UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

CARLOS HENRIQUE LOUREIRO ZINK

Simulação numérica do ruído aerodinâmico gerado pelo escoamento ao redor de corpos

São Paulo
2007

CARLOS HENRIQUE LOUREIRO ZINK

Simulação numérica do ruído aerodinâmico gerado pelo escoamento ao redor de corpos

Dissertação apresentada Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de graduado em engenharia

Área de Concentração: Acústica e Mecânica dos Fluidos

Orientador: Julio R. Meneghini

São Paulo

2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Zink, Carlos Henrique Loureiro
Simulação numérica do ruído aerodinâmico gerado pelo escoamento ao redor de corpos / C.H.L. Zink. -- São Paulo, 2007.
52 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Acústica 2.Aerodinâmica 3.Análise numérica I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

RESUMO

Ao longo do texto são apresentados alguns conceitos relacionados a simulação numérica dos escoamentos, bem como estratégias para estimar a produção de som pelo escoamento ao redor de corpos. Mostra-se, a título de validação, que com o auxílio do software de simulação de escoamentos FLUENT e do emprego de modelos adicionais como o de Lighthill pode-se prever com boa precisão o som gerado pelo escoamento ao redor de cilindros e no entorno de cavidades. Um breve estudo de modelos de turbulência e de condições de contorno foi realizado e um método para contornar características reflexivas das condições nas fronteiras é proposto.

Palavras-chave: *Acústica, Aerodinâmica, CFD, LES*

ABSTRACT

The aim of this work is to present some fundamentals of aeroacustics and computational fluid dynamics theory and investigate the sound produced by the flow around bodies. The sound emissions of the flow around a cylinder and near a cavity are investigated numerically and the results obtained show good agreement with experimental data. A short review of turbulence models and boundary conditions is presented.

Keywords: *acoustics, aerodynamics, CFD, LES*

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Pesquisas de satisfação de clientes das indústrias de transporte têm indicado nas últimas décadas que uma das principais causas do desconforto dos passageiros e tripulações é o barulho no interior dos veículos. Em decorrência disso, o setor tem investido recursos importantes no estudo de formas de reduzir ruído.

Projetos como o *QuietTuning* da Buick [4], as comissões européias formadas em prol da redução de ruído em diversos setores e a extensa campanha de ensaios relacionada ao ruído provocado por aeronaves que a NASA vem realizando demonstram a relevância do tema.

As fontes principais de ruído nos veículos modernos são o ruído gerado pelo contato com o solo, o ruído do motor, o ruído provocado pelo vento e o ruído do sistema de climatização. Essas fontes de ruído podem ser separadas em duas classes principais, as fontes de origem mecânica e as fontes oriundas do escoamento.

Ao longo desse trabalho pretende-se expor alguns métodos numéricos de cálculo do escoamento e de previsão do ruído provocado por este.

A importância dos métodos numéricos se deve à redução de custos relacionada a uma campanha de ensaios menos extensa e às informações que eles provém. É possível obter simultaneamente dados como velocidade, pressão, massa específica e temperatura em todo o domínio simulado. Experimentalmente, o levantamento desses dados é realizado em um número restrito de pontos e normalmente interfere no escoamento.

Não se deve esquecer que tais métodos são fundamentados sobre modelos que não refletem a realidade em todos os aspectos. Além disso, erros de truncamento e capacidades ainda limitadas de memória e processamento são as principais dificuldades enfrentadas.

Por isso a validação desses métodos contra modelos analíticos ou experimentais em geometrias simples é importante para permitir sua utilização no estudo de geometrias complexas para as quais uma análise mais simplificada não é evidente.

1.1 Objetivos do trabalho

Ao longo do trabalho pretende-se:

- realizar uma revisão bibliográfica sobre o tema
- aprofundar-se nos modelos de turbulência
- familiarizar-se com as analogias aero-acústicas
- determinar os parâmetros a serem empregados nas simulações
- simular alguns casos de escoamentos ao redor de corpos
- comparar os resultados obtidos e disponíveis na literatura

2 FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA

2.1 A natureza do som

Ondas sonoras são aquelas que seguem padrões organizados e se propagam por meios materiais através de pequenas variações de pressão. A velocidade de propagação dessas ondas, conhecida como velocidade do som ou celeridade, é de aproximadamente 344 m/s para ar a 20°C.

