

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM DRENO TORÁCICO

Gustavo Kazuto Kimura

São Paulo
2007

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM DRENO TORÁCICO

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Graduação em Engenharia.

Gustavo Kazuto Kimura

Orientador: Prof. Dr. Raul Gonzalez Lima

Área de Concentração:
Engenharia Biomecânica

São Paulo
2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Gustavo Kazuto Kimura

Modelagem e simulação de um dreno torácico, por G.K. Kimura. São Paulo: EPUSP, 2007. 41P

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Dreno 2.Pneumotórax 3.Modelagem 4.Biomecânica 5.Simulação
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica l.t.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e ao meu orientador Prof. Raul, pela compreensão das minhas dificuldades ao longo do projeto.

RESUMO

O dreno torácico é um aparelho mecânico usado na drenagem de fluidos da cavidade intrapleurar. Ele funciona como uma válvula de uma via, deixando o fluido sair de tal espaço, porém não o permitindo retornar. A necessidade do uso de um dreno torácico surge, por exemplo, com a contaminação do espaço intrapleurar por ar devido a uma fissura num pulmão, a qual ocasiona um aumento da pressão intrapleurar o que acaba por dificultar o inflamento do mesmo. Drena-se o fluido, portanto, através de um dreno torácico. O objetivo do trabalho é, essencialmente, a compreensão/definição dos parâmetros do funcionamento de um dreno. De tal forma, pode-se otimizar o projeto deste ou mesmo identificar deficiências e especificar os parâmetros ideais para determinada circunstância. Para alcançar tal meta, usa-se a modelagem matemática, adotadas hipóteses cabíveis, fundamentadas no conhecimento da mecânica respiratória e na teoria de mecânica dos fluidos, para dessa forma poder simular possíveis casos de funcionamento do aparelho.

ABSTRACT

The thoracic drain is a mechanical-based device that has an intrapleural cavity drainage purpose. It works as a unidirectional valve, therefore allowing fluid to flow only outwards of such cavity. A drain is needed, for example, when the intrapleural space gets filled by air, due to lung perforation, which raises intrapleural pressure and makes lung inflation difficult. Such air has got to be drained, therefore, by the thoracic drain. This project's main goal is to comprehend/define parameters that have matter over the functionalities of the drain. If that is achieved, the device's project may be better led, in such way that each of the drain's components can be designed for its specific operation. To achieve such goal, a few plausible assumptions are made so that mathematical modeling can be applied. Knowledge of the respiratory and fluid mechanics are used, so that simulations of the drain's real operation could be made.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	MECÂNICA RESPIRATÓRIA	2
3	PNEUMOTÓRAX	5
4	DRENO TORÁCICO	8
5	PLEURA E A PRESSÃO INTRAPLEURAL	11
5.1	Pressão intrapleural	11
6	FUNDAMENTOS DA MODELAGEM	15
6.1	Resistência e Capacitância de sistemas pneumáticos.	16
6.2	Lei de Poiseuille	18
7	MODELAGEM	21
7.1	Modelagem matemática do sistema pneumático.	22
7.2	Variação das colunas d'água no sistema	24
8	CÁLCULO DAS CONSTANTES DO SISTEMA	27
9	SIMULAÇÃO	31
10	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	35
11	CONCLUSÃO	37
11.1	Relação de diâmetros: Tubo torácico e Frasco Coletor (d e D).....	37
11.2	Altura de submersão da mangueira – H ₂	38
11.3	Densidade do fluido do reservatório coletor - ρ	38
11.4	Resistência do tubo torácico - R.	39
11.5	Capacitância do tubo torácico - C.....	39
11.6	Curva da pressão intrapleural.....	40
12	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – O SISTEMA RESPIRATÓRIO.	2
FIGURA 2.2 – FORÇAS E PRESSÕES NO SISTEMA RESPIRATÓRIO.	3
FIGURA 3.1 – PULMÃO SAUDÁVEL.	5
FIGURA 3.2 – BOLHAS PULMONARES.	6
FIGURA 3.3 – PULMÃO AFETADO POR PNEUMOTÓRAX.....	6
FIGURA 3.4 – INSERÇÃO DE UM DRENO TORÁCICO.....	7
FIGURA 4.1 – DRENO TORÁCICO.....	8
FIGURA 4.2 – RECÉM-NASCIDO.....	10
FIGURA 5.1 – O ESPAÇO INTRAPLEURAL.	11
FIGURA 6.1 – SISTEMA PNEUMÁTICO.....	15
FIGURA 6.2 – MODELO DE ANÁLISE.....	18
FIGURA 6.3 – PERFIL DE VELOCIDADES.....	19
FIGURA 6.4 – VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO RAIOS.	20
FIGURA 7.1 – MODELO SIMPLIFICADO.	21
FIGURA 7.2 – SISTEMA PNEUMÁTICO.....	22
FIGURA 8.1 – DRENO TORÁCICO PADRÃO.....	27
FIGURA 8.2 – RESISTÊNCIA VERSUS RAIOS DA MANGUEIRA.	29
FIGURA 8.3 – CAPACITÂNCIA VERSUS RAIOS DA MANGUEIRA.....	30
FIGURA 9.1 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA A EQUAÇÃO DIFERENCIAL.	31
FIGURA 9.2 – PRESSÃO INTRAPLEURAL EM UM HUMANO SAUDÁVEL.....	32
FIGURA 9.3 – PRESSÃO INTRAPLEURAL EM UM HUMANO ADULTO AFETADO POR PNEUMOTÓRAX INTENSIVO	32
FIGURA 9.4 – PRESSÃO SOBRE A COLUNA D'ÁGUA DO TANQUE 1.	33
FIGURA 9.5 – VARIAÇÃO DA ALTURA DO TANQUE 1.....	34

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 – DIÂMETROS COMUNS DE TUBOS TORÁDICOS.	10
TABELA 8.1 – VALORES UTILIZADOS.	28
TABELA 11.1 – AUMENTO E REDUÇÃO DE $h \times d/D$	37

1 INTRODUÇÃO

O entendimento da mecânica respiratória do ser humano, pelo engenheiro, serve de fundamento para estudos e simulações que, por exemplo, podem auxiliar no projeto e dimensionamento aparelhos biomecânicos, tal como o dreno torácico, objeto de estudo deste trabalho. A quantificação de parâmetros como volumes, pressões, capacitâncias e resistências são utilizadas para compreender o funcionamento do sistema respiratório.

O objetivo do trabalho é, essencialmente, a compreensão/definição dos parâmetros do funcionamento de um dreno, aparelho mecânico usado no tratamento de uma doença que afeta o sistema respiratório: o pneumotórax. Para alcançar tal meta, pretende-se usar a modelagem e simplificação dos fenômenos da mecânica respiratória e, assim, simular possíveis casos de funcionamento do aparelho.

Condições de pressão alteradas pelo pneumotórax – explicado em detalhes posteriormente – devem ser conhecidos, ajudando no entendimento do problema para, dessa forma, poder solucioná-lo.

O desenvolvimento desse trabalho se dará com o entendimento da mecânica respiratória do ser humano e, posteriormente, aplicação de tais condições modelagem e simulação do funcionamento de um dreno, permitindo a melhor compreensão dos parâmetros que influenciam na operação do mesmo.

2 MECÂNICA RESPIRATÓRIA

Antes de compreender a modelagem matemática do dreno, é necessário compreender os fundamentos da mecânica respiratória, pois no decorrer do trabalho utilizar-se-á, por exemplo, do conhecimento de parâmetros como pressões na inspiração, expiração, volumes, capacitâncias, entre outros.

De modo simplificado, considera-se que o sistema respiratório está composto por: caixa torácica, pulmão, pleura e alvéolos. O modelo segue ilustrado abaixo:

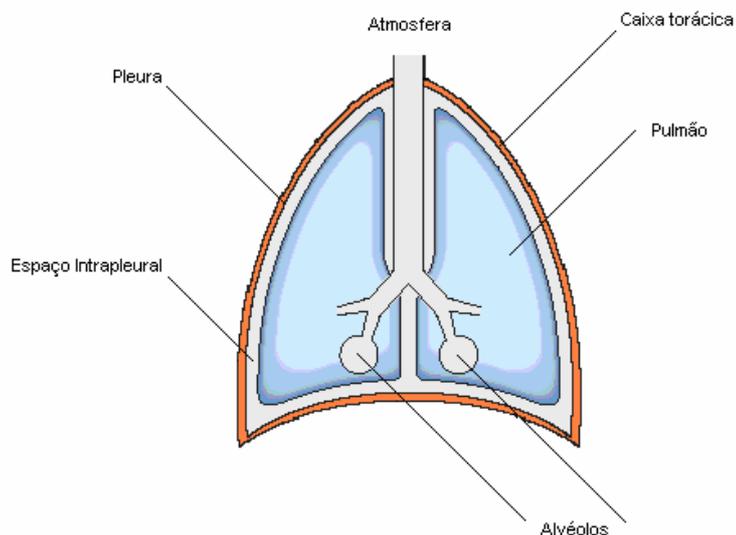


Figura 2.1 – O sistema respiratório.

