação de Θ (arfagem) em torno de y e rotação de Φ (rolamento) em torno de x . Ψ , Θ e Φ

são conhecidos por ângulos de Euler. Notando $S_x = \sin x$, $C_x = \cos x$:

$$\begin{bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\Psi C_\Theta & C_\Psi S_\Theta S_\Phi - S_\Psi C_\Phi & C_\Psi S_\Theta C_\Phi + S_\Psi S_\Phi \\ S_\Psi C_\Theta & S_\Psi S_\Theta S_\Phi + C_\Psi C_\Phi & S_\Psi S_\Theta C_\Phi - C_\Psi S_\Phi \\ -S_\Theta & C_\Theta S_\Phi & C_\Theta C_\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

Integrando-se (u_f, v_f, w_f) , tem-se a posição (X_f, Y_f, Z_f) da aeronave.

Para a orientação da aeronave, procede-se de forma similar, escrevendo-se (p, q, r) em função de $(\dot{\Psi}, \dot{\Theta}, \dot{\Phi})$:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \Theta & 0 & 1 \\ \cos \Theta \sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ \cos \Theta \cos \Phi & -\sin \Phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Psi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{\Psi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} & \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta} \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2)$$

Integrando-se a eq.1, determina-se a orientação da aeronave.

3. Equações de Euler do movimento - Aproximação de primeira ordem (Etkin, 1967)

A aeronave é considerada como um corpo rígido e a *aeroelasticidade* (deformações que a aeronave sofre quando submetida a esforços aerodinâmicos) é desprezada. Da segunda lei de Newton, temos as seguintes equações em relação a um referencial inercial:

$$X - mg \sin \Theta = m(\dot{u} + qw - rv) \quad L = \dot{H}_x + qH_z - rH_y \quad (3)$$

$$Y + mg \cos \Theta \sin \Phi = m(\dot{v} + ru - pw) \quad M = \dot{H}_y + rH_x - pH_z \quad (4)$$

$$Z + mg \cos \Theta \cos \Phi = m(\dot{w} + pv - qu) \quad N = \dot{H}_z + pH_y - qH_x \quad (5)$$

em que X, Y, Z, L, M e N são esforços aerodinâmicos e de propulsão e mg é a força gravitacional. Estas equações não são lineares. Linearizá-las torna o tratamento matemático mais fácil, além de permitir um separação do sistema em dois sistemas independentes, como veremos mais adiante. Sua linearização é feita em torno de um estado de equilíbrio chamado estado de referência, tal que (1) a aeronave realize um voo simétrico; (2) avance na direção do eixo x ; (3) não tenha acelerações (4) nem velocidades angulares. No estado de referência, Y, L, M e N são nulos e $X = X_0 + \Delta X$, $Z = Z_0 + \Delta Z$, $u = u_0 + \Delta u$, $\Psi = \Psi_0 + \Delta \Psi$ e $\Theta = \Theta_0 + \Delta \Theta$

O produto de duas pequenas variações é considerado um termo de segundo ordem e desprezável em relação aos termos de primeira ordem. Ex.: $qw \approx 0$, $rv \approx 0$, $qH_z = -qpI_{xz} + qrI_z \approx 0$

As relações trigonométricas são aproximadas e o momento de inércia de partes girantes, como um rotor, é desprezável.

4. Derivadas de estabilidade

Para a descrição da dinâmica da aeronave é necessário conhecer as forças e momentos que agem no sistema e sua resposta a eles. Essas solicitações dependem de variáveis como a posição da aeronave, velocidade e rotação e comandos de aileron, leme e profundor. Ao se realizar uma expansão em série de Taylor das solicitações em função das variáveis, os coeficientes da série assim obtidos são denominados derivadas de estabilidade.

No estudo de aeronaves, uma boa aproximação é obtida considerando-se apenas os termos de primeira ordem (Etkin, 1967). Por exemplo, a variação Y da força projetada no eixo y em torno do estado de referência relaciona-se com a variação da taxa de rotação p por uma derivada $Y_p = \left(\frac{\partial Y}{\partial p} \right)_0$. Assim, $\Delta Y = Y_p \Delta p$.

O significado físico de cada uma das derivadas e métodos para estimá-las a partir de características do veículo são encontrados na literatura aeronáutica (Nelson, 1998). Para uma aeronave perfeitamente simétrica, pode-se considerar que todas as forças e momentos assimétricos Y, L e N são nulos para um voo simétricos. Suas derivadas em relação às variáveis simétricas $\Delta u, w, q, \delta_e, \dot{w}$ são portanto nulas. Além dessa, vamos fazer as seguintes hipóteses: (1) serão desprezadas as reações simétricas para as perturbações assimétricas $v, p, r, \delta_a, \delta_r$; (2) são desprezáveis as derivadas em relação a acelerações, com exceção de $M_{\dot{w}}$ e $Z_{\dot{w}}$; (3) as seguintes derivadas são muito pequenas: $X_q, X_{\delta_e}, Y_{\delta_a}$.

5. Adimensionalização

Vários sistemas de adimensionalização podem ser encontrados na literatura (Etkin, 1967). A convenção escolhida é aquela utilizada pela NACA para as derivadas de estabilidade (Tab. (1)).

onde ρ é massa específica do fluido em que se movimenta a aeronave V_∞ velocidade relativa do fluido, S é área projetada da asa e l é o comprimento característico. Para movimentos longitudinais, $l = \bar{c}/2$ ($\bar{c}$ corda média da asa). Para movimento laterais, $l = b/2$ (b envergadura).

O operador de derivação temporal também tem seu equivalente adimensional: $d/d\hat{t} = (l/u_0)d/dt$.

