

# CONTROLE DE VIBRAÇÕES NÃO LINEARES EXCITADAS POR FONTES NÃO IDEAIS DE ENERGIA

**Leandro Marino Takazono Orbolato**

[leorbolato@gmail.com](mailto:leorbolato@gmail.com)

**Marcia Midori Okabayashi**

[marcia.okabayashi@gmail.com](mailto:marcia.okabayashi@gmail.com)

**Prof. Dr. Reyolando Manoel Lopes Rebello da Fonseca Brasil**

[revolando.brasil@poli.usp.br](mailto:revolando.brasil@poli.usp.br)

*Neste trabalho realizamos um estudo de controle de vibrações não lineares de dois sistemas dinâmicos não ideais. São propostas duas formas de controle de vibrações através de massas absorvedoras de energia. Um caso em estudo é constituído por um pêndulo acoplado a um bloco que oscila horizontalmente. O segundo, por um segundo bloco amortecedor (TMD – tuned mass damper), acoplado ao sistema principal. A oscilação se deve a rotação de uma massa desbalanceada, acionada por um motor DC, cuja fonte de energia é limitada.*

*Considera-se a existência de interação entre o fornecimento de energia e o movimento da estrutura suporte. Se a potência fornecida pela fonte de energia não é suficiente, a rotação do motor pode ficar estagnada na frequência de ressonância da estrutura, impossibilitando um aumento na rotação do motor. A existência desse efeito foi relatada por Sommerfeld (1904).*

**Palavras chave:** sistemas dinâmicos, controle passivo, dinâmica de estruturas, fontes não ideal de energia, steady-state

## 1. Introdução

O estudo de controle de vibrações em sistemas dinâmicos é feito geralmente considerando-se um motor com uma fonte ideal de energia, com capacidade de absorver quaisquer interferências, o que difere da realidade.

Neste trabalho, registram-se os estudos realizados sobre controle de vibrações não lineares de dois sistemas dinâmicos não ideais assim como o sobre o comportamento deste sistema livre.

Sistemas como os estudados neste trabalho são amplamente utilizados em pontes, torres, prédios e fundações de estruturas, para modificar a frequência natural desses elementos, e com isso evitar uma queda ou abalo de estruturas causados por ressonância entre a construção e o meio. Além disso, como o objeto de enfoque deste trabalho, são utilizados para prevenir ou corrigir problemas relacionados à estagnação do motor.

O conteúdo deste trabalho é composto de uma breve introdução teórica para controle de vibrações e análise de estabilidade, além do desenvolvimento matemático das equações de movimento dos sistemas em escopo. Apresentam-se as características de movimento em regime permanente, seguido pela análise de estabilidade deste movimento. Finaliza-se o trabalho com um estudo paramétrico dos sistemas propostos controlados pelas massas amortecedoras, buscando-se a otimização de tais sistemas de controle.

## 2. Introdução teórica

### 2.1. Controle de vibrações

As vibrações são objetos importantes de estudo, uma vez que seu efeito pode ser bastante danoso. É importante notar que movimentos oscilatórios são praticamente inevitáveis dentre as máquinas e estruturas conhecidas que, ainda que dotadas de dispositivos que busquem a diminuir possíveis vibrações, estão invariavelmente sujeitas a efeitos de vibração. Visando ao menos atingir níveis toleráveis de vibração, pode-se aplicar técnicas ativas e passivas de controle de vibração.

Controles de vibração ativos, como o próprio nome diz, são dispositivos que atuam ativamente no controle de vibrações da estrutura. Uma vez que são de instalação mais elaborada, controles de vibração ativos são mais caros que controles de vibração passivos, sendo, entretanto, mais indicados para situações de vibrações críticas.

Já os controles de vibração passivos modificam o sistema oscilatório, em sua forma estrutural ou através da introdução de elementos ao sistema. É bastante difundido o controle de vibrações dado por uma massa acoplada à estrutura oscilante, Tuned Mass Damper (TMD), como em Kuroiwa (2003). Que aqui será apresentado juntamente com o controle de vibração através de um pêndulo acoplado à massa oscilante, como feito por Ferreira (2007). Ambas as técnicas de controle são utilizadas em larga escala em estruturas como pontes, prédios e torres. Esta análise de controle passivo é amplamente difundida. Outros estudos focados em estruturas do tipo pórtico, excitadas por fontes não-ideais de energia, como estudado por Feitosa (2006) e Guilherme (2004). Elas não só proporcionam a diminuição das características oscilatórias do sistema como também reduzem o risco de o sistema recair sob o efeito Sommerfeld

## 2.2. Sistemas dinâmicos não ideais

Sistemas dinâmicos não ideais são aqueles alimentados por fontes não ideais de energia, que, por sua vez, são fontes de energia que atuam sobre o sistema oscilatório sofrendo influência desse sistema. Sommerfeld (1904) foi o primeiro pesquisador a notar que a velocidade do motor é função do tempo mas da amplitude de oscilação também.