Os sons refletem a percepção de flutuações de pressão da ordem de 10E-4 atm propagadas pelo ar e captadas pelos ouvidos.

Ao longo do texto, distingue-se, todavia, essas flutuações de pressão que se propagam na velocidade do som e chegam aos ouvintes quando estes estão longe da fonte sonora de flutuações devidas ao próprio escoamento e à turbulência. Do ponto de vista do observador, pode-se notar uma intensidade sonora muito maior quando seus ouvidos estão na região onde a turbulência é mais importante. Alguém que dirige um carro com as janelas abertas, por exemplo, deve ouvir um ruído muito mais intenso que outra pessoa no acostamento vendo o mesmo carro passar.[5]

Convém introduzir alguns conceitos relativos ao estudo de acústica e definir as grandezas mensuráveis associadas.

Usualmente no estudo de acústica se faz referência à pressão eficaz, ou pressão r.m.s. Essa grandeza é uma média temporal do quadrado da flutuação de pressão e relaciona-se com a energia transportada pela onda sonora.

$$p_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t).dt} \tag{2.1}$$

A intensidade sonora é uma grandeza vetorial que fornece informações sobre o fluxo da energia sonora e ajuda a identificar sua origem. Formalmente ela é definida pela integral a seguir:

$$\vec{I} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t).\vec{v}(t).dT \qquad [I] = W/m^2 \tag{2.2}$$

A intensidade de um som reflete a energia transportada pela flutuação de pressão associada. Classicamente é feita a analogia entre grandezas acústicas e térmicas, facilitando a assimilação dos conceitos físicos envolvidos. Uma fonte sonora é considerada análoga a uma fonte térmica, como um aquecedor em uma sala. Relaciona-se a potência térmica com a potência sonora. A pressão sonora é dita equivalente à temperatura da sala e a intensidade sonora ao fluxo de calor.[6]

2.2 Níveis acústicos e ponderações

O ouvido humano funciona de uma maneira peculiar reagindo as pequenas flutuações de pressão de forma não linear. Um som com intensidade duas vezes maior que outro não será entendido como tal, para isso seria necessário multiplicar a sua intensidade por um fator bem mais alto.

Estudos a respeito do sentido humano indicam que as reações aos estímulos estão relacionadas aos impulsos externos conforme o modelo:[6]

$$dS = k.\frac{dE}{E} \tag{2.3}$$

onde dS é o diferencial de sensação, dE é o diferencial de estímulo físico, E é o estímulo propriamente dito e k é uma constante a ser determinada experimentalmente.

A integração dessa equação fornece:

$$S = k.log\, E + C \tag{2.4}$$

Considerando S=0 obtém-se $C = -k.log\, E_0$, sendo E_0 o valor mínimo do estímulo abaixo do qual não há sensação.

Substituindo C, a equação pode ser escrita:

$$S = k.log\, \frac{E}{E_0} \tag{2.5}$$

Definem-se então os níveis de pressão sonora (SPL), intensidade sonora (LI) e potência sonora (LW) como o logaritmos da razão das grandezas relacionadas por valores de referencia estabelecidos por normas internacionais.

$$SPL = 20.log\, (\frac{p'}{p_{ref}}) \tag{2.6}$$

$$LI = 10.log\, (\frac{\langle \vec{I} \rangle}{I_{ref}}) \tag{2.7}$$

$$LW = 10.log\, (\frac{W}{W_{ref}}) \tag{2.8}$$

Os níveis típicos de pressão sonora aos quais estamos submetidos vão de 10 decibéis em regiões afastadas, livres de ventos e animais, a 140dB quando nos posicionamos próximos a um avião a jato decolando. A figura 2.1 traduz bem essa escala para níveis sonoros aos quais submete-se no dia-a-dia.

A reação do ouvido humano aos sons não depende apenas da sua intensidade, depende também da sua freqüência. O ser humano médio é capaz de perceber sons cuja freqüência varia entre 20Hz e 20.000Hz com um ganho que varia dentro deste intervalo.