Definem-se ainda o ângulo de ataque $\alpha = \tan^{-1}(w/u) \approx \hat{w}$ e o ângulo de deriva $\beta = \tan^{-1}(v/u) \approx \hat{v}$.

As derivadas de estabilidade também tem seus equivalentes adimensionais como, por exemplo, $u_0 \left(\frac{\partial C_x}{\partial \Delta u} \right)_0 = C_{x_u}$ e com eles se relacionam (Nelson, 1998).

Tabela 1: Grandezas envolvidas na adimensionalização

Grandeza	Divisor	Adimensional
$X Y Z L D T$	$\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S$	$C_X C_Y C_Z C_L C_D C_T$
$L M N$	$\rho V_\infty^2 S l$	$C_L C_M C_N$
$\Delta u v w$	u_0	$\hat{u} \hat{v} \hat{w}$
t	$t^* = l/u_0$	$\hat{t}$
$p q r$	$1/t^*$	$\hat{p} \hat{q} \hat{r}$
$\dot{w}$	u_0/t^*	$\hat{\dot{w}}$
m	$\rho S l$	μ
$I_x I_y I_z I_{xz}$	$\rho S l^3$	$i_x i_y i_z i_{xz}$

6. Modelo dinâmico

Para a descrição do movimento da aeronave, foram utilizados sistemas lineares do tipo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(\theta)x + B(\theta)u + w \\ y &= Cx + v\end{aligned}\quad (6)$$

onde $x_{n \times 1}$ é o vetor de estados dos sistema, $y_{m \times 1}$ são as medidas, $u_{l \times 1}$ são os comando de entradas, $w_{n \times 1}$ são ruídos de processo e $v_{m \times 1}$ são ruídos de medida. Os vetores w e v foram considerados aleatórios, independentes um do outro, brancos e gaussianos, de médias nulas e covariâncias Q e R respectivamente. Um exemplo de ruído de processo é a turbulência atmosférica e rajadas de vento.

Sistemas como esse (dito *espaço de estados*) são muito utilizados na teoria de controle (Ogata, 2002).

Algumas das hipóteses feitas permitem o desacoplamento das equações de movimento em dois sistemas. O primeiro, dito *longitudinal*:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\hat{u}} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{\Theta}} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2C_{L_0} \tan \Theta_0 + C_{x_u}}{2\mu} & \frac{C_{x_\alpha}}{2\mu} \\ -\frac{2C_{L_0} - C_{z_u}}{2\mu - C_{z_\alpha}} & \frac{C_{z_\alpha}}{2\mu - C_{z_\alpha}} \\ \frac{1}{i_y} \left(C_{m_u} - \frac{C_{m_\alpha}(2C_{L_0} - C_{z_u})}{2\mu - C_{z_\alpha}} \right) & \frac{1}{i_y} \left(C_{m_\alpha} + \frac{C_{m_\alpha} C_{z_\alpha}}{2\mu - C_{z_\alpha}} \right) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{\alpha} \\ \hat{q} \\ \hat{\Theta} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_{z_{\delta_e}}}{2\mu - C_{z_\alpha}} \\ \frac{1}{i_y} \left(C_{m_{\delta_e}} + \frac{C_{m_\alpha} C_{z_{\delta_e}}}{2\mu - C_{z_\alpha}} \right) \\ 0 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_e \\ u \end{bmatrix}}_{\delta_e} \quad (7)$$

O segundo dito lateral:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{r}} \\ \dot{\hat{\Psi}} \\ \dot{\hat{\Phi}} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{C_{y_\beta}}{2\mu} & \frac{C_{y_p}}{2\mu} & \frac{C_{y_r} - 1}{2\mu} & 0 & \frac{C_{L_0}}{2\mu} \\ \frac{C_{l_\beta} i_z + i_{xz} C_{n_\beta}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_p} i_z + i_{xz} C_{n_p}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_r} i_z + i_{xz} C_{n_r}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & 0 & 0 \\ \frac{C_{l_\beta} i_{xz} + i_x C_{n_\beta}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_p} i_{xz} + i_x C_{n_p}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_r} i_{xz} + i_x C_{n_r}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \Theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \Theta_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{p} \\ \hat{r} \\ \hat{\Psi} \\ \hat{\Phi} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{C_{y_{\delta_r}}}{2\mu} \\ \frac{C_{l_{\delta_a}} i_z + i_{xz} C_{n_{\delta_a}}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_{\delta_r}} i_z + i_{xz} C_{n_{\delta_r}}}{i_x i_z - i_{xz}^2} \\ \frac{C_{l_{\delta_a}} i_{xz} + i_x C_{n_{\delta_a}}}{i_x i_z - i_{xz}^2} & \frac{C_{l_{\delta_r}} i_{xz} + i_x C_{n_{\delta_r}}}{i_x i_z - i_{xz}^2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}}_{\delta_r} \quad (8)$$

Das expressões acima, foi omitido o ruído de processo que, no entanto, pode estar presente. Os autovalores e autovetores das matrizes A permitem distinguir modos de movimento da aeronave, com frequências e amortecimentos característicos (Nelson, 1998). Esses valores permitem comparar tempos característicos da dinâmica da aeronave com frequências do comando de entrada e de amostragem dos sensores. Para o veículo Apoena I (seção 10), tem-se ($T_{1/2}$ é o tempo de decaimento para a metade da amplitude):

Tabela 2: Frequências e períodos do modos longitudinais e laterais - Apoena I

Modos Longitudinais			Modos Laterais		
	Período (s)	$T_{1/2}$ (s)		Período (s)	$T_{1/2}$ (s)
fugóide	11,446	9,2295	espiral	—	23,040
período curto	0,76089	0,14400	rolamento	—	0,015372
			“Dutch Roll”	1,1646	0,34853

7. Técnicas de identificação de sistemas

A equivalência entre um sistema e um modelo costuma ser definida a partir de uma função custo, que é um funcional V das saídas do processo y e as saídas do modelo y_m :

$$V = V(y, y_m) \quad (9)$$

Sua escolha depende fortemente do conhecimento prévio que se tem do processo e do objetivo de sua identificação. Quando a equivalência é definida dessa forma, o problema de identificação torna-se um problema de minimização do funcional V . Busca-se encontrar o modelo que minimiza o valor de V para um certo processo, e esse modelo é considerado como sua melhor aproximação. Se o mínimo global for único, a classe de modelos é chamada de identificável (Åström and Eykhoff, 1971).