Kononenko (1969), outro importante pesquisador dos fenômenos de vibração, reportou em um experimento os movimentos instáveis apresentados pelo seu sistema viga-motor enquanto operando na região de ressonância. Tais instabilidades são caracterizadas por variações bruscas da frequência de deslocamento e frequência de excitação, descontinuidades nas curvas de amplitude, diferenças na aparência da curva de amplitude, dependendo da variação de frequência (desaceleração ou aceleração), caso de histerese. Quando o motor atinge rotações que deixam o sistema próximo à ressonância, nota-se que a fonte tem de fornecer mais energia para proporcionar o mesmo aumento de velocidade ao motor. Isso ocorre uma vez que parte da energia é desperdiçada no movimento de estrutura do suporte. Nessa região, grandes aumentos de potência pouco efeito têm sobre o motor e esses aumentos só vem a causar maiores amplitudes de oscilação. Essa situação caracteriza a Fig. (1), de energia x velocidade angular do motor.

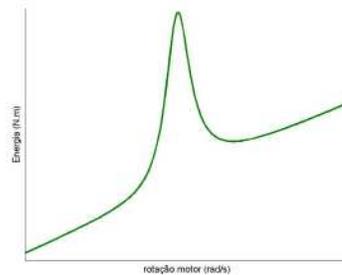


Figura 1: Energia fornecida ao sistema pela rotação do motor.

Nesse estudo, será utilizada a modelagem de um motor CC. As curvas características do motor serão aproximadas a retas, que atendem à equação de torque  $M=a-b(d\phi/dt)$ .

## 2.3. Análise de estabilidade em sistemas dinâmicos

Neste ponto, introduz-se a análise de estabilidade em sistemas dinâmicos. Define-se sistemas dinâmicos como estáveis, aqueles que, dada uma perturbação qualquer, permanecem próximos ao ponto inicial uma vez cessada a perturbação (Ferreira, 2007, p.10). Essa trajetória de reaproximação ao ponto inicial pode ser dada de diversas formas, que classificam a estabilidade do sistema em ainda outras formas.

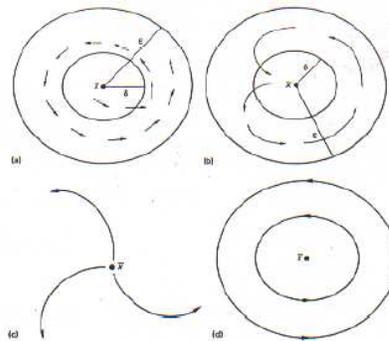


Figura 2: Classificação de estabilidade em sistemas dinâmicos

Segundo a definição acima proposta, temos que, na Fig. (2), dado um ponto  $\bar{x}$  inicial que sofre um perturbação, a situação (2a) é dita estável, (2b), assintoticamente estável, (2c), instável e (2d), estável (não assintoticamente).

Sistemas assintoticamente estáveis convergem para o ponto inicial de maneira assintótica, permanecendo, durante sua trajetória, perto do ponto inicial.

Considerando agora um sistema dinâmico qualquer definido por:  $\{\dot{y}\} = [A]\{y\}$ , na qual A é definida pela matriz lagrangeana. O sistema proposto possui j autovalores na forma  $\lambda_j = R_j + I_j i$  que podem ser descritos da forma  $e^{\lambda_j t} = e^{R_j t} + e^{I_j t}$ , dependente do tempo. Assim, é evidente que pontos sorvedouros apresentam R, a parte real dos autovalores, negativos, denotando um movimento que se aproxima do ponto  $\bar{x}$ , ao longo do tempo.

A linearização de um sistema dinâmico não linear em torno de um ponto de equilíbrio  $x^*$  pode permitir analisar a estabilidade desse ponto. Denotando o sistema dinâmico por  $\dot{x} = f(x)$ , a linearização é dada por  $\dot{x} = f(x^*) + f'(x^*)(x - x^*) = J(x - x^*)$ , onde  $J$  é a matriz Jacobiana (Ferreira, 2007).

Os estudos de estabilidade através da análise dos autovalores no modelo linearizado mostraram que os sistemas são estáveis em torno do ponto de equilíbrio proposto para baixos valores de  $M(0)$ , por exemplo,  $M(0) < 1$  (Inman, 2001). Por outro lado, em valores maiores, como  $M(0) = 5$ , constatou-se a ausência de periodicidade de movimento como indicado pela existência de auto-valores com parte reais positivas.