A mecânica respiratória engloba os fenômenos que permitem tanto a expansão pulmonar e, conseqüentemente, a entrada de ar nos pulmões como a retração e a saída de ar está no equilíbrio das forças que atuam na parede torácica e nos pulmões.

São 6 as pressões/forças admitidas que atuam no pulmão:

- Pressão atmosférica, que tenta impedir a expansão das paredes torácicas.
- Pressão intrapulmonar, a qual, devido à conexão do pulmão com o meio externo, é igual à pressão atmosférica quando as vias aéreas estão abertas e não há fluxo de ar entrando ou saindo do pulmão.
- Pressão intrapleural, objeto importante de nosso estudo e que será tratada com mais detalhes posteriormente.
- Força elástica do tórax, decorrente da estrutura da parede torácica.
- Força elástica pulmonar, decorrente da riqueza pulmonar em fibras elásticas, que tende a retrair o pulmão.
- Forças motoras da respiração, ou seja, as forças realizadas pelos músculos torácicos e diafragma.

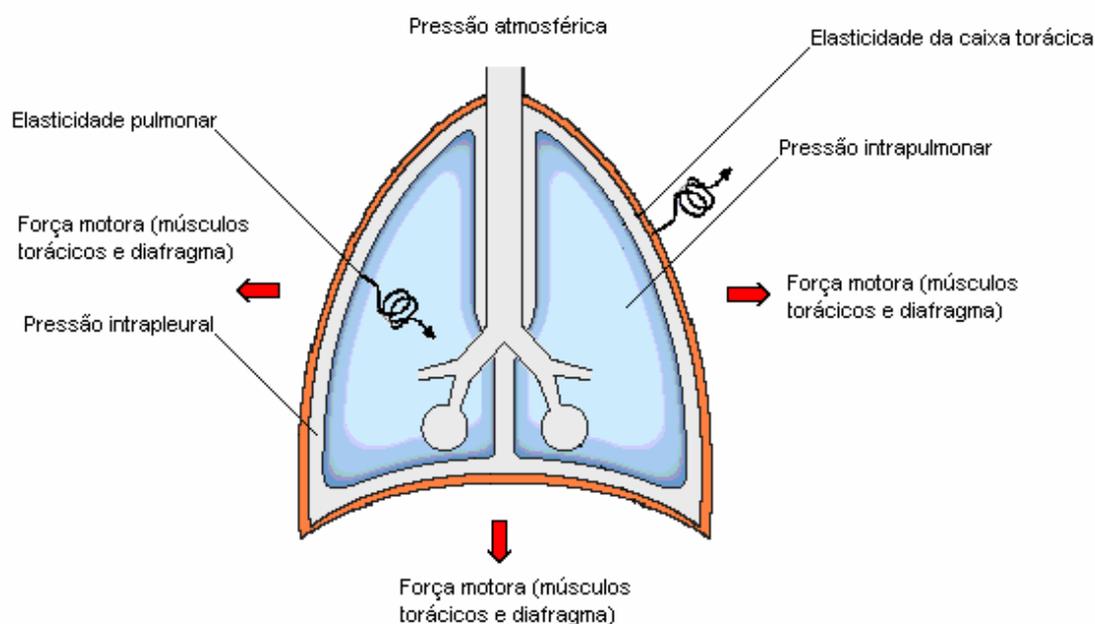


Figura 2.2 – Forças e pressões no sistema respiratório.

Com as vias aéreas abertas e sem fluxo de ar entrando e saindo dos pulmões, estas forças estão em equilíbrio, de tal forma que elas se anulam. O equilíbrio é alterado a favor da expansão do tórax através de contrações dos músculos da parede

torácica. Rompido o equilíbrio das forças, o pulmão se distende e o ar é inspirado. A distensão dos pulmões estica suas fibras elásticas, as quais acumulam energia potencial elástica.

Cessadas as contrações musculares esta energia acumulada nas fibras elásticas inverte o sistema de forças, cuja resultante fica a favor da retração pulmonar e o ar é expirado.

A inspiração é um trabalho ativo, por envolver trabalho muscular e conseqüentemente gasto energético e a expiração (não forçada) é passiva, pois é decorrente da retração das fibras elásticas pulmonares.

Qualquer fator que altere o equilíbrio das forças ocasiona um distúrbio respiratório. Assim, uma lesão que perfure a parede pulmonar faz com que o ar entre no espaço intrapleural e, em conseqüência, a pressão atmosférica passe a atuar diretamente sobre o pulmão, anulando a pressão intrapulmonar e fazendo predominar a elasticidade pulmonar. Em decorrência destes fatos, o pulmão irá se retrair, colabando-se. Este fenômeno recebe o nome de pneumotórax.

3 PNEUMOTÓRAX

É o acúmulo de ar no espaço pleural - o espaço entre o pulmão e a membrana pleural.

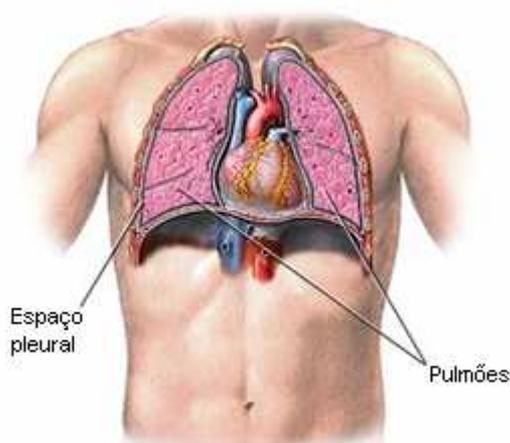


Figura 3.1 – Pulmão saudável.

A entrada ou acúmulo de ar no espaço pleural pode ser causado por uma perfuração, mas também pode ser espontâneo, ou seja, pequenas bolhas sobre a superfície do pulmão podem se romper, ocasionando uma fissura no pulmão, a qual permite o vazamento de ar para o espaço pleural.

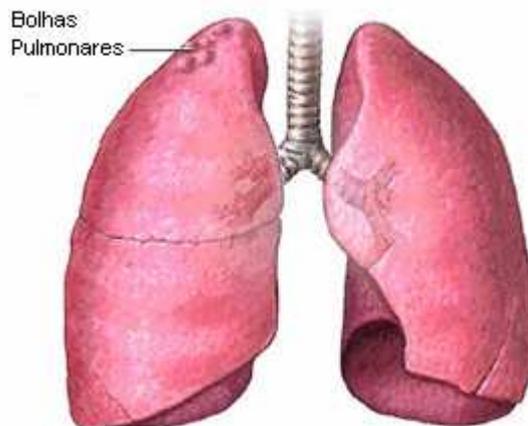


Figura 3.2 – Bolhas pulmonares.

O ar, ao entrar entre o pulmão e a parede torácica, pode comprimir o pulmão e causar dificuldade para respirar.

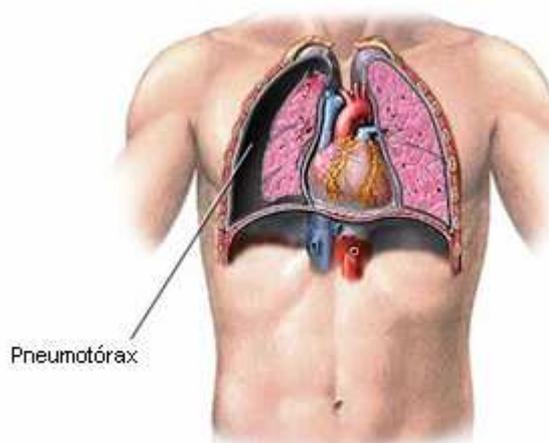


Figura 3.3 – Pulmão afetado por pneumotórax.

O tratamento é cirúrgico – coloca-se um tubo acoplado a uma válvula unidirecional que só permite o ar sair do espaço pleural e, assim, facilitar a re-expansão do pulmão. Esse aparelho recebe o nome de dreno torácico

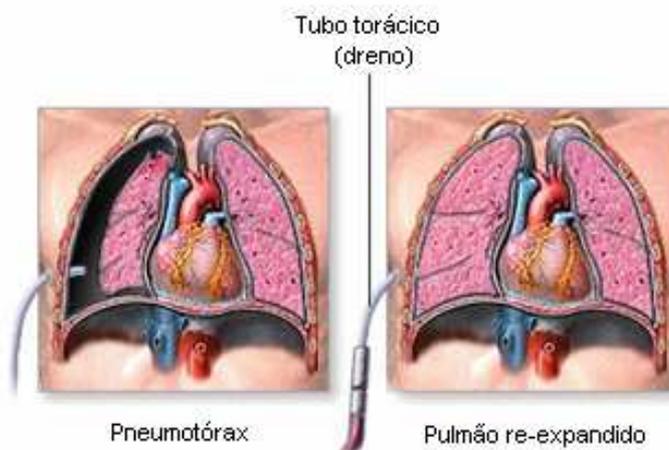


Figura 3.4 – Inserção de um dreno torácico.

Quem já teve pneumotórax espontâneo uma vez tem um risco maior de ter outro episódio (outro vazamento de ar) no futuro. Se este fenômeno ficar repetitivo demais, pode ser necessária uma operação de maior porte para evitar que isto continue acontecendo.