Algumas vezes, o mínimo é obtido com um modelo que não é fisicamente válido. Nesses casos, deve-se aplicar restrições no domínio em que se busca o mínimo.

Os métodos de identificação de sistemas podem ser classificados de acordo com o tipo de cada um de seus componentes básicos: classe de modelos, classe de sinais de entrada e ruídos, método de cálculo do erro e método de cálculo da função custo em função do erro. Um longo estudo é feito por Åström e Eykhoff em (Åström and Eykhoff, 1971). O método numérico de minimização da função custo é de importância secundária e não define o método de identificação.

7.1 Método dos mínimos quadrados (MMQ)

Para a aplicação do método dos mínimos quadrados, define-se a função custo como sendo a metade do somatório (ou da integral, no caso contínuo) do quadrado de um erro

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_k e_k(\theta)^T e_k(\theta) \quad (10)$$

O erro e pode ser definido de diferentes maneiras. Utilizou-se o erro na saída (*output error*):

$$e = y - y_m \quad (11)$$

7.2 Método da máxima verossimilhança (ML)

O método da máxima verossimilhança pode ser expresso por (Åström, 1980):

“Seja Y uma variável aleatória com densidade de probabilidade $p(y, \theta)$ dependente de θ . A partir de observações y , determine θ que maximiza a função de verossimilhança $L(y, \theta) = p(y, \theta)$. Em outras palavras, encontre θ de forma que a probabilidade de se obterem as realizações y para Y seja máxima.”

O próximo passo é, então, a determinação da função L .

Para o caso em que as observações são observações sucessivas de uma mesma variável podemos escrever:

$$L(\theta, y_n) = p(y(n)|y_{n-1}, \theta) \dots p(y(3)|y_2, \theta) p(y(2)|y(1), \theta) p(y(1), \theta) \quad (12)$$

onde $y(n)$ é a medida de y no instante n , y_n é o histórico de medidas até o instante n (n inclusive), $p(y(n)|y_{n-1}, \theta)$ é a densidade de probabilidade (em função de θ) de obtenção de y no instante n dado que as medidas anteriores foram y_{n-1} .

Especializando para o caso em que as densidades condicionais $p(y(k)|y_{k-1})$ são gaussianas

$$p(y(k)|y_{k-1}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y - \hat{y})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (13)$$

onde $\hat{y} = \hat{y}(k, y_{k-1}, \theta) = E[y(k)|y_{k-1}, \theta]$ é a média condicional de $y(n)$ dados y_{n-1} e $\sigma^2 = \sigma^2(k, y_{k-1}, \theta) = \text{cov}[y(k)|y_{k-1}, \theta]$ é a covariância condicional, obtém-se a função de verossimilhança

$$L(\Theta, y) = \frac{\prod_{k=1}^N \sigma^{-1}}{(\sqrt{2\pi})^N} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{(y - \hat{y})^2}{\sigma^2}\right\} \quad (14)$$

Tomando o logaritmo, a maximização de L equivale à minimização de V , em que o termo constante foi eliminado.

$$V(\Theta) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^N \frac{(y - \hat{y})^2}{\sigma^2} + \ln \sigma^2 \right\} \quad (15)$$

Os valores esperados $\hat{y}$ e a matriz de covariância podem ser diferentes para cada instante k e dependem de θ . Seus valores podem ser determinados com a implementação de um filtro de Kalman.

8. Filtro de Kalman

O filtro de Kalman (Welch and Bishop, 2001) busca estimar os estados x_k a partir de medidas ruidosas y_k . Aplicaremos neste trabalho o filtro de Kalman à versão discretizada do sistema da eq.6:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \quad (16)$$

$$y_k = Hx_k + v_k \quad (17)$$

Seu algoritmo divide-se em uma de predição e outra de correção, que se alternam. Na fase de predição, a partir do estado estimado para $k - 1$ e conhecendo-se as entradas u_k , faz-se uma estimativa para x_k . Calcula-se também a covariância do erro desta estimativa (P_k^{-1}).

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (18)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (19)$$

Na fase de correção, calcula-se o ganho de Kalman K , lê-se a medida y_k , com ela estima-se novamente o estado x_k , e calcula-se a covariância do erro desta estimativa.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (20)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(y_k - H\hat{x}_k^-) \quad (21)$$

$$P_k = (I - K_k H)P_k^- \quad (22)$$

O termo $HP_k^- H^T + R$ é a matriz de covariância S da inovação, utilizada no método da máxima verossimilhança, juntamente com $\hat{y} = H\hat{x}$.

9. Métodos de minimização da função custo

Para a minimização da função custo, foi utilizado o método de Newton-Raphson com a aproximação de Gauss-Newton. O método de Newton-Raphson é baseado na iteração:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - (\nabla_\theta^2 V)^{-1} \nabla_\theta V \quad (23)$$

onde $\nabla_\theta V \equiv \left[\frac{\partial V}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial V}{\partial \theta_n} \right]$ e $\nabla_\theta^2 V_{ij} \equiv \frac{\partial^2 V}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$ são as matrizes jacobiana e hessiana de V em relação a θ , respectivamente.