### 3. Modelo matemático

Os sistemas estudados possuem três graus de liberdade, mostradas nas Figs. (4) e (5). No primeiro modelo utilizamos as coordenadas  $q_1$  e  $q_2$ , que correspondem ao deslocamento do bloco e à velocidade angular do motor, respectivamente. Nos modelos controlados, utiliza-se, adicionalmente, a coordenada  $q_3$ , referente a uma massa de controle.

Serão obtidas três equações diferenciais de segunda ordem. Para encontrá-las, serão utilizadas as equações de Euler-Lagrange do cálculo variacional, Eqs. (1) a (3), com base no que foi estudado em Ogata (1987, 1998):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = N_i \quad (1)$$

$$\text{onde } \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} \quad (3)$$

#### 3.1 Modelo sem controle

O primeiro modelo pode ser representado pela Fig. (3):

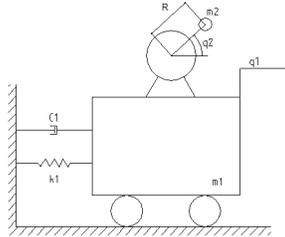


Figura 3: Representação do modelo sem controle.

Temos, neste caso, o bloco de massa  $m_1$ , acoplado a uma mola de constante elástica  $k_1$ , e a um amortecedor de constante  $c_1$ , semelhante ao modelo apresentado por Clough e Penzien (1975). Sobre esse bloco está apoiado um motor DC de energia limitada desbalanceado por massa  $m_2$  a uma distância  $R$  do centro do rotor. A Tab. (1) descreve esses parâmetros físicos.

$m_1$	Massa do bloco oscilante
$k_1$	Coefficiente de elasticidade da mola acoplada ao bloco oscilante
$c_1$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor acoplado ao bloco oscilante
$R$	Excentricidade de desbalanceamento
$m_2$	Massa do motor desbalanceador
$q_1$	Deslocamento horizontal do bloco oscilante
$q_2$	Deslocamento angular do motor
$g$	Aceleração da gravidade

Tabela 1: Parâmetros físicos do modelo sem controle.

Para este sistema, foi obtido as equações 3 e 4, de movimento:

$$\ddot{q}_1(m_1 + m_2) - m_2 R \ddot{q}_2 \text{sen} q_2 = -c_1 \dot{q}_1 - m_2 R \dot{q}_2^2 \cos q_2 - k_1 q_1 = G_1$$

$$(J + m_2 R^2) \ddot{q}_2 - m_2 R \ddot{q}_1 \text{sen} q_2 = -m_2 g R \cos q_2 + M(\dot{q}_2) = G_2$$

$$\Delta = (m_1 + m_2)(J + m_2 R^2) - (m_2 R \text{sen} q_2)^2$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{G_1(J + m_2 R^2) + G_2 m_2 R \text{sen} q_2}{\Delta} \quad (3)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{G_2(m_1 + m_2) + G_1 m_2 R \text{sen} q_2}{\Delta} \quad (4)$$

### 3.2. Modelo controlado por TMD

O segundo modelo, controlado por TMD, pode ser representado pela Fig. (4).

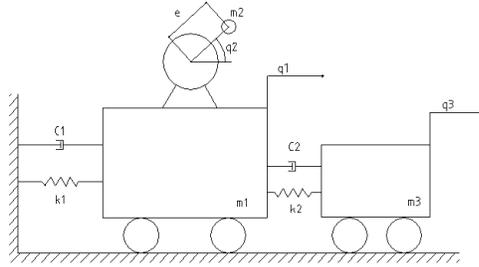


Figura 4: Representação do modelo controlado por TMD.

Temos, neste caso, o controle passivo pelo TMD e os parâmetros físicos adicionais, referentes a esse elemento são descritas na Tab. (2).

$m_3$	Massa do bloco TMD acoplado ao bloco oscilante
$k_3$	Coefficiente de elasticidade da mola acoplada ao TMD
$c_3$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor acoplado ao TMD

Tabela 2: Descrição dos parâmetros no caso controlado pelo TMD.

Analogamente ao modelo anteriormente apresentado, obtem-se as Eqs. 5, 6 e 7, de movimento.

$$\ddot{q}_1(m_1 + m_2) - m_2 R \ddot{q}_2 \text{sen} q_2 = m_2 R \dot{q}_2^2 \cos q_2 - q_1(k_1 + k_3) + k_3 q_3 - c_1 \dot{q}_1 + c_3 \dot{q}_3 - c_3 \dot{q}_1 = G_1$$

$$(J + m_2 R^2) \ddot{q}_2 - m_2 R \ddot{q}_1 \text{sen} q_2 = -m_2 g R \cos q_2 + M(\dot{q}_2) = G_2$$

$$m_3(\ddot{q}_3) = -k_3(q_3 - q_1) - c_3(\dot{q}_3 - \dot{q}_1) = G_3$$

$$\Delta = (m_1 + m_2)(J + m_2 R^2) m_3 - m_3(m_2 R \cos q_2)^2$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{G_1(J + m_2 R^2) m_3 + G_2 m_2 m_3 R \text{sen} q_2}{\Delta} \quad (5)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{G_2 m_3(m_1 + m_2) + G_1 m_2 m_3 R \text{sen} q_2}{\Delta} \quad (6)$$

$$\ddot{q}_3 = \frac{G_3(m_1 + m_2)(J + m_2 R^2) - G_3(m_2 R \text{sen} q_2)^2}{\Delta} \quad (7)$$

### 3.3. Modelo controlado por pêndulo

Finalmente, o terceiro modelo, controlado por pêndulo, pode ser representado pela Fig. (45).