4 DRENO TORÁCICO

O dreno torácico é um aparelho mecânico cuja função é drenar para o exterior o gás acumulado no espaço pleural, restaurando sua pressão normal e, dessa forma, re-expandir o pulmão colapsado, como na figura 3.4. Este dreno funciona como uma válvula de uma via, deixando ar sair do espaço, mas não o permitindo retornar. Segue abaixo uma ilustração:



Figura 4.1 – Dreno torácico.

Este sistema é composto simplesmente por um tubo e por um recipiente coletor do produto drenado, colocados de modo escoar o fluido que contamina o espaço pleural num único sentido, do pulmão para o recipiente coletor.

No sistema em estudo, uma mangueira tem uma das extremidades mergulhada (cerca de 2 cm) num fluido contido num vasilhame. A outra extremidade encontra-se conectada ao cateter torácico.

A coluna de água que preenche a porção imersa da tubulação vai funcionar como válvula unidirecional. Na expiração, esta permite a passagem do fluido

drenado para o frasco coletor (por se desenvolver no circuito uma pressão positiva) e, durante a inspiração, impede o retorno desse fluido por se elevar uma coluna de água que estabiliza a diferença de pressão entre o frasco coletor e a pressão intrapleural.

A técnica da drenagem torácica consiste na colocação de um cateter torácico no espaço pleural, e a sua conexão a um sistema de drenagem.

A drenagem é passiva, ou seja, usa apenas a força gravitacional e a pressão positiva intrapleural. Por este processo, a drenagem é feita lentamente, sendo necessárias atividades de fisioterapia respiratória para que, através do aumento da pressão intrapleural, se possa expulsar o fluido da cavidade. É o processo de drenagem mais comumente utilizado.

A drenagem torácica pode executar-se por ação:

1) Gravitacional.

O ar e/ou os fluidos deslocam-se de um nível mais alto para um nível mais baixo, isto é, deslocam-se dos valores de maior pressão para os de menor pressão. Ao colocar os frascos coletores a um nível inferior ao do tórax estamos a estabelecer um circuito cujo sentido é do tórax para os frascos. A inversão desse sentido leva a que seja reintroduzido o produto drenado na cavidade pleural, levando a um agravamento do problema.

2) Pressão positiva intrapleural.

O ar e os fluidos em excesso contidos na cavidade pleural estão sob pressão, ou seja, estão sujeitos a um valor de pressão mais elevada que os contidos no frasco coletor. Esta pressão leva esse ar e esses fluidos a serem deslocados em direção ao frasco coletor.

Observa-se que é possível escolher, dependendo do tamanho do paciente e tipo de fluido escoado, tubos torácicos com diâmetros diferentes. No mercado, alguns dos diâmetros comuns de tubo torácico para serem usados são:

ESCALA FR <i>FR Scale</i>	Ø Interno <i>Internal Ø</i>	Ø Externo <i>External Ø</i>
10 Fr	2,0 mm	3,3 mm
12 Fr	2,5 mm	4,0 mm
14 Fr	3,0 mm	4,7 mm
16 Fr	3,5 mm	5,3 mm
18 Fr	4,0 mm	6,0 mm
20 Fr	4,5 mm	6,7 mm
22 Fr	5,0 mm	7,3 mm
24 Fr	5,5 mm	8,0 mm
26 Fr	6,0 mm	8,7 mm
28 Fr	6,5 mm	9,3 mm
30 Fr	7,0 mm	10,7 mm
32 Fr	7,5 mm	10,7 mm
34 Fr	8,0 mm	11,3 mm
36 Fr	8,5 mm	12,0 mm
38 Fr	9,0 mm	12,7 mm
40 Fr	9,5 mm	13,3 mm

Tabela 4.1 – Diâmetros comuns de tubos torácicos.

A necessidade de um correto dimensionamento de um dreno torácico pode ser ilustrada em casos extremos, como os de pneumotórax em recém-nascidos. Além da fragilidade da saúde destes, suas dimensões e pressões estão em outra escala, quando comparadas com as de um ser humano adulto. Dessa forma, um dreno mal dimensionado pode comprometer a drenagem de fluidos e comprometer a vida do recém-nascido.



Figura 4.2 – Recém-nascido.

5 PLEURA E A PRESSÃO INTRAPLEURAL

Na cavidade torácica os pulmões estão envolvidos por uma membrana de dupla parede, a pleura, que apresenta dois folhetos: a pleura parietal, que reveste a parede torácica e o diafragma, e a pleura pulmonar, que reveste o pulmão.

O espaço entre a pleura parietal e pleura pulmonar é denominado espaço intrapleural.

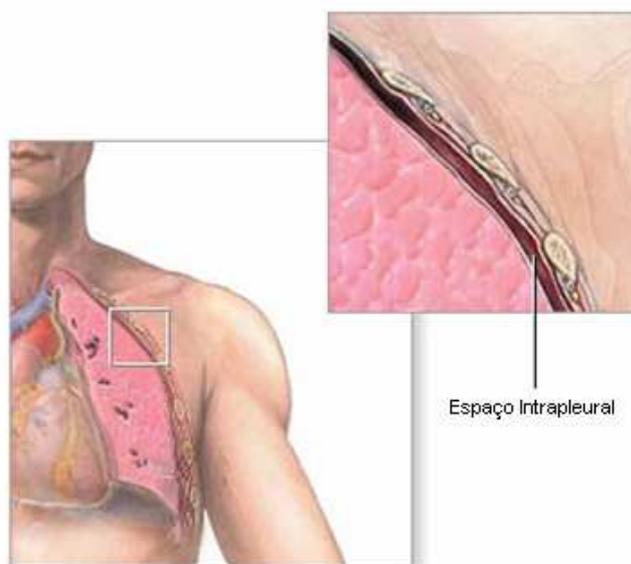


Figura 5.1 – O espaço intrapleural.

5.1 Pressão intrapleural

A pressão intrapleural é responsável por expandir os pulmões e é objeto de estudo do projeto, uma vez que age diretamente como parâmetro no funcionamento do aparelho a ser modelado e simulado, o dreno torácico. Dessa forma, é necessário conhecer sua ação na mecânica respiratória, além da quantificação durante um ciclo respiratório.

Um modelo simples pode explicar a ação da pressão intrapleural:

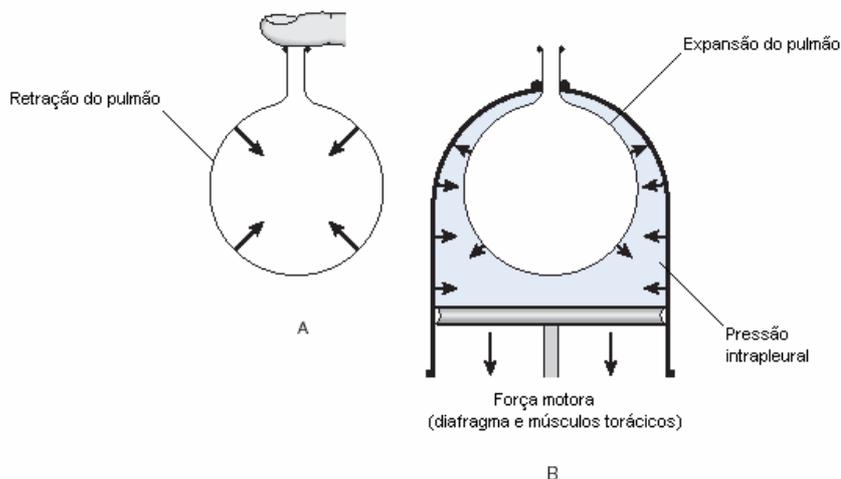


Figura 5.1.1 – Ação da pressão intrapleural.

Para o balão da figura A ser esticado, ele deve ser sujeito a uma força. No caso de um objeto 3D, consideremos uma pressão. Neste simples modelo de pulmão o inflamento do balão é a inspiração e o murchamento é a expiração.

Para expandir o balão, é necessário que haja um gradiente de pressão entre o exterior e interior. Considerando uma abertura à atmosfera, a maneira de obter o gradiente, similarmente ao funcionamento do pulmão, é como mostra a figura B. Estando confinado a um espaço restrito por paredes fixas e um êmbolo inferior, móvel o balão expande quando se movimenta aquele, de modo a aumentar o volume e, assim, diminuir a pressão, uma vez que o produto Pressão x Volume é constante.

Para o balão expandir, é necessário que a pressão externa supere as forças elásticas pulmonares. No caso, a pressão externa ao pulmão é a pressão intrapleural.

Mesmo quando se está completamente em repouso, no fim da expiração sem contração dos músculos respiratórios, há uma tensão entre os pulmões, cuja elasticidade está fazendo-os retraírem, e a parede torácica cuja elasticidade, por sua vez, tende a distendê-los para fora. Essas duas estruturas estão “unidas” pelo fluido intrapleural no espaço intrapleural. Pelo fato de existir tal fluido, incompressível, e de o espaço intrapleural ser ausente de ar, os pulmões estão firmemente presos à parede torácica como uma ventosa contra uma parede.