Uma das formas de calculá-lo é fazer a razão entre a variação de V para um pequeno acréscimo em uma componente de θ , mantendo as outras constantes. Já o cálculo da matriz hessiana envolve derivadas parciais de segunda ordem. Computacionalmente para funções V como a definida na seção 7.3 é menos custoso calcular a matriz jacobiana derivando-se somente o erro e a matriz hessiana utilizando-se a aproximação de Gauss-Newton:

$$\nabla_\theta V = \left[\frac{\partial e}{\partial \theta} \right]^T S^{-1} e \quad \nabla_\theta^2 V = \frac{\partial e}{\partial \theta} S^{-1} \frac{\partial e}{\partial \theta} + e S^{-1} \frac{\partial^2 e}{\partial \theta^2} \approx \frac{\partial e}{\partial \theta} S^{-1} \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (24)$$

Encontram-se na literatura muitos outros métodos, incluindo buscas heurísticas do mínimo por métodos como algoritmos genéticos e enxame de partículas (Maciel and Góes, 2007).

10. Aplicação ao VANT Apoená I

Os métodos estudados foram aplicados à identificação do VANT Apoená I. Este veículo faz parte do projeto BR-UAV, uma parceria entre a empresa XMobots Sistemas Robóticos LTDA e LVNT - Laboratório de Veículos Não Tripulados do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da Universidade de São Paulo.

O projeto visa a atender a necessidade de inserção desta tecnologia no Brasil. Para isso, desenvolvem-se a Plataforma, Avionica e Sistema Autônomo para aplicação de monitoramento Rural, Preditivo, Ambiental e Urbano a partir dos seguintes métodos de monitoramento: Espectro visível (Fotografia e Filmagem) e Espectro infravermelho (Fotografia e Filmagem).

A identificação do sistema trata-se aqui de estimar, para o movimento longitudinal, o vetor $\theta \in \mathbb{R}^{13}$

$$\theta = [C_{L0} \ C_{x_u} \ C_{x_\alpha} \ C_{z_u} \ C_{z_\alpha} \ C_{z_{\dot{\alpha}}} \ C_{z_q} \ C_{z_{\delta_e}} \ C_{m_u} \ C_{m_\alpha} \ C_{m_{\dot{\alpha}}} \ C_{m_q} \ C_{m_{\delta_e}}]^T \quad (25)$$

e para o movimento lateral, o vetor $\theta \in \mathbb{R}^{15}$

$$\theta = [C_{L0} \ C_{y_\beta} \ C_{y_p} \ C_{y_r} \ C_{y_{\delta_r}} \ C_{l_\beta} \ C_{l_p} \ C_{l_r} \ C_{l_{\delta_a}} \ C_{l_{\delta_r}} \ C_{n_\beta} \ C_{n_p} \ C_{n_r} \ C_{n_{\delta_a}} \ C_{n_{\delta_r}}]^T \quad (26)$$

10.1 Simulador

Como a plataforma ainda está em desenvolvimento, os métodos de identificação estudados foram aplicados a um simulador da aeronave Apoena I, implementado no programa MATLAB. A utilização de um simulador também permitiu que vários experimentos fossem realizados, sem a necessidade de se realmente operar vôos com o aparelho, reduzindo custos e evitando expô-lo a riscos. O simulador é, ele mesmo, uma modelagem matemática do vôo do Apoena I. No entanto, por se tratar de um simulador bastante detalhado, será utilizado como referência e fonte dos dados "experimentais", como se fosse a aeronave real.

O simulador trabalha com equações dinâmicas não-lineares. Os esforços (forças e momentos) são funções lineares de velocidades angulares e lineares e se inter-relacionam pelas derivadas de estabilidade. Inclui ainda uma modelagem da atmosfera, com turbulência e rajadas de vento, e ruído de medida para os sensores e aceita variações na velocidade de rotação do motor, que é vista como uma entrada de controle. Nesse trabalho, foi escolhida uma certa rotação, mantida constante. Os dados utilizados no simulador são mostrados na Tab. (3).

Alguns erros de modelagem são cometidos pelo modelo em relação ao simulador: 1) ausência das derivadas $C_{x_{\dot{\alpha}}}$, C_{x_q} e $C_{x_{\delta_e}}$; 2) massa específica do ar e aceleração da gravidade independentes da altitude; 2) produtos de inércia I_{xy} e I_{yz} nulos; 3) no modelo: C_T , parcela propulsiva de C_x é tal que $C_T = C_{T_0} + C_{T_u} \dot{u}$, no simulador: força propulsiva $T(u) = k_3 + k_4 u + k_5 u^2$; 5) erros de linearização. Destes, somente os erros de linearização comprometeram o resultado em alguns experimentos.