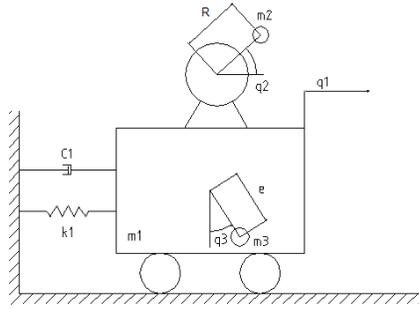


Figura 5: Modelagem física do sistema controlado por pêndulo.

Novamente, os parâmetros físicos adicionais por conta do elemento de controle são descritos na Tab. (3).

$m_3$	Massa do pêndulo
$e$	Comprimento do pêndulo
$q_3$	Deslocamento angular do pêndulo

Tabela 3: Descrição dos parâmetros no caso controlado pelo pêndulo.

Assim, utilizando-se mais uma vez das equações de Euler-Lagrange, obtêm-se as Eqs. 8, 9 e 10, de movimento no sistema controlado por pêndulo.

$$\ddot{q}_1(m_1 + m_2 + m_3) - m_2 R \ddot{q}_2 \cos q_2 + m_3 \ddot{q}_3 l \cos q_3 = m_2 R \dot{q}_2^2 \text{sen} q_2 + m_3 \dot{q}_3^2 l \text{sen} q_3 - k_1 q_1 - c_1 \dot{q}_1 = G_1$$

$$(J + m_2 R^2) \ddot{q}_2 - m_2 R \dot{q}_1 \text{sen} q_2 = -m_2 g R \text{sen} q_2 + M(\dot{q}_2) = G_2$$

$$m_3 e^2 (\ddot{q}_3) + m_3 e (\ddot{q}_1) \cos q_3 = -c_3 (\dot{q}_3) - m_3 g e \text{sen} q_3 = G_3$$

$$\Delta = (m_1 + m_2 + m_3)(J + m_2 R^2)(m_3 e^2) - m_3 e^2 (m_2 R \text{sen} q_3)^2 - (J + m_2 R^2)(m_3 e \cos q_3)^2$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{G_1(J + m_2 R^2)m_3 e^2 + G_2 m_2 m_3 R e^2 \text{sen} q_2 - G_3(J + m_2 R^2)m_3 e \cos q_3}{\Delta} \quad (8)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{G_2(m_1 + m_2 + m_3) + G_1 m_2 m_3 R e^2 \text{sen} q_2 - G_3 m_2 m_3 e R \cos q_3 \text{sen} q_2 - G_2 m_3^2 e^2 \cos^2 q_3}{\Delta} \quad (9)$$

$$\ddot{q}_3 = \frac{G_3(m_1 + m_2 + m_3)(J + m_2 R^2) - G_3(m_2 R \text{sen} q_2)^2 - G_2 m_2 R \cos q_3 m_3 e \text{sen} q_2 - G_1(J + m_2 R^2)m_3 e \cos q_3}{\Delta} \quad (10)$$

Modelos semelhantes aos apresentados neste artigo foram analisados em Rao, [13], Vierck, [15], Peruzzi (2007), Thomson [14], Júnior (2007) e os modelos por eles apresentados foram utilizados como referência.

### 4. Estudos Paramétricos

Os modelos matemáticos descritos nas seções anteriores pelas Eqs. de (3) a (10) foram simulados em MATLAB 7.0 (Haselman e Littlefield (2003)), retornando os resultados que serão apresentados e discutidos nessa seção. Os resultados do MATLAB também foram confrontados em Excel.

Como o motor tem potência limitada, as equações de movimento e os pontos de equilíbrio dependem do torque  $M(x_4)$  do motor. Neste estudo considera-se o modelo  $M(x_4) = a - b x_4$ , e toma-se  $a$  como parâmetro de controle.

#### 4.1. Modelo sem controle

Com o objetivo de otimizar a redução das oscilações do bloco principal, foram efetuados estudos paramétricos nos sistemas de controle, dessa forma, foi possível analisar o impacto causado por cada parâmetro de interesse. Lembrando que, como os modelos utilizando são não lineares, a teoria clássica de sistemas de controle pode não ser consistente.