Outro modo de visualizar o mecanismo de inflamento dos pulmões através da pressão intrapleural é imaginar uma seringa com dois êmbolos sendo puxados em direções opostas, como na figura abaixo.

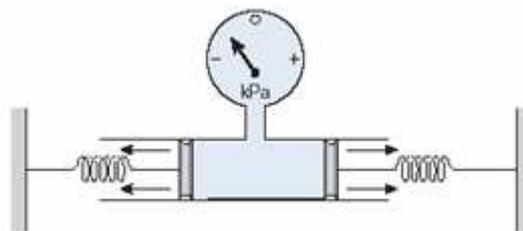


Figura 5.1.2 – Pressão intrapleural subatmosférica.

Do modelo é possível ver que a pressão intrapleural é negativa em relação à pressão atmosférica. Isso significa que um furo entre a atmosfera ou o alvéolo e o espaço intrapleural permitirá o aumento da pressão em volta do pulmão, comprimindo-o. Essa condição é um tipo de pneumotórax.

A pressão subatmosférica em volta do pulmão expande-o para certo volume. Se essa pressão não se alterasse, o volume do pulmão não se alteraria e não seria possível respirar.

Os pulmões expandem pela alteração da pressão intrapleural, a qual, por sua vez, é alterada pela contração do diafragma, que funciona como o êmbolo da seringa do modelo da figura acima.

Uma curva de pressão intrapleural típica para um humano saudável é da forma abaixo:

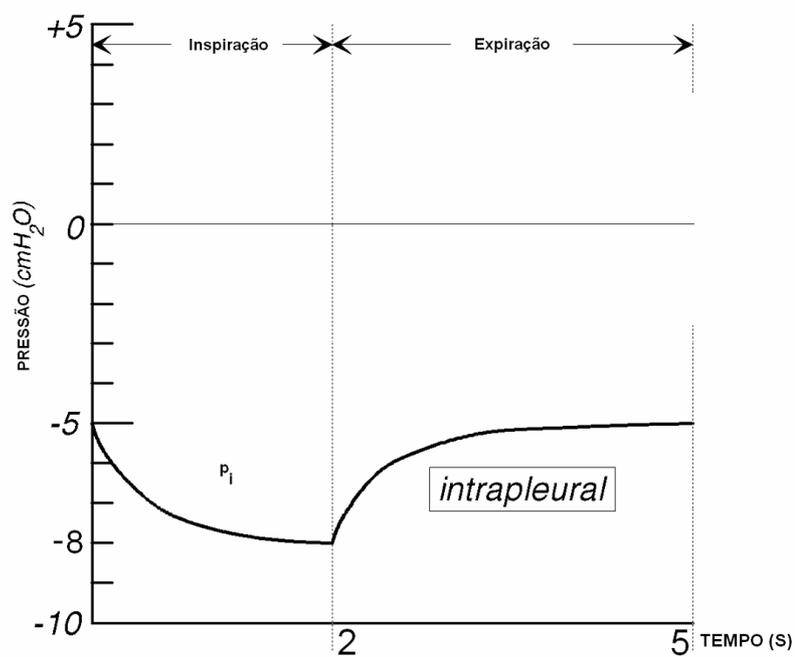


Figura 5.1.3 – Pressão intrapleural x tempo em um humano saudável.

Para um indivíduo afetado por pneumotórax hipertensivo, admite-se que a curva tenha o mesmo comportamento, porém esta estará deslocada para o lado positivo de pressões, ou seja, a pressão intrapleural (relativa) será positiva, acima da atmosférica.

6 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM

Para modelar o sistema, antes é preciso de alguns conceitos de modelagem. Para o projeto em si, as teorias que envolvem o equacionamento do modelo seguem abaixo.

Nas discussões de sistemas pneumáticos do projeto, assume-se que o escoamento é subsônico. Se a velocidade do ar no sistema pneumático for menor que a velocidade do som, então, como para sistemas de reservatórios de líquidos, os sistemas pneumáticos podem ser descritos em termos de resistência e capacitância.

Antes de derivarmos um modelo matemático de um sistema pneumático, nós examinamos algumas propriedades físicas do ar e outros gases. Então nós definimos a resistência e capacitância de sistemas pneumáticos. Finalmente, é possível derivar um modelo matemático de um sistema pneumático em termos da resistência e capacitância.

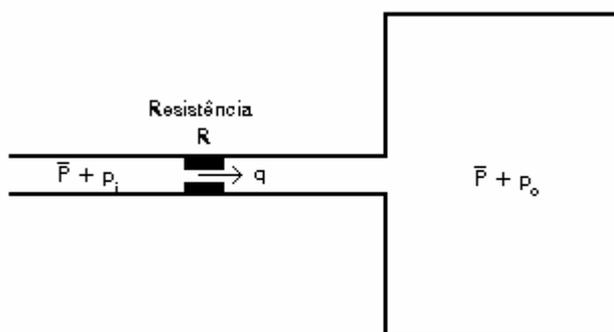


Figura 6.1 – Sistema pneumático.

Considere o sistema pneumático ilustrado na figura 6.1. Em regime permanente, a pressão do sistema é \bar{P} . Se a pressão à montante muda para $\bar{P} + p_i$, onde p_i é uma pequena quantidade quando comparada com \bar{P} , então a pressão à jusante (a pressão no vaso) se altera para $\bar{P} + p_o$, onde p_o é também uma pequena quantidade, em relação à \bar{P} . Tal sistema pneumático pode ser caracterizado em termos de uma resistência e uma capacitância.

6.1 Resistência e Capacitância de sistemas pneumáticos.

Resistência ao escoamento de ar em tubos, orifícios, válvulas e quaisquer outros dispositivos que restringem o escoamento podem ser definidos como a mudança em pressão diferencial (existente entre a montante e jusante do dispositivo) (N/m^2) necessária para fazer uma alteração unitária no fluxo de massa (kg/s), ou seja:

$$\text{Resistência } R = \frac{\text{variação na pressão diferencial}}{\text{variação no fluxo de massa}} \frac{N/m^2}{kg/s} \text{ ou } \frac{N \cdot s}{kg \cdot m^2}$$

Dessa forma, a resistência R pode ser expressa como:

$$R = \frac{d(\Delta p)}{dq} \quad (6.1)$$

Onde $d(\Delta p)$ é a variação na pressão diferencial e dq é a variação no fluxo de massa. Uma determinação teórica da resistência ao escoamento de ar será descrita posteriormente.

Para o vaso de pressão pneumático, a capacitância pode ser definida como a variação na massa de ar (kg) no vaso necessária para variar uma unidade de pressão (N/m^2), ou seja:

$$\text{Capacitância } C = \frac{\text{variação na massa de ar}}{\text{variação de pressão}} \frac{kg}{N/m^2} \text{ ou } \frac{kg \cdot m^2}{N}$$

Pode também a capacitância ser expressa como:

$$C = \frac{dm}{dp} = V \cdot \frac{d\rho}{dp} \frac{kg}{N/m^2} \quad (6.2)$$

Onde

m = massa de ar no vaso, kg

p = pressão absoluta do ar, N/m^2

V = volume do vaso, m^3

ρ = massa específica, kg/m^3

Tal capacitância, C , pode ser calculada através da fórmula de gás perfeito.

Para o ar, tem-se:

$$p \cdot v = \frac{p}{\rho} = \frac{\bar{R}}{M} \cdot T = R_{ar} \cdot T \quad (6.3)$$

Onde

p = pressão absoluta do ar, N/m^2

v = volume específico do ar, m^3

M = peso molecular do ar por mol, $\text{kg/kg} \cdot \text{mol}$

\bar{R} = constante universal dos gases, $\text{N} \cdot \text{m} / \text{kg} \cdot \text{mol K}$

R_{ar} = constante dos gás - ar, $\text{N} \cdot \text{m} / \text{kg K}$

T = temperatura absoluta do ar, K

Se uma variação de estados do ar é isotérmica e adiabática:

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{constante} \quad (6.4)$$

Onde n = expoente politrópico

Uma vez que $\frac{d\rho}{dp}$ pode ser obtido como:

$$\frac{d\rho}{dp} = \frac{\rho}{n \cdot p} \quad (6.5)$$

Substituindo, tem-se que:

$$\frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{n \cdot R_{ar} \cdot T} \quad (6.6)$$

Então, a capacitância do vaso é:

$$C = \frac{V}{n \cdot R_{ar} \cdot T} \frac{kg}{N/m^2} \quad (6.7)$$

Da análise, conclui-se que a capacitância do vaso de pressão não é constante, mas depende do processo de expansão envolvido, a natureza do gás e da temperatura do gás no vaso. O valor do expoente politrópico n é considerado aproximadamente constante ($n=1$).

6.2 Lei de Poiseuille

A dedução de Poiseuille permite a dedução teórica da resistência ao escoamento do ar pelo tubo torácico.

Considerando laminar o escoamento pelo tubo do dreno, a vazão volumétrica é dada pela diferença de pressão entre a jusante e a montante dividida pela resistência viscosa. Essa resistência depende linearmente da viscosidade do fluido e do comprimento, mas do raio do tubo é proporcional à quarta potência.