Tabela 3: Dados da plataforma Apoena I

Massa e referências		Movimento Longitudinal		Movimento Lateral	
m (kg)	32,000	t^* (s)	0,0054387	t^* (s)	0,037899
I_x (kg.m ²)	0,56808	μ_{long}	185,52	μ_{lat}	26,622
I_y (kg.m ²)	3,9435	i_y	710,51	i_x	0,30247
I_z (kg.m ²)	4,1906	C_{D_u}	0,077689	i_z	2,2312
I_{xy} (kg.m ²)	-0,0017729	C_{L_0}	0,59875	i_{xz}	-0,098999
I_{yz} (kg.m ²)	-0,0016378	C_{L_u}	1,2029	C_{L_0}	0,59875
I_{xz} (kg.m ²)	-0,18593	C_{x_u}	-0,33110	$C_{y_{\beta}}$	-0,44797
S (m ²)	0,84	$C_{x_{\alpha}}$	0,33648	C_{y_p}	-0,10126
b (m)	2,50	C_{z_u}	-1,2775	C_{y_r}	-0,28851
$\bar{c}$ (m)	0,35876	$C_{z_{\alpha}}$	-4,6644	$C_{y_{\delta_r}}$	0,16991
u_0 (m/s)	32,982	$C_{z_{\dot{\alpha}}}$	-1,4451	$C_{l_{\beta}}$	-0,062859
h (m)	700	C_{z_q}	-6,7586	C_{l_p}	-0,50363
ρ (kg/m ³)	1,14477	$C_{z_{\delta_e}}$	-0,24908	C_{l_r}	0,13997
g (m/s ²)	9,78638	C_{m_u}	-0,00012940	$C_{l_{\delta_a}}$	-0,15740
Incerteza dos sensores		$C_{m_{\alpha}}$	-1,6767	$C_{l_{\delta_r}}$	-6,3426. 10 ⁻⁵
Desvio padrão		$C_{m_{\dot{\alpha}}}$	-6,0405	$C_{n_{\beta}}$	0,10111
v (m/s)	0,03	C_{m_q}	-22,343	C_{n_p}	-1,0770. 10 ⁻⁴
p (rad/s)	0,0012	$C_{m_{\delta_e}}$	-1,0412	C_{n_r}	-0,31220
r (rad/s)	0,0012	C_{T_0}	0,038845	$C_{n_{\delta_a}}$	-0,0052754
$\hat{\Psi}$ (°)	1,5	C_{T_u}	-0,25341	$C_{n_{\delta_r}}$	-0,089640
Φ (°)	1,5	$C_{x_{\dot{\alpha}}}$	-0,0033029		
β	9,0958. 10 ⁻⁴	C_{x_q}	-0,010576		
$\hat{p}$	4,5479. 10 ⁻⁵	$C_{x_{\delta_e}}$	0,010883		
$\hat{r}$	4,5479. 10 ⁻⁵				
$\hat{\Psi}$	0,026180				
Φ	0,026180				

10.2 Particularidade do movimento longitudinal

Para o movimento longitudinal, cabe ressaltar que no caso particular de se ter $\Theta_0 = 0$, uma mesma matriz A pode ser obtida a partir um conjunto infinito de solução para os parâmetros, sendo que somente C_{L_0} , C_{x_u} e $C_{x_{\alpha}}$ ficam unicamente definidas. Assim, para portanto, $\Theta_0 = 0$ é impossível se estimarem simultaneamente as treze derivadas de estabilidade do vetor 25, mas apenas uma relação entre elas. Se duas derivadas forem fixadas, podem-se obter as outras onze derivadas. Um estudo mais detalhado dos coeficientes da matriz A permite verificar que ao se fixarem os valores de duas derivadas, é inútil fazê-lo simultaneamente para duas derivadas do conjunto $\{C_{z_u}, C_{z_{\alpha}}, C_{z_{\dot{\alpha}}}, C_{z_q}, C_{z_{\delta_e}}\}$.

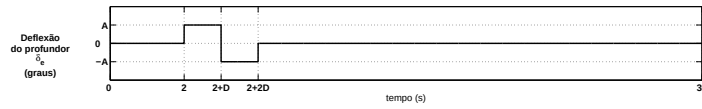
Na prática, verifica-se que a escolha de quais derivadas serão fixadas é fundamental para a convergência do algoritmo de minimização. Por exemplo, a fixação de $C_{z_{\delta_e}}$ quando o comando de profundor é de curta duração e pobre em variedade de frequências, não oferece bons resultados. Neste trabalho, foram fixadas C_{m_u} e C_{z_u} em seus valores corretos.

11. Efeito de não-linearidades modo longitudinal

As não-linearidades dificultam a correta identificação dos parâmetros da aeronave. Seu efeito é tornar a resposta da aeronave ligeiramente diferente da resposta prevista pelo modelo linear. O algoritmo de identificação, ao buscar os valores corretos para as derivadas de estabilidade, pode julgar que valores distintos dos verdadeiros oferecem melhores resultados, por compensarem em parte o aumento da função custo que decorre da resposta alterada pelos efeitos não-lineares.

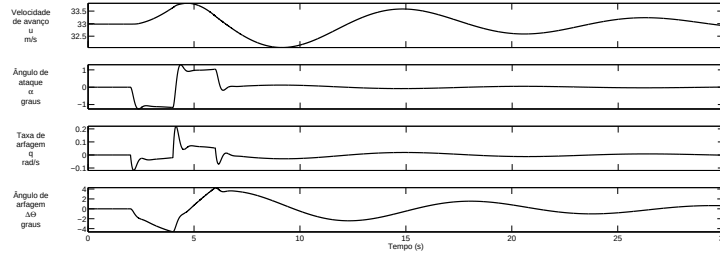
A aeronave foi excitada com comandos de profundor como o mostrado na Fig. (1). Variaram-se a amplitude A e a duração D em alguns experimentos, sem adição de ruídos de medida ou de processo.

Figura 1: Deflexão do profundor



A Figura (2) mostra a evolução do vôo para a entrada mostrada na Fig. (1), exemplificando para $A = 2^\circ$ e $D = 2$ s.

Figura 2: Deflexão do profundor: $A = 2^\circ$ $D = 2$ s



O resultado da identificação por MMQ para esse vôo e para outros valores de A e D estão na Tab. (4).