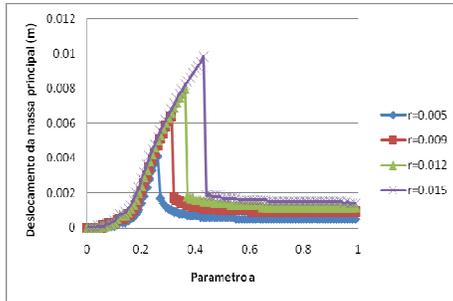


Gráfico 1: Comparação da curva de energia para diferentes valores de raio

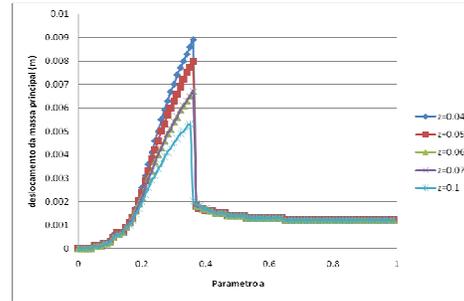


Gráfico 2: Energia em função da variação do amortecimento z

Como esperado, o deslocamento da massa principal aumenta com o aumento da excentricidade r. Além disso, também como previsto, com o aumento do amortecimento, o deslocamento da massa principal decai, para análises posteriores será utilizado o valor de z=0.05, valor geralmente utilizado nesse tipo de estrutura. A simulação evidencia pela primeira vez o fenômeno de queda do consumo e aumento da velocidade de rotação comentado na seção 2.2.

#### 4.2. Sistema amortecido pelo TMD

No sistema controlado por TMD espera-se que os regimes de transição e permanente comportem-se de maneira mais favorável para a estrutura (bloco), o que será averiguado nos gráficos a seguir.

Fixados os valores explicitados anteriormente, foi efetuada a variação paramétrica da massa de controle  $m_3$  para cada valor de “a”.

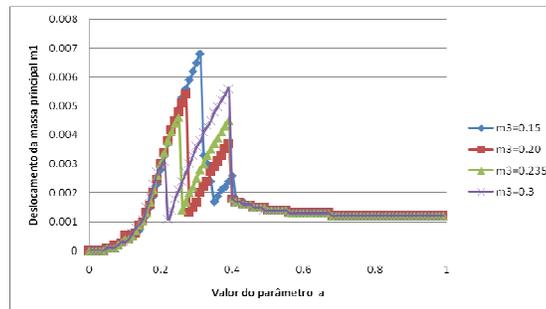


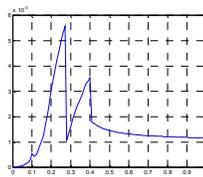
Gráfico 3: Estudo paramétrico da massa de controle.

Com a variação do parâmetro  $m_3$ , a frequência de ressonância do TMD é modificada, seguindo a relação  $\omega_{TMD} = \omega_{nTMD} \sqrt{1 - z_3^2}$ , com  $\omega_{nTMD} = \sqrt{\frac{k_3}{m_3}}$ .

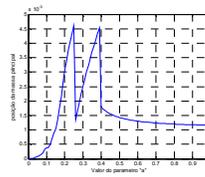
Lembrando que a frequência de ressonância da massa principal é 157.34, pelo gráfico 4 pode-se perceber que para  $m_3=0.235$ , com frequência de 144.97, o deslocamento da massa principal para as duas frequências de ressonância são próximas a 0.0047 metros.

Verifica-se também que ao redor desse valor, quando o valor da massa de controle é aumentada ou diminuída, a curva de energia é deslocada, podendo assim, controlar o comportamento do sistema.

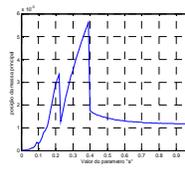
Variando a rigidez da massa secundária  $k_0$ , assim como no caso de alterações das massas vistas na seção 4.1, as frequências de ressonância do sistema são modificadas, deslocando a curva de energia.



$$\frac{k_0}{k_n} = 0,9$$



$$\frac{k_0}{k_n} = 1$$



$$\frac{k_0}{k_n} = 1,1$$

Gráfico 4: Variação da rigidez da massa secundária

Com o aumento do amortecimento da massa secundária reduz-se as oscilações da massa principal. Teoricamente, quanto maior o amortecimento melhor, no entanto, vale lembrar que os valores usuais de amortecimento para esse tipo de estrutura é de 0.05.