A figura ilustra um tubo de comprimento L , raio interno r , pressão à montante P_1 e pressão à jusante P_2 . O escoamento é considerado laminar.



Figura 6.2 – Modelo de análise.

A figura abaixo ilustra o perfil de velocidades para o escoamento laminar dentro do tubo:

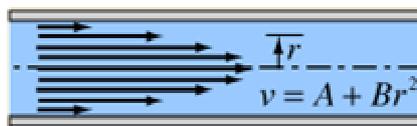


Figura 6.3 – Perfil de Velocidades.

A relação da velocidade com a distância r do centro do tubo é dada por:

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (6.8)$$

A solução geral para tal equação é do tipo $v = A + Br^2$, em que A e B são constantes as quais devem ser encontradas através das condições de contorno do escoamento, ou seja: $v = 0$ para $r = R$ (velocidade nula na parede). Derivando e substituindo:

$$\begin{aligned} 2B + \frac{1}{r} \cdot 2 \cdot B \cdot r &= -\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad \text{para } r = 0 \Rightarrow B = -\frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \\ v = 0 &= A - \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot R^2 \quad \text{para } r = R \Rightarrow A = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot R^2 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Temos então que o perfil de velocidades é:

$$v(r) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot [R^2 - r^2] \quad (6.10)$$

E a máxima velocidade será, para $r = 0$:

$$v_{\max} = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot R^2 \quad (6.11)$$

E, portanto:

$$v(r) = \frac{v_{\max}}{R^2} \cdot [R^2 - r^2]$$

$$\therefore v(r) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (6.12)$$

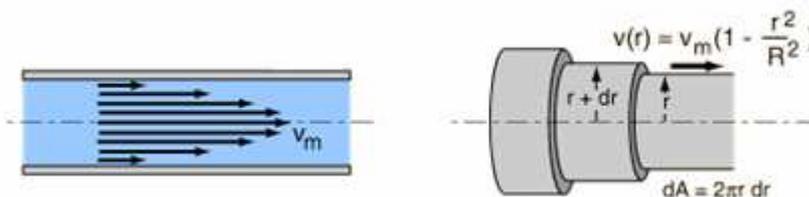


Figura 6.4 – Velocidade em função do raio.

A vazão volumétrica pelo tubo é definida da relação:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{R} \quad (6.13)$$

Mas a vazão volumétrica também pode ser encontrada através de:

$$Q = \int v \cdot dA$$

$$Q = \int_0^R v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot v_{\max} \cdot \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4 \cdot R^2} \right]_0^R$$

$$\therefore Q = \frac{v_{\max}}{2} \cdot A \quad (6.14)$$

Daí vem que:

$$Q = \frac{A}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{L} \cdot r^2 \quad (6.15)$$

Substituindo:

$$\frac{A}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{L} \cdot r^2 = \frac{P_1 - P_2}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{A \cdot r^2}, \text{ onde } A = \pi \cdot r^2 \quad (6.16)$$

$$\therefore R = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4}$$

7 MODELAGEM

Modelo simplificado para o dreno torácico:

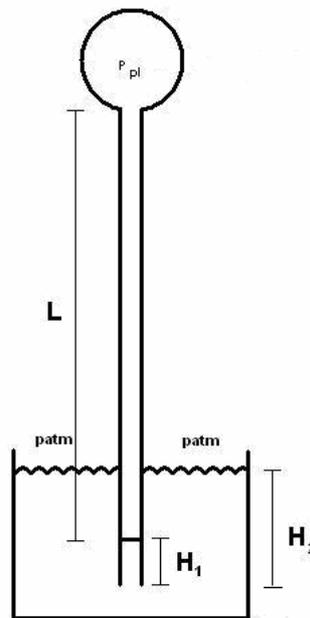


Figura 7.1 – Modelo simplificado.

O objetivo da modelagem do dreno será determinar a variação das alturas H_1 e H_2 durante um ciclo respiratório. Para deixar mais claro o funcionamento do modelo, este será ilustrado da seguinte forma:

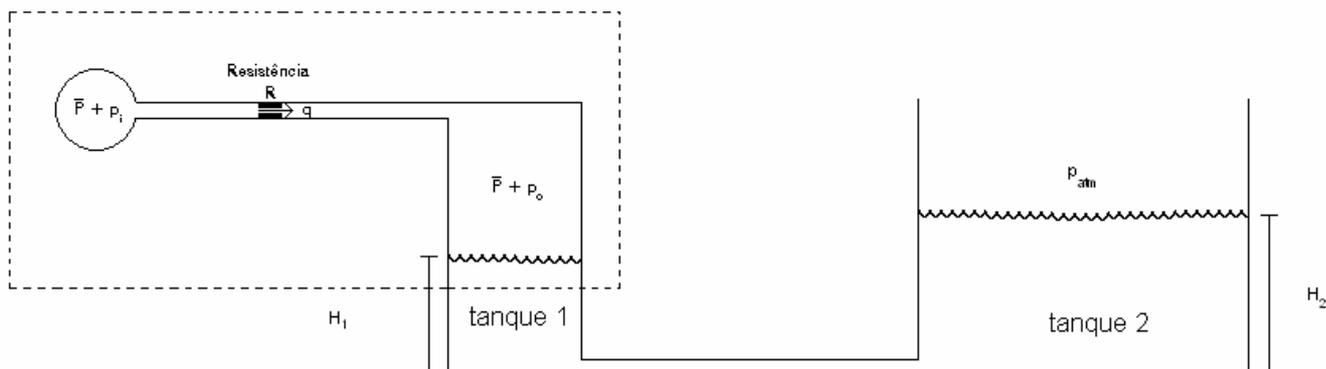


Figura 7.2 – Sistema Pneumático.

7.1 Modelagem matemática do sistema pneumático.

O sistema pneumático ilustrado pela Fig. (7.1.1) consiste num vaso e um tubo com uma resistência. É considerado equivalente ao trecho demarcado na Fig. (7.2) do dreno. Dessa forma, será possível encontrar a pressão no tanque de altura H_1 tendo como entrada a pressão intrapleural.

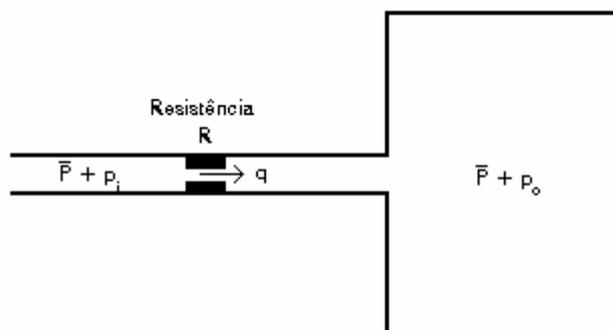


Figura 7.1.1 – Sistema pneumático equivalente.

A função de transferência tem como entrada a pressão intrapleural e saída a pressão sobre a coluna d'água do tanque 1.

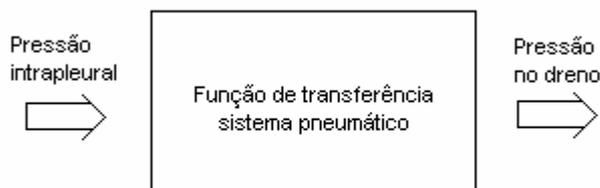


Figura 7.1.2 – Entrada e saída.

Se assumirmos apenas pequenas variações nos parâmetros, em relação aos valores de regime permanente, então o sistema pode ser considerado linear. Anteriormente, definimos:

\bar{P} = Pressão de regime permanente do sistema, N/m^2

p_i = Pequena variação na pressão à montante, N/m^2

p_o = Pequena variação na pressão à jusante, N/m^2

m = massa de ar no vaso, kg

V = volume do vaso, m^3

p = pressão absoluta do ar, N/m^2

q = vazão mássica, kg/s

A capacitância do vaso de pressão pode ser escrita como:

$$C = \frac{dm}{dp_o} \quad (7.1)$$

ou

$$C \cdot dp_o = dm \quad (7.2)$$

Esta última equação mostra que a capacitância C vezes a variação da pressão dp_o no vaso durante dt segundos é igual a dm , a variação de massa de ar no vaso

durante o mesmo intervalo de tempo. Ainda, a variação de massa, dm , é igual à vazão de massa durante dt segundos, ou seja, $q \times dt$. Dessa forma:

$$C \cdot dp_o = q \cdot dt \quad (7.3)$$

Substituindo $q = \left(\frac{p_i - p_o}{R} \right)$ nesta última equação:

$$C \cdot dp_o = \left(\frac{p_i - p_o}{R} \right) \cdot dt \quad (7.4)$$

Reescrevendo:

$$R \cdot C \cdot \frac{dp_o}{dt} + p_o = p_i \quad (7.5)$$

onde RC tem unidade temporal e é a constante de tempo do sistema.

Lembrando que através de tal equação diferencial encontra-se a pressão sobre a coluna d'água do tanque 1, parâmetro usado no cálculo da variação das colunas d'água do sistema.