Tabela 4: MMQ - Simulador Simplificado - Movimento Longitudinal - Dois Pulsos (Fig. (1))

		erro (%)					
		$D = 1$ s		$D = 2$ s		$D = 3$ s	
	Correto	$A = 1^\circ$	$A = 2^\circ$	$A = 1^\circ$	$A = 2^\circ$	$A = 1^\circ$	$A = 2^\circ$
C_{L0}	0,59875	-1,3	-2,5	-0,22	-0,44	-0,067	-0,16
C_{x_u}	-0,33110	3,4	6,9	1,3	2,7	0,60	1,2
C_{x_α}	0,33648	3,7	7,8	-2,0	-3,5	-6,7	-13
C_{z_u}	-1,2029			fixo			
C_{z_α}	-4,6644	3,7	7,2	10	21	9,0	18
$C_{z_{\dot{\alpha}}}$	-1,4451	-447	-884	-205	-361	-794	-1510
C_{z_q}	-6,7586	211	420	148	296	104	204
$C_{z_{\delta_e}}$	-0,24908	100	199	139	281	107	211
C_{m_u}	$-1,2940 \cdot 10^{-4}$			fixo			
C_{m_α}	-1,6767	-0,53	-1,3	-0,37	-0,95	-1,8	-3,7
$C_{m_{\dot{\alpha}}}$	-6,0406	-7,0	-14	-8,1	-16	-11	-20
C_{m_q}	-22,343	1,9	3,7	0,86	1,5	-1,3	-2,8
$C_{m_{\delta_e}}$	-1,0412	-0,36	-0,94	-0,34	-0,88	-1,9	-3,9

Percebe-se da tabela que: (1) as derivadas $C_{z_{\dot{\alpha}}}$, C_{z_q} e $C_{z_{\delta_e}}$ não puderam ser identificadas; (2) as demais derivadas apresentam desvios apesar da ausência de ruídos; (3) estes desvios foram maiores para a deflexão de 2° do profundor.

A Figura (3) mostra a variação de u , α , q e $\Delta\theta$ para $A = 1^\circ$ $D = 1$ s e um detalhe da variação de u . Nela encontram-se três curvas praticamente sobrepostas. Uma refere-se aos dados medidos no experimento. Outra, aos dados que seriam medidos se a aeronave pudesse ser representada, sem aproximações, por um modelo linear parametrizado com os valores corretos das derivadas de estabilidade. A terceira mostra o resultado do modelo linear com os valores identificados. Verifica-se que o resultado do modelo linear com os valores identificados busca aproximar-se dos dados medidos.

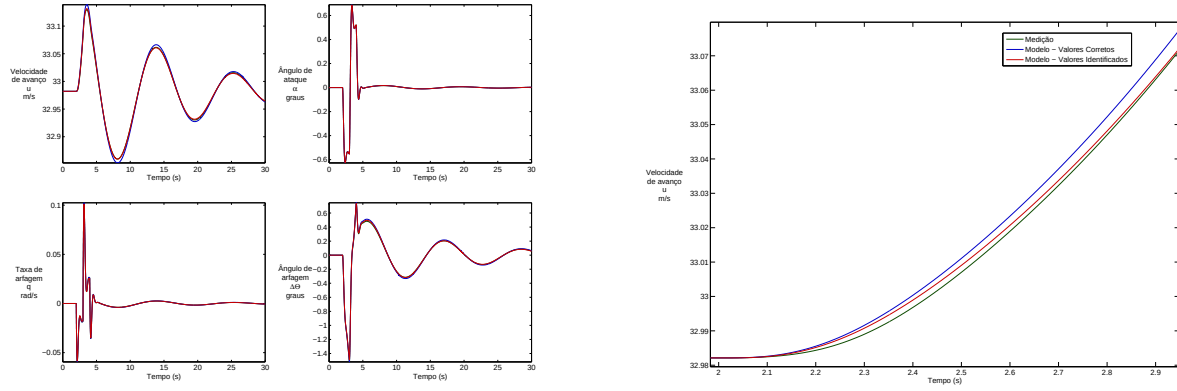
Nota-se que, apesar de algumas derivadas apresentarem erros elevados, as três curvas seguem um comportamento semelhante. No caso apresentado, as derivadas não identificadas não provocam erros significativos na saída do sistema, para a entrada utilizada na identificação.

Investigou-se quais linearizações maior influência ao prejudicar a identificação das derivadas de estabilidade. Verificou-se que a integração da taxa de arfagem medida coincide com o ângulo de arfagem medido, o mesmo ocorrendo para o modelo linear.

No simulador, é possível medir as forças e momentos aplicados à aeronave. Podemos compará-los às forças e momentos previstos pelo modelo linear a partir dos estados e medidos. Uma outra comparação pode ser feita com as forças e momentos que o modelo linear prevê como necessários para se obter as acelerações medidas.

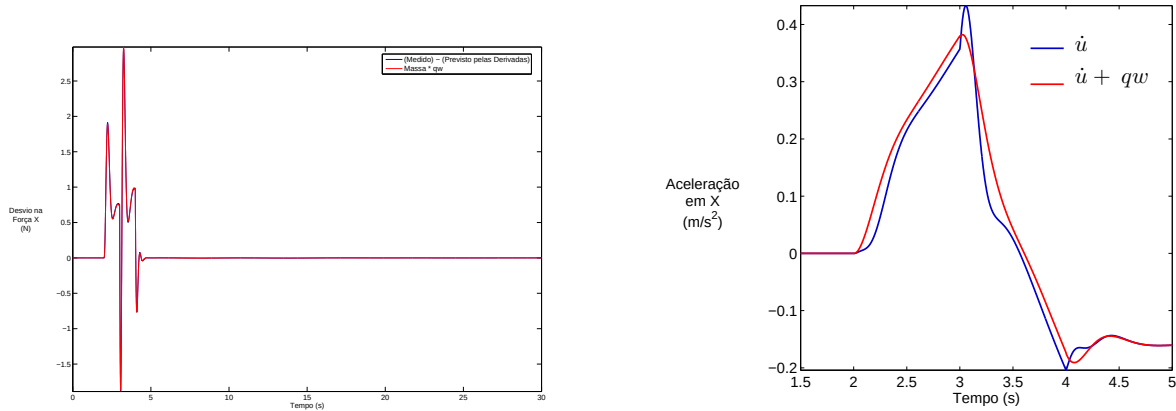
Comparando o momento M (responsável por $\dot{q}$) dos esforços medidos com o momento M dos esforços previstos tanto a partir dos estados como a partir das derivadas, constatamos que são significativamente iguais. Na linearização da equação para M , foram desprezados termos multiplicados por p e r , que são nulos na manobra realizada. As diferenças entre a taxa de arfagem medida no simulador e a prevista pelo modelo deve-se às previsões com desvios dos estados.