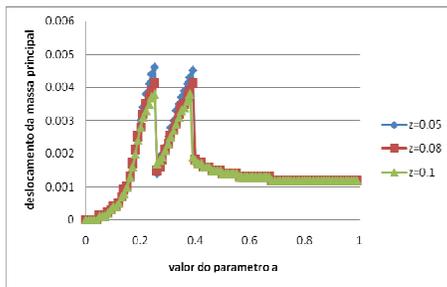


Gráfico 5: Curva de energia em relação a diferentes valores de amortecimento

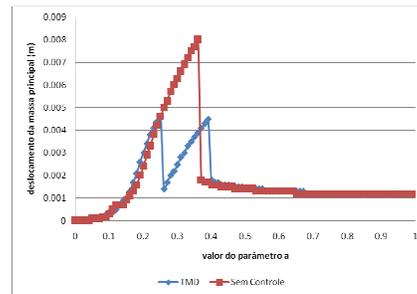


Gráfico 6: Comparação da curva de energia para os diferentes sistemas

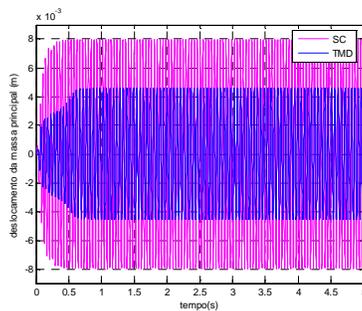


Gráfico 7: Comparação do deslocamento da massa principal em função de tempo

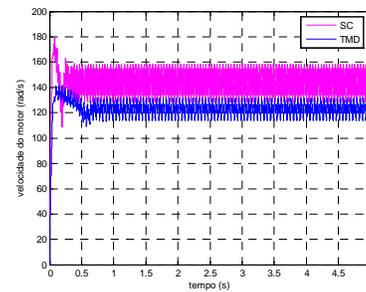


Gráfico 8: Comparação da velocidade do motor em função de tempo

Segundo o gráfico 7, o deslocamento da massa principal reduziu significativamente com o TMD, se mostrando quase duas vezes menor em relação ao sistema sem controle.

A partir da análise do gráfico 8, verifica-se que com o TMD, o motor consegue atingir velocidades maiores para uma mesma energia fornecida ao motor, ou seja, para atingir uma mesma velocidade, o sistema controlado por TMD necessita de menos energia.

Na curva de energia (gráfico 6), podemos observar o aparecimento de uma segunda frequência de ressonância, que surgiu devido à adição da massa secundária.

O deslocamento da massa principal, com o sistema controlado por TMD reduziu as oscilações da massa principal em pouco menos de 50%, demonstrando assim a sua eficácia quando planejado adequadamente.

Nota-se que a amplitude de movimento do bloco, associado ao TMD, é sensivelmente menor que aquele apresentado pelo sistema sem controle, especialmente no que diz respeito ao intervalo de transição do início da excitação até que se inicie o regime permanente. O controle dessa amplitude de movimento pode ser crucial para a estabilidade da estrutura em casos reais de aplicação.

### 4.3. Sistema amortecido pelo pêndulo

Neste modelo, da mesma forma que no anterior, controlado pelo TMD, espera-se que o corpo absorvedor atenuar as condições de transição do sistema para o regime permanente e forneça características mais interessantes de operação uma vez que este regime é atingido.

Para esta análise, os parâmetros concernentes ao modelo sem controle são fixos como apresentados na seção 4.1. Inicialmente altera-se os valores de comprimento do pêndulo buscando aquela que proporciona menor oscilação da estrutura.

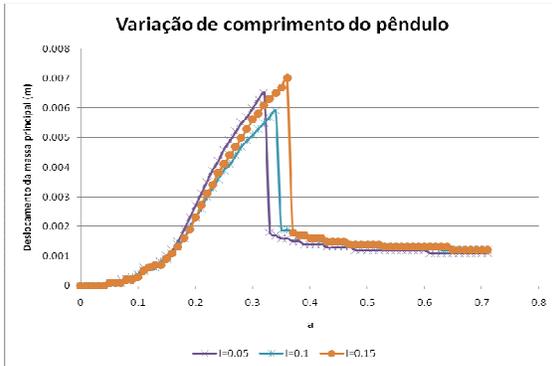


Gráfico 9: Estudo paramétrico do comprimento do pêndulo.

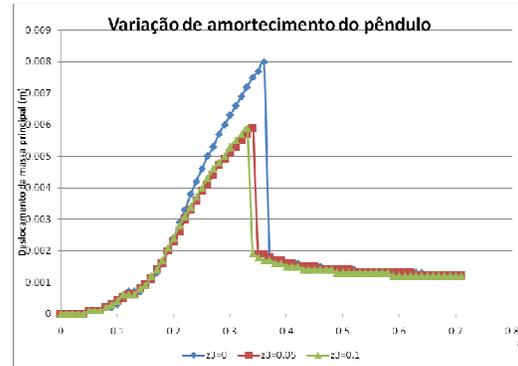


Gráfico 10: Estudo paramétrico do amortecimento do pêndulo.