7.2 Variação das colunas d'água no sistema

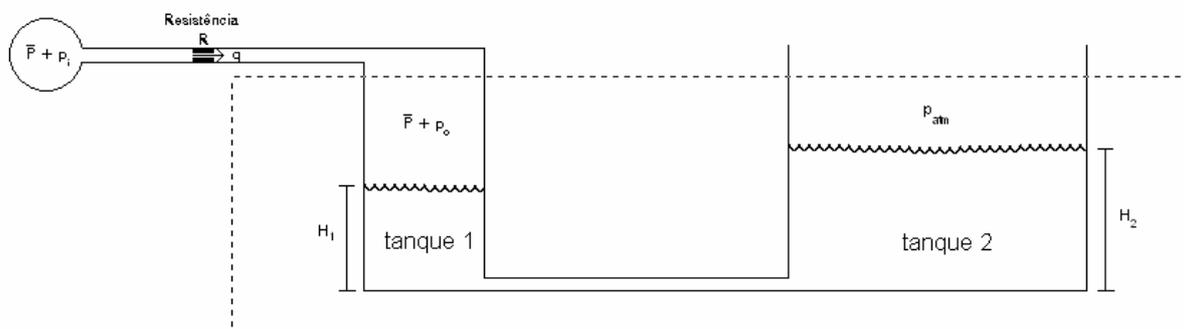


Figura 7.2.1 – Tanques comunicantes.

Os tanques comunicantes demarcados na Fig.(7.5) serão equivalentes ao sistema ilustrado abaixo:

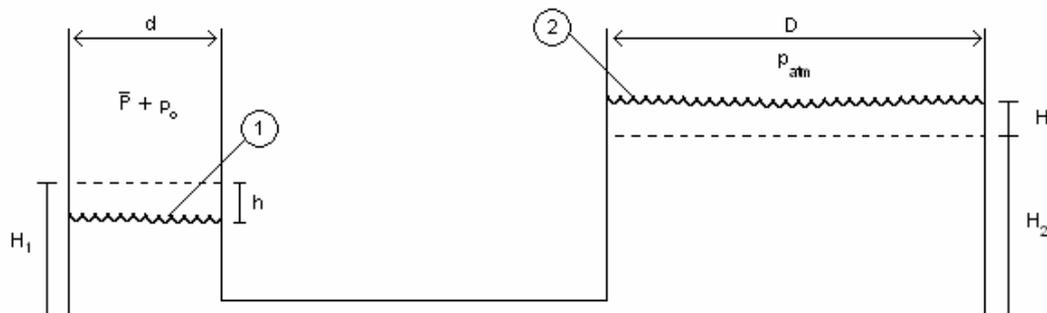


Figura 7.2.2 – Modelo equivalente.

Considerando os volumes relativos entre reservatórios e dimensionamento físico do sistema, ou seja, o tubo do dreno torácico está no mesmo ambiente do reservatório coletor, e que não há praticamente resistência ao escoamento do fluido pelo orifício, admite-se que a variação das colunas d'água sejam próxima dos valores que podem ser encontrados usando as fórmulas de equilíbrio de forças para fluidos estáticos.

Para um fluido incompressível, $\rho = \text{constante}$. Então, com a aceleração da gravidade constante:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho \cdot g \Rightarrow dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

e

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = - \int_{z_1}^{z_2} \rho \cdot g \cdot dz$$

$$p_2 - p_1 = -\rho \cdot g (z_2 - z_1) \text{ ou } p_1 - p_2 = \rho \cdot g (z_2 - z_1) \quad (7.6)$$

Substituindo, obtém-se:

$$\begin{aligned} \bar{P} + p_o - p_{atm} &= \rho \cdot g \cdot [H_2 + H - H_1 + h] = \rho \cdot g \cdot [(H_2 - H_1) + (H + h)] \\ \bar{P} + p_o &= [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)] + \rho \cdot g \cdot (H + h) \end{aligned} \quad (7.7)$$

Mas o volume deslocado do reservatório deve ser igual ao volume que sobe na coluna do tubo, uma vez que o volume total do líquido é considerado constante, ou seja:

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

ou

$$H = h \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \quad (7.8)$$

Substituindo, tem-se:

$$\bar{P} + p_o = [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)] + \rho \cdot g \cdot \left[h \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 + h \right] \quad (7.9)$$

$$\bar{P} + p_o = [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)] + \rho \cdot g \cdot h \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2 \right]$$

Portanto:

$$h = \frac{\bar{P} + p_o - [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)]}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2 \right]} \quad (7.10)$$

e,

$$H = \frac{\bar{P} + p_o - [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)]}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2 \right]} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \quad (7.11)$$

8 CÁLCULO DAS CONSTANTES DO SISTEMA

A simulação será feita baseada nas dimensões de um dreno de uso comum, utilizado no tratamento do pneumotórax:



Figura 8.1 – Dreno torácico padrão.

TABELA DOS VALORES

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Diâmetro da mangueira	d	0,01	m
Diâmetro do reservatório	D	0,15	m
Viscosidade dinâmica (ar)	η	$1,84 \times 10^{-5}$	Pa . s
Comprimento da mangueira	L	1,50	m

Volume da mangueira	$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L$	9,42 x 10 ⁻⁵	m ³
Temperatura	T	300	K
Massa específica (ar)	ρ_{ar}	1,18	kg/m ³
Altura do reservatório 1	H ₁	20	mm
Altura do reservatório 2	H ₂	20	mm
Massa específica (água)	$\rho_{água}$	997	kg/m ³
Aceleração da gravidade	g	9,8	m/s ²
Constante dos gases (ar)	R_{ar}	287	$\frac{N \cdot m}{kg \cdot K}$

Tabela 8.1 – Valores utilizados.

Resistência:

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4} \quad (8.1)$$

$$R = 4,69 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{L}{r^4}$$

A partir da fórmula, é possível perceber que a resistência varia drasticamente com a variação do raio do tubo. Para uma mangueira de dreno, é recomendado um baixo valor de resistência. Dessa forma, tubos torácicos devem ser dimensionados dando atenção ao comprimento e principalmente ao raio, parâmetro que aumenta a resistência drasticamente.

A curva a seguir ilustra a tendência da variação da resistência com relação ao raio.

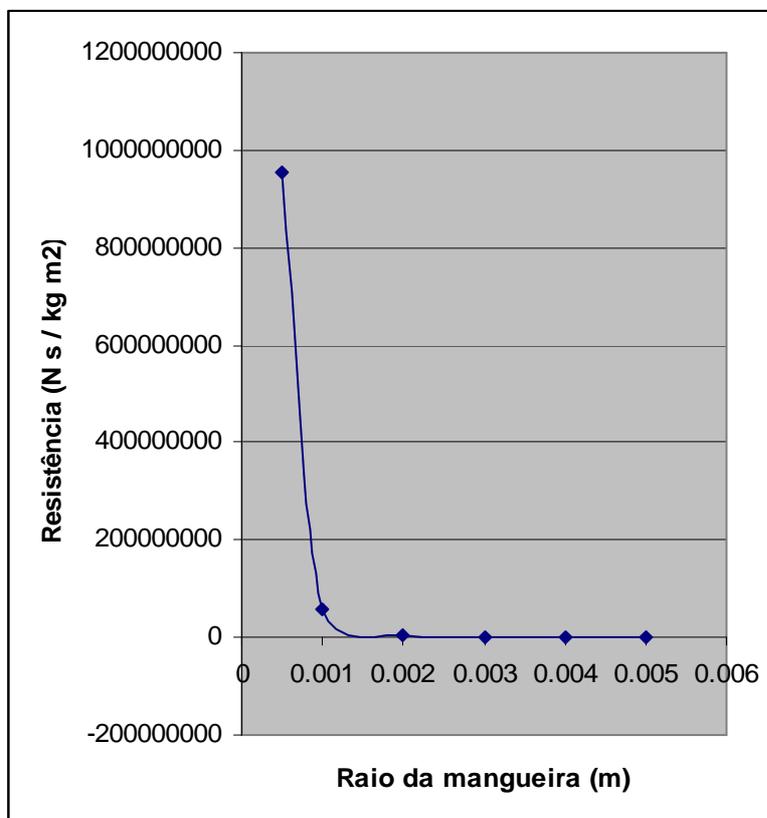


Figura 8.2 – Resistência versus Raio da mangueira.

Para o dreno em estudo temos $r = 0,005\text{m}$ e $L = 1,50\text{m}$ e, portanto:

$$R = 11,25 \cdot 10^4 \frac{N \cdot s}{m^2 \cdot m^3}$$

ou

$$R = 9,53 \cdot 10^4 \frac{N \cdot s}{m^2 \cdot kg}$$

(8.2)

Capacitância:

$$C = \frac{V}{n \cdot R_{ar} \cdot T} \frac{kg}{N/m^2}$$

$$C = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot L}{4 \cdot n \cdot R_{ar} \cdot T} \quad (8.3)$$

$$C = 9,12 \cdot 10^{-6} \cdot d^2 \cdot L$$

Nota-se que a capacitância é proporcional ao comprimento a mangueira e ao quadrado do diâmetro.