Figura 3: Verde: Medição; Azul: Modelo Linear Valores Corretos; Vermelho: Modelo Linear Valores Identificados. Deflexão do profundor $A = 1^\circ$ $D = 1$ s



Aplicando o mesmo raciocínio feito para a força X (responsável por $\dot{u}$), vemos que a força medida e a força prevista a partir dos estados coincidem. No entanto, são diferentes da força X prevista a partir das derivadas. A origem desta diferença está no termo qw , desprezado na eq.3 (sendo o termo rv nulo). Isto pode ser verificado na Fig. (4), que compara a diferença entre a força medida e a prevista pelas derivadas com o termo qw multiplicado pela massa da aeronave. Durante a ação do profundor, o erro cometido pela aproximação de $\dot{u} + qw$ por $\dot{u}$ não é desprezável.

Figura 4: Termo rw e diferença entre X prevista e medida. Comparação de $\dot{u} + qw$ e $\dot{u}$



Para a força em Z , a aproximação feita para $\dot{w} + pv - qu$ prejudica pouco a identificação.

Com base no exposto, é de se esperar que a identificação seja melhor se a manobra utilizada evitar que o termo qw tenha grande magnitude.

12. Efeito dos ruídos de medida

Verificou-se a influência da taxa de amostragem na qualidade da estimativa. Percebeu-se que taxas de até 30 Hz não prejudicavam os resultados. Passou-se a utilizar uma taxa de amostragem de 60 Hz. Com menos tomadas de dados, diminui-se o tempo de cálculo necessário para a resolução do problema. Com a adição de ruídos de medida, pode-se perceber a diferença no desempenho dos dois métodos de identificação estudados.

Na Tabela (5), compara-se o resultado da identificação por MMQ e por ML. O método da máxima verossimilhança oferece, em geral, valores melhores do que o método dos mínimos quadrados. As exceções neste exemplo ficam por conta das derivadas $C_{l\beta}$, C_{l_p} , C_{l_r} , $C_{l\delta_a}$. Todavia, cabe ressaltar que essas quatro derivadas, nos testes realizados, apresentavam erros de valores semelhantes umas às outras. Esse comportamento se repetiu em testes com outras manobras que lhes conferia um menor erro e também quando sua estimativa pelo ML oferecia melhores resultados que pelo MMQ.

Com essa ressalva feita, sugere-se a investigação do comportamento particular dessas quatro derivadas, que pode estar relacionado, em alguns experimentos, com uma perda de precisão quando estimadas por ML.

13. Validação da identificação

A validação da identificação foi feita utilizando-se manobras que não haviam sido submetidas à identificação. A Figura (6), com duas oscilações senoidais, mostra uma destas manobras e suas saídas previstas e medidas. Procedeu-se a validação dos valores identificados por ML no experimento com ruído de medida descrito na seção 12.

Figura 5: Experimento com ruído de medida

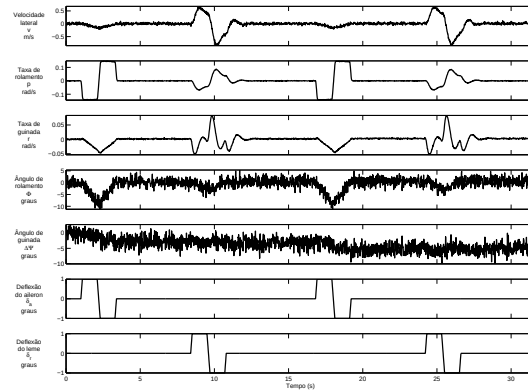
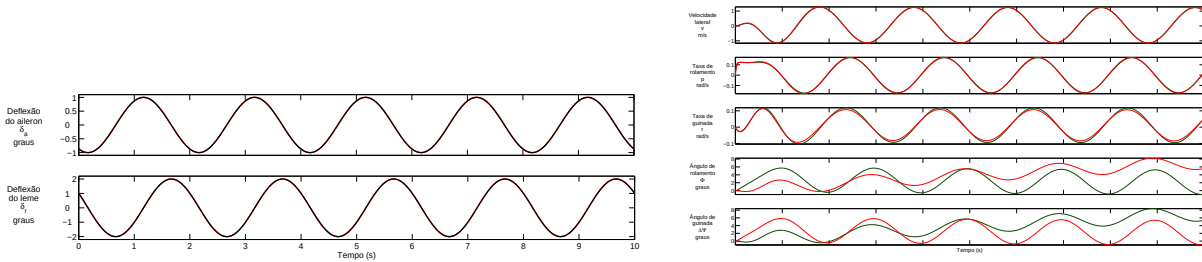


Tabela 5: Comparação - MMQ e ML com ruído de medida - Lateral

	erro MMQ (%)	erro ML(%)
C_{L0}	11,5	2,0
$C_{y\beta}$	-206	-79
C_{yp}	-791	480
C_{yr}	3632	615
$C_{y\delta_r}$	-472	-259
$C_{l\beta}$	53,3	-691
C_{lp}	53,2	-705
C_{lr}	80,0	-771
$C_{l\delta_a}$	51,6	-696
$C_{l\delta_r}$	2388,5	1120
$C_{n\beta}$	6,6	-4,8
C_{np}	-87965	33418
C_{nr}	16,0	-1,9
$C_{n\delta_a}$	-507	167
$C_{n\delta_r}$	-5,2	-1,2

Figura 6: Manobra de Validação - Entradas e Saídas (Verde: Medida; Vermelho: Prevista)



Como os erros cometidos na identificação referem-se a valores de derivadas temporais, um desvio constante nas derivadas, quando integrado no tempo, resulta em previsões de posição com desvios crescentes. Neste exemplo, após 10 s, a distância entre as posições real e prevista chegou a 0,153 m.