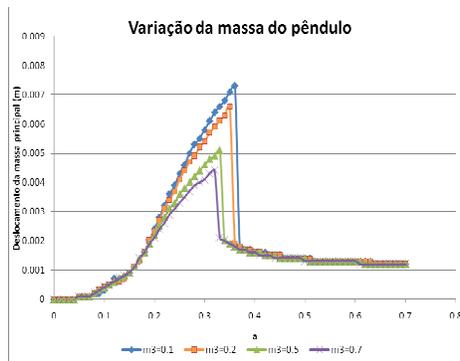


Gráfico 11: Estudo paramétrico da massa do pêndulo.

Entre os valores apresentados no gráfico 9, nota-se que o valor de comprimento do pêndulo igual a 0,1 mostrou-se mais eficiente para diminuir o deslocamento horizontal do sistema. Dessa forma, fixa-se no próximo estudo paramétrico este valor de  $l$ . É interessante notar que esse parâmetro não exerce influência proporcional ao deslocamento da estrutura e o valor de  $l$  médio é aquele que provoca menor amplitude de deslocamento.

Como o amortecimento do pêndulo é dada pela equação  $c_{\text{pendulo}} = 2m_{\text{pendulo}}z(g/l)^{0,5}$ , o estudo do gráfico 10 baseia-se na variação do parâmetro  $z$ .

A influência do amortecimento é menos aparente do que se pressupunha. O sistema com  $z=0$  comporta-se muito semelhante ao sistema sem controle. Entretanto, não há diferenças notáveis entre o sistema testado com  $z=0,05$  e  $z=0,1$ . Buscando maior consistência com aquilo que fora apresentado no modelo sem controle, no qual  $z=0,05$ , o próximo estudo paramétrico dimensiona a massa do pêndulo mantendo o valor de  $z$  anteriormente proposto.

Tem-se, até então,  $l=0,1\text{m}$  para o comprimento do pêndulo e  $z=0,05$ , concernente ao coeficiente de amortecimento. Finaliza-se o estudo do pêndulo com o estudo paramétrico da influência da massa do pêndulo sobre o comportamento do sistema.

A influência da massa do pêndulo no comportamento do sistema é mais evidente do que a influência do amortecimento, como verificado no gráfico 11. É notável que quanto maior a massa de controle, menor é a amplitude de deslocamento da massa principal. Assim, define-se a massa do pêndulo como sendo igual a 0,7kg, uma vez que não é pretendido dimensioná-la de forma a aproximá-la demais do valor apresentado pela massa estrutura (2 kg).

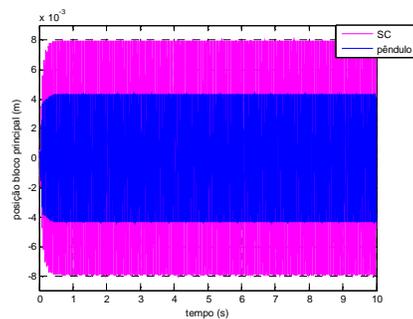


Gráfico 7: Comparação da velocidade de motor com controle pêndulo.

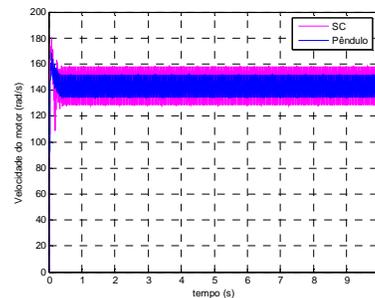


Gráfico 8: Comparação da velocidade de motor com controle pêndulo.

O sistema controlado por pêndulo foi capaz de reduzir pela metade o movimento oscilatório do sistema sem controle.

A velocidade média do motor é semelhante à frequência natural para ambos os casos. Entretanto, nota-se que a oscilação dessa velocidade é sensivelmente menor no caso do modelo controlado por pêndulo o que significa que menos energia é desperdiçada pela inconstância de operação do motor.

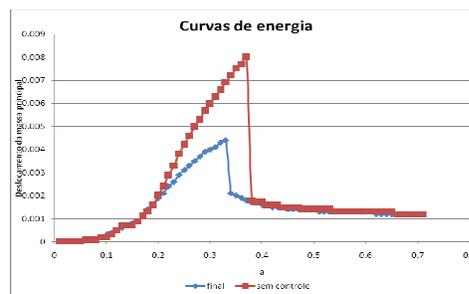


Gráfico 9: Comparação da curva de energia com controle pêndulo

Não foi registrado o aparecimento de uma segunda ressonância, como era esperado, já que o pêndulo adiciona um grau de liberdade ao estudo. Isso se deve ao fato de que o pêndulo não entra em ressonância para os valores de frequências registrados pelo sistema. É evidente, entretanto, que o sistema de controle proporcionado pelo pêndulo é eficaz e reduz em 45% a amplitude do deslocamento da estrutura principal.