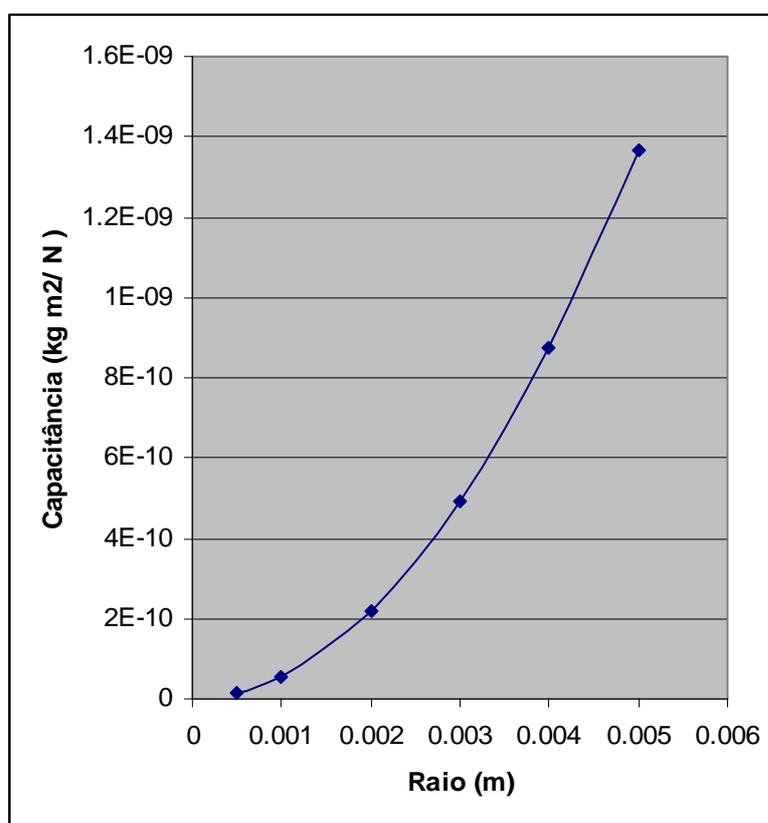


Figura 8.3 – Capacitância versus Raio da mangueira.

Para o dreno em estudo temos $r = 0,005m$ e $L = 1,50m$ e, portanto:

$$C = 1,37 \cdot 10^{-9} \frac{kg}{N/m^2} \quad (8.4)$$

9 SIMULAÇÃO

Como visto anteriormente, a equação que rege o comportamento do sistema acima é:

$$R \cdot C \cdot \frac{dp_o}{dt} + p_o = p_i$$

$$\begin{cases} R = 9,53 \cdot 10^4 \frac{N \cdot s}{m^2 \cdot kg} \\ C = 1,37 \cdot 10^{-9} \frac{kg}{N/m^2} \end{cases} \quad (9.1)$$

$$\therefore 1,30 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{dp_o}{dt} + p_o = p_i$$

Onde p_i é a entrada do sistema e p_o a saída.

O diagrama de blocos que representa tal equação diferencial é:

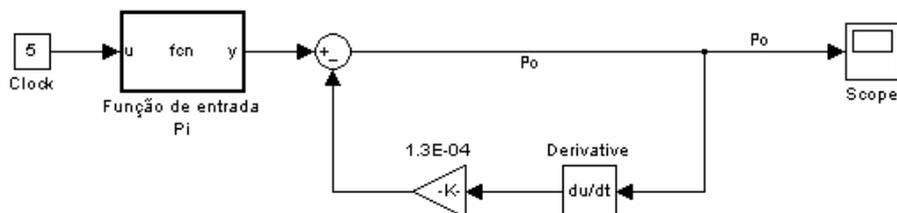


Figura 9.1 – Diagrama de blocos para a equação diferencial.

No diagrama, o bloco que representa a função de entrada é a função da pressão intrapleural. O comportamento desta, além dos máximos e mínimos, para um indivíduo saudável, é ilustrado pela figura abaixo:

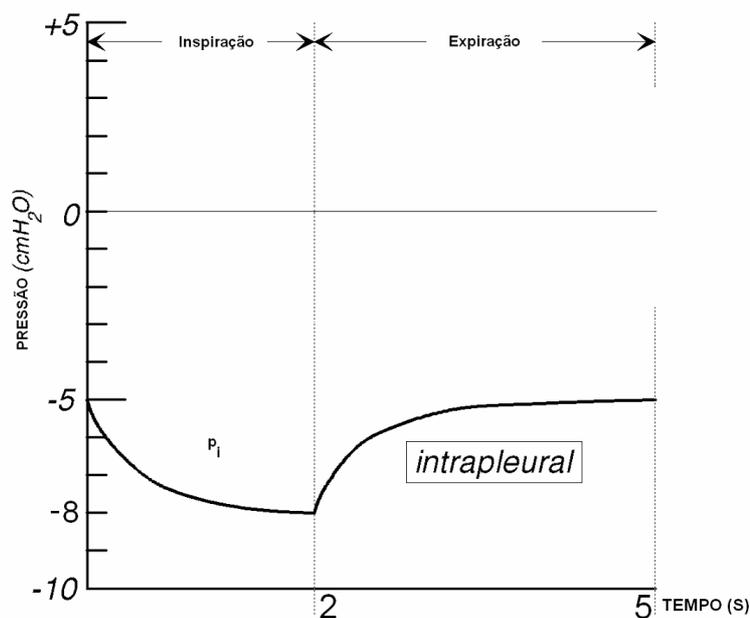


Figura 9.2 – Pressão intrapleural em um humano saudável.

Para um indivíduo com pneumotórax hipertensivo, admite-se que o comportamento seja o mesmo. Contudo, tendo uma pressão pleural positiva, devido à doença, a curva será deslocada para cima, de forma que possamos adequar as condições de contorno ao funcionamento do dreno.

Exemplificando com uma curva de pressão deslocada de $10\text{cmH}_2\text{O}$, temos a curva:

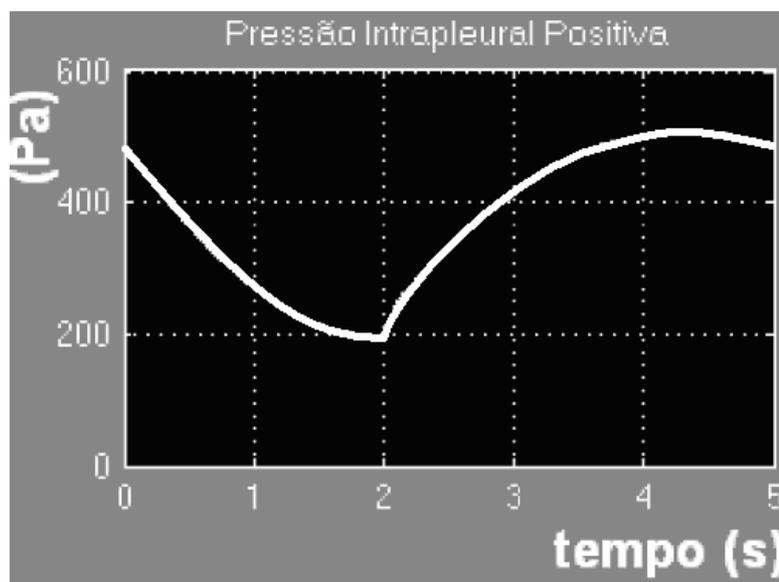


Figura 9.3 – Pressão intrapleural em um humano adulto afetado por pneumotórax intenso

Usando-a para simular a queda de pressão ao longo da mangueira e para encontrar curva da pressão sobre a coluna d'água no tanque 1, tem-se como gráfico:

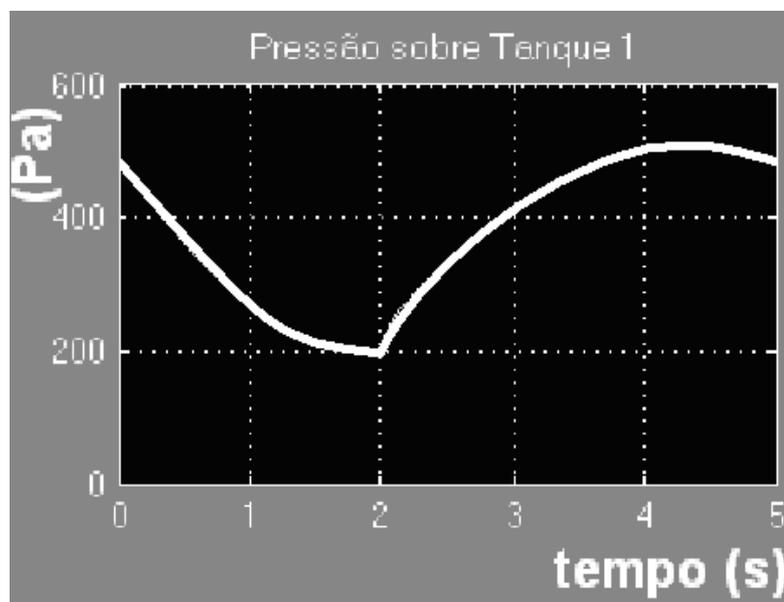


Figura 9.4 – Pressão sobre a coluna d'água do tanque 1.