Embora os resultados obtidos (Tabela (5)) não permitam dizer que a maior parte das derivadas de estabilidade foi identificada, a trajetória prevista não se afasta muito da real, sendo que trajetória prevista pelo modelo linear parametrizado com os valores corretos das derivadas de estabilidade apresenta erros de mesma ordem de grandeza.

Conclui-se deste e demais resultados já comparados no decorrer do relatório que, para o veículo estudado, o efeito na dinâmica do sistema de grandes desvios em certas derivadas de estabilidade é sutil a ponto de se confundir com erros realizados pela aproximação linear da dinâmica, impedindo a correta identificação de alguns parâmetros.

14. Agradecimentos

Agradecemos à XMobots Sistemas Robóticos LTDA e ao LVNT – Laboratório de Veículos Não Tripulados da Universidade de São Paulo pela disponibilização dos dados e do simulador do VANT Apoená I.

15. Conclusão

Os métodos dos mínimos quadrados (MMQ) e da máxima verossimilhança (ML) foram implementados com sucesso, sendo que os resultados obtidos por ML são em geral superiores aos obtidos pelo MMQ. As manobras utilizadas na identificação oferecem valores para os parâmetros do sistema que reproduzem razoavelmente bem a dinâmica observada.

Concluiu-se que, para o veículo estudado, o efeito na dinâmica do sistema de grandes desvios em certas derivadas de estabilidade é sutil a ponto de se confundir com erros realizados pela aproximação linear da dinâmica, impedindo a correta identificação de alguns parâmetros.

Como próximos caminhos a serem explorados, temos: 1) adoção de um modelo não-linear: a identificação da aeronave é realizada "off-line", no laboratório, com dados registrados de vôos. Não há exigências de processamento em tempo real para o método de identificação. O custo computacional com a utilização de um modelo não-linear não é muito mais elevado do que com o modelo linear, nesse contexto; 2) inclusão do ruído de processo: a maior dificuldade trazida pelo inclusão de ruídos de processo deverá ser uma maior excursão para estados afastados do estado em torno do qual foi feita a linearização. Como visto, esse afastamento altera significativamente os resultados; 3) investigação da variação conjunta das estimativas de $C_{l\beta}$, C_{lp} , C_{lr} e $C_{l\delta_a}$; 4) estudo da variância dos erros, como o limite de Cramér-Rao

16. Referências

- Åström, K.J., 1980, "Maximum Likelihood and Prediction Error Methods", *Automatica*, Pergamon Press, Vol.16, pp. 551-574.
- Åström, K.J. and Eykhoff, P., 1971, "System Identification - A Survey", *Automatica*, Pergamon Press, Vol.7, pp. 123-162.
- Etkin, B., 1967, "Dynamics of Flight Stability and Control", John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Maciel, B.C.O. and Góes, L.C.S., 2007, "Methodologies for Aircraft Parameter Estimation from Flight Test Data with Process and Measurement Noise", *Proceedings of the 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Application - Dincon'2007*, São José do Rio Preto, Brazil.
- Nelson, R.C., 1998, "Flight Stability and Automatic Control", McGraw-Hill.
- Ogata, K., 2002, "Modern Control Engineering", Prentice Hall.
- Welch, G. and Bishop, G., 2001, "An Introduction to the Kalman Filter", http://www.cs.unc.edu/~tracker/media/pdf/SIGGRAPH2001_CoursePack_08.pdf.

17. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

APPLYING SYSTEM IDENTIFICATION TECHNIQUES TO UNMANNED AERIAL VEHICLES (UAVs)

Thomas David Serafini de Oliveira

Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Department of Mechanical Engineering
thomas.oliveira@centraliens.net

Ettore Apolonio de Barros

Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Department of Mechatronics and Mechanical Systems Engineering
eab Barros@usp.br

Abstract. Unmanned vehicles control and simulation require its dynamic mathematical modeling, in which experimentally determined parameters participate. Experimental data present deviations due to equipment precision limitations, random measurement and environment noises. This report covers and applies techniques that allow a more profitable usage of experimentally obtained data to the determination of the system parameters and to the dynamic modeling improvement. It starts by the derivation of the movement equations. The vehicle dynamics are linearized. The physical meaning of stability derivatives is exposed. The phugoid, short period, spiral, roll and Dutch roll motions are analyzed. The identification problem is approached by the definition of a cost function by the Least Square (LSM) and the Maximum Likelihood Method (ML). Minimization techniques are reviewed. Input maneuvers taken from literature are presented. The studied techniques are applied to a MATLAB Simulator of the UAV Apoena I, developed by XMobots Sistemas Robóticos LTDA in partnership with the Laboratório de Veículos Não Tripulados (Unmanned Vehicles Laboratory), Department of Mechatronics and Mechanical Systems Engineering, Universidade de São Paulo. The phenomena that obstruct the proper identification of stability derivatives (modeling error and measurement noise) are added on by one to the experiments. Finally, the results are presented, compared and discussed.

Keywords: system identification, flight dynamics, unmanned vehicles, stability derivatives