## 5 Considerações finais e conclusões

Ambos os modelos se apresentaram eficientes como absorvedor de vibrações, todos os resultados do sistema controlados mostraram-se superiores ao sistema sem controle, principalmente após o seu estudo paramétrico.

Por se tratar de um sistema não linear, os parâmetros de sintonização da massa principal são diferentes da teoria clássica, no entanto, o equacionamento da teoria clássica nos fornece excelentes valores iniciais para o estudo do problema. Essa constatação também pode estar relacionada ao fato de o modelo pêndulo não ter apresentado dois picos de ressonância.

Através dos estudos paramétricos, verifica-se que os métodos de controle apresentados são eficientes em reduzir praticamente pela metade o movimento oscilatório apresentado pela estrutura. Isso implica em uma sensível diminuição na energia fornecida ao motor, visando a fazê-lo operar com maiores velocidades e diminuindo o risco de ele atingir regime permanente abaixo da velocidade esperada - estagnação. Além disso, dada essa diminuição do movimento oscilatório, esses métodos de controle também podem ser utilizados em controle de abalos em estruturas.

## 6. Referências

- [1] CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J., *Dynamics of structures*. McGraw Hill, 1975.
- [2] FEITOSA, L. C. S., *Controle por impacto de vibrações estruturais excitadas por carregamentos não ideais*. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006
- [3] FERREIRA, M. C., *Análise de um sistema dinâmico não ideal com excitação vertical e horizontal*. Dissertação de mestrado. Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – UNESP, São José do Rio Preto, 2007

- [4] GUILHERME, K. L., *Vibrações não lineares e não ideais de um sistema de dois graus de liberdade*. Dissertação de mestrado. Departamento de Projeto Mecânico - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004
- [5] HASELMAN, D., LITTLEFIELD, B., *MATLAB 6 Curso completo*. São Paulo: Prentice Hall, 2003
- [6] JÚNIOR, N. C., *O uso da análise de Fourier, de Wavelets e dos expoentes de Lyapunov no estudo de um sistema dinâmico não-ideal com atrito seco e excitação externa*. Dissertação de mestrado. Instituto de geociências e ciências exatas – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2007
- [7] KONONENKO, V. O., *Vibrating system of limited power supply*. London Life Books Ltd, 1969.
- [8] KUROIWA, T., *Controle passivo de vibrações de bases de motores não ideais*. Dissertação de mestrado. Departamento de engenharia de estruturas – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003
- [9] INMAN, D. J., *Engineering Vibration*, 2ª Edição, New Jersey: 2001
- [10] OGATA, K., *Modern control engineering*. Prentice-Hall, Third Edition, 1987
- [11] OGATA, K., *System dynamics*. Prentice-Hall, Third Edition, 1998
- [12] PERUZZI, N. J., BALTHAZAR, J. M., PONTES, B. R., BRASIL, R. M. L. R. F., *Nonlinear dynamics and control of an ideal/nonideal load transportation system with periodic coefficients*. *Journal of computational and nonlinear dynamics*, Vol. 2, January 2007, pp 32 – 39
- [13] RAO, S. S., *Mechanical vibrations*. Addison-Wesley Publishing Company, Third Edition
- [14] THOMSON, W. T., *Teoria da vibração com aplicações*. Editora Interciência
- [15] VIERCK, R. K., *Vibration analysis*. Harper & Row, Second Edition

## 7. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## NON-LINEAR VIBRATIONS FED BY NON-IDEAL SOURCES OF ENERGY CONTROL

**Leandro Marino Takazono Orbolato**

Email: [leorbolato@gmail.com](mailto:leorbolato@gmail.com)

**Marcia Midori Okabayashi**

Email: [marcia.okabayashi@gmail.com](mailto:marcia.okabayashi@gmail.com)

**Prof. Dr. Reyolando Manoel Lopes Rebello da Fonseca Brasil**

Email: [reyolando.brasil@poli.usp.br](mailto:reyolando.brasil@poli.usp.br)

*In this paper a study on non linear vibrations, caused by non ideal dynamic systems is done. Two forms of energy absorbers are used. One of the cases is a pendulum which is attached to the main body, which oscillates horizontally. The other case is another absorber body (TMD – tuned mass damper), which is attached to the main body and oscillates along with it. The oscillation is caused by using an unbalanced engine, a limited power supply.*

*It is also considered the existence of an interaction between the power supply and the movement of the structure. If the power supplied by the source of energy is not sufficient, the engine can get stuck in the resonance frequency of the structure, disabling higher engine velocity. The existence of this effect was first brought by Sommerfeld (1904).*

**Keywords:** *dynamic systems, passive control, dynamics of structures, non-ideal sources of energy, steady-state*