Observa-se que praticamente não houve queda de pressão dadas as condições de escoamento e os parâmetros dentro do dreno torácico.

Pode-se, então, prosseguir para os cálculos da variação das alturas das colunas d'água: h e H .

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P} = 10^5 \text{ N/m}^2 \\ p_{atm} = 10^5 \text{ N/m}^2 \\ \rho = 997 \text{ kg/m}^3 \\ g = 9,8 \text{ m/s}^2 \\ H_2 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ H_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ d = 0,01 \text{ m} \\ D = 0,15 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$h = \frac{\bar{P} + p_o - [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)]}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]} \Rightarrow h = \frac{p_o}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]} \quad (9.2)$$

e,

$$H = \frac{\bar{P} + p_o - [p_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)]}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \Rightarrow H = \frac{p_o}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

$$h = \frac{p_o}{9,81 \cdot 10^3} \quad (9.3)$$

$$H = \frac{p_o}{2,21 \cdot 10^6}$$

A partir daí, chega-se aos gráficos:

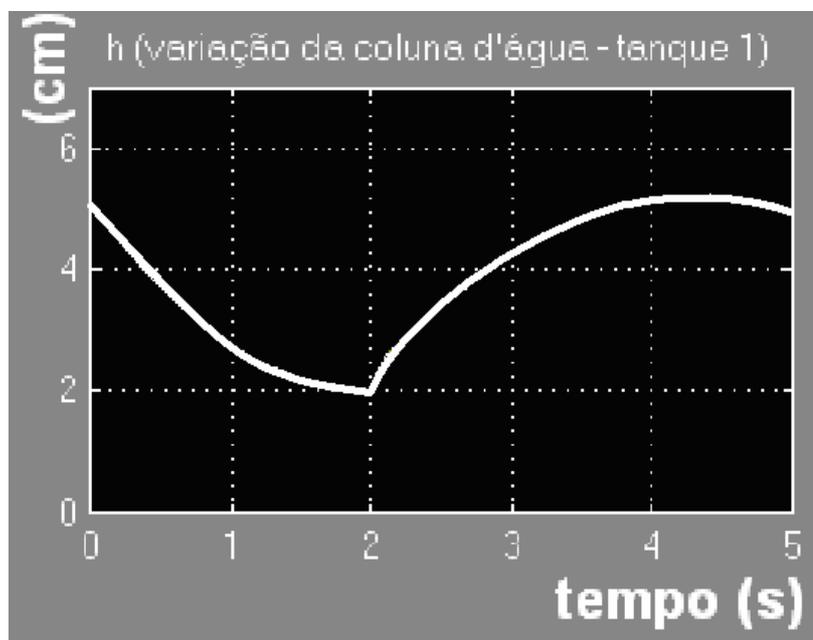


Figura 9.5 – Variação da altura do tanque 1: h.

10 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Antes de se fazer a análise do resultado das simulações, lembra-se que a condição de observação diz respeito ao borbulhamento de ar no frasco coletor, que representa a expulsão do ar da cavidade intrapleural.

- $h = H_1$, quando há tal condição, não há mais líquido no tanque 1 (mangueira), ou seja, há borbulhamento de ar no tanque 2 (reservatório coletor)

Há de se lembrar, também, que o reservatório coletor nunca deve estar acima do nível do pulmão, pois caso isso aconteça haverá escoamento do fluido (líquido) do reservatório para a cavidade intrapleural.

Não foi reiterada (recomputada) a variação de altura H_1 na equação de h . Um maior aprofundamento deve considerar tal parâmetro.

A respeito dos gráficos e simulações do dreno torácico.

1. A maior coluna d'água deslocada no sentido do reservatório coletor, durante um ciclo de respiração normal, é no fim da expiração ou começo da inspiração – fato que vale para quaisquer drenos torácicos, em condições normais de uso.
2. De acordo com a Fig.(9.5), nota-se que a máxima coluna deslocada segundo a curva de pressão intrapleural positiva adotada é maior do que a coluna d'água H_1 , ou seja, para o dreno testado, funcionando sob a curva de pressão pleural ilustrada pela Fig. (9.3), haverá borbulhamento de ar no frasco coletor e conseqüente expulsão de ar da cavidade pleural.
3. A queda de pressão ao longo da mangueira, para o escoamento de ar, é muito pequena em relação à pressão de entrada. Todavia, não se deve desconsiderar tal perda no projeto de drenos torácicos ou mesmo seu uso em diferentes situações, uma vez que para casos extremos, como

em recém-nascidos, as dimensões e condições de funcionamento do dreno estão em diferente escala.

4. O dreno torácico está adequadamente dimensionado para escoar ar da cavidade pleural.

11 CONCLUSÃO

Através da modelagem de um dreno torácico é possível determinar quais parâmetros influenciam o funcionamento de um dreno torácico e como influenciam o funcionamento. A seguir lista-se os parâmetros importantes acompanhados de uma breve análise.

11.1 Relação de diâmetros: Tubo torácico e Frasco Coletor

(*d e D*).

Chega-se à conclusão que este parâmetro d/D é o de maior influência na operação de um dreno torácico. A variação da altura da coluna de água depende principalmente da relação entre diâmetro do tubo torácico e diâmetro do frasco coletor. Dessa forma, para uma *determinada* pressão:

$$h = \frac{K}{\left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]}$$

Para visualizar o impacto da variação de tal relação, considera-se a tabela abaixo:

d	D	d/D	h	Varição
a	0,5a	2	0,2K	25% aumento
a	0,4a	2,5	0,16K	-
a	0,3a	3,3	0,09K	44% redução

Tabela 11.1 – Aumento e redução de h x d/D.

É possível verificar, portanto, que com uma pequena variação nos diâmetros, seja ele do tubo torácico ou do frasco coletor, há um considerável ganho ou perda na variação de coluna de água no tubo torácico.

11.2 Altura de submersão da mangueira – H_2 .

Num caso real, é comum a presença de sangue e pus no escoamento em sentido para o frasco coletor. Portanto, nota-se a importância de se controlar o nível do fluido em tal reservatório, uma vez que a altura de imersão do tubo torácico no fluido é um parâmetro que interfere no funcionamento do dreno torácico, em particular na altura da coluna de água no tubo torácico.

$$h = \frac{\bar{P} + p_o - p_{atm} - \rho \cdot g \cdot (H_2 - H_1)}{\rho \cdot g \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]}$$

11.3 Densidade do fluido do reservatório coletor - ρ .

Maior densidade do fluido no frasco coletor proporciona uma diminuição da variação da coluna de água no tubo torácico. Observa-se que há variação na densidade do fluido para casos reais, onde há mistura de sangue e pus no escoamento e fluido do reservatório coletor.

11.4 Resistência do tubo torácico - R.

A resistência ao escoamento no tubo torácico segue a expressão:

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4}$$

Onde:

η - Viscosidade dinâmica do fluido da cavidade intrapleural

L - Comprimento do tubo torácico

d - Diâmetro do tubo torácico

Nota-se que a resistência do tubo torácico, dada a ordem de grandeza de um dreno torácico, está relacionada ao diâmetro do tubo torácico, sendo inversamente proporcional à quarta potência deste valor.

11.5 Capacitância do tubo torácico - C.

A capacitância pneumática do tubo torácico segue a expressão:

$$C = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot L}{4 \cdot n \cdot R_{ar} \cdot T}$$

Onde:

L - Comprimento do tubo torácico

d - Diâmetro do tubo torácico

A capacitância do tubo torácico, por sua vez, está relacionada também ao diâmetro do tubo torácico, sendo proporcional ao quadrado deste valor e ao comprimento do tubo.

11.6 Curva da pressão intrapleural.

Se a pressão intrapleural num ciclo respiratório não for suficiente para expulsar o ar para o frasco coletor, é necessário auxílio da fisioterapia pulmonar para que se possa aumentar a pressão intrapleural de modo forçado. Caso isso não seja possível, como é o caso de recém-nascidos, será necessária, então, uma drenagem ativa, com uso de aparelhos auxiliares. Para evitar procedimentos de fisioterapia ou de drenagem ativa, o dreno torácico deve ser projetado de tal forma que a pressão intrapleural seja suficiente para expulsar o ar para o frasco coletor, ou seja, $h > H_1$.

12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Ogata, K., **System Dynamics**, Ed 4, Pearson Prentice Hall, 2004.

[2] Fox, R. W. and McDonald, A. T., **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, Ed. 5, LTC, 2001

[3] Munson, B. R. and Young, D. F., **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**, Ed. 2, Edgard Blucher Ltda, 1997.

[4] PRESSURE. Apresenta deduções da lei de Poiseuille. Disponível em: <<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/ppois.html#poi>>. Acesso em: 12/11/2007.

[5] MedlinePlus Medical Encyclopedia: Pneumothorax. Apresenta imagens a respeito do sistema pulmonar. Disponível em: <<http://www.nlm.nih.gov/medlineplus/ency/article/000087.htm>>. Acesso em: 12/11/2007.