Normas internacionais definem ponderações a serem aplicadas às grandezas como o nível de pressão acústica que levam em conta essas peculiaridades do ouvido humano. Na figura 2.2 são apresentadas algumas dessas ponderações.

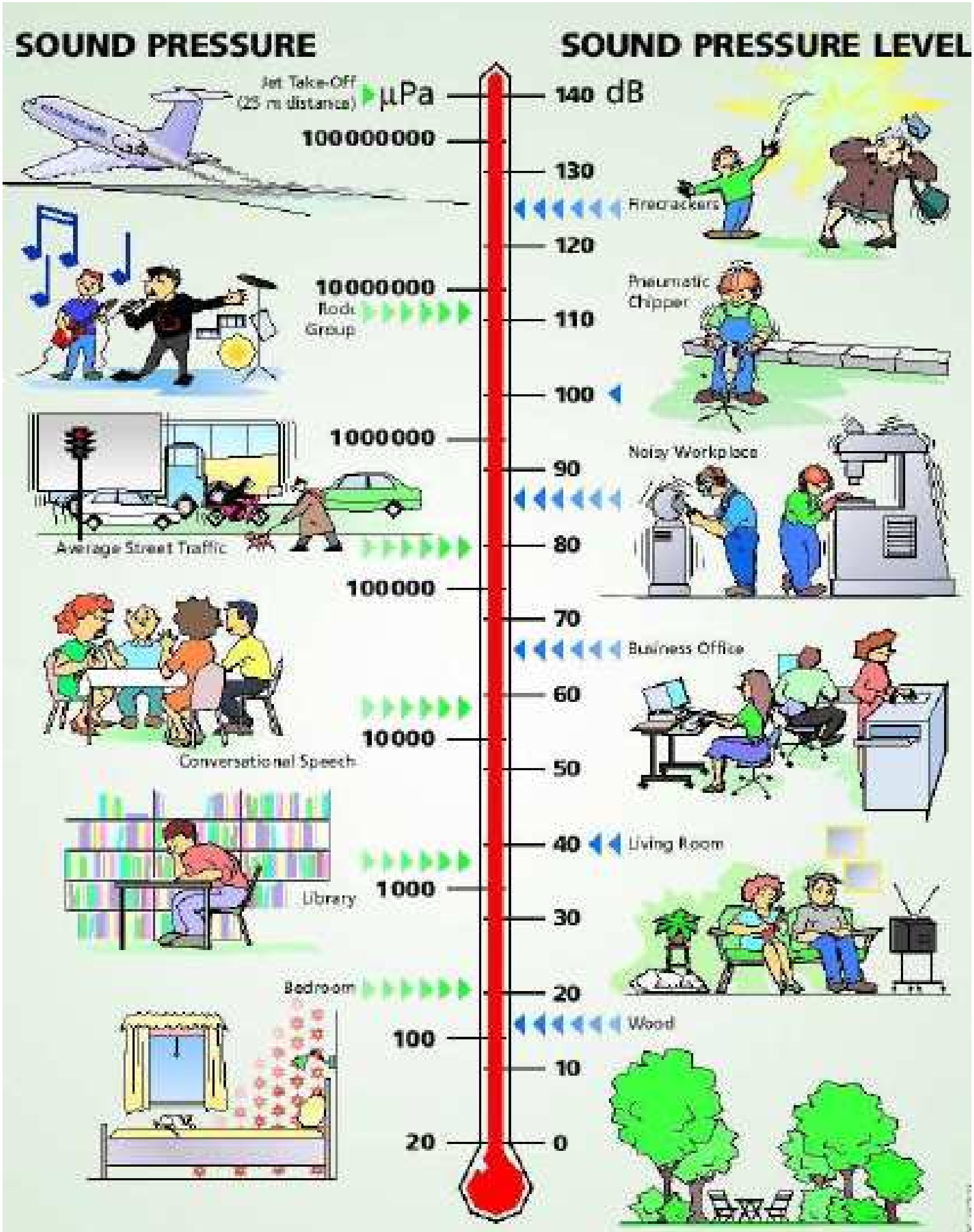

Figura 2.1: Níveis de pressão sonora[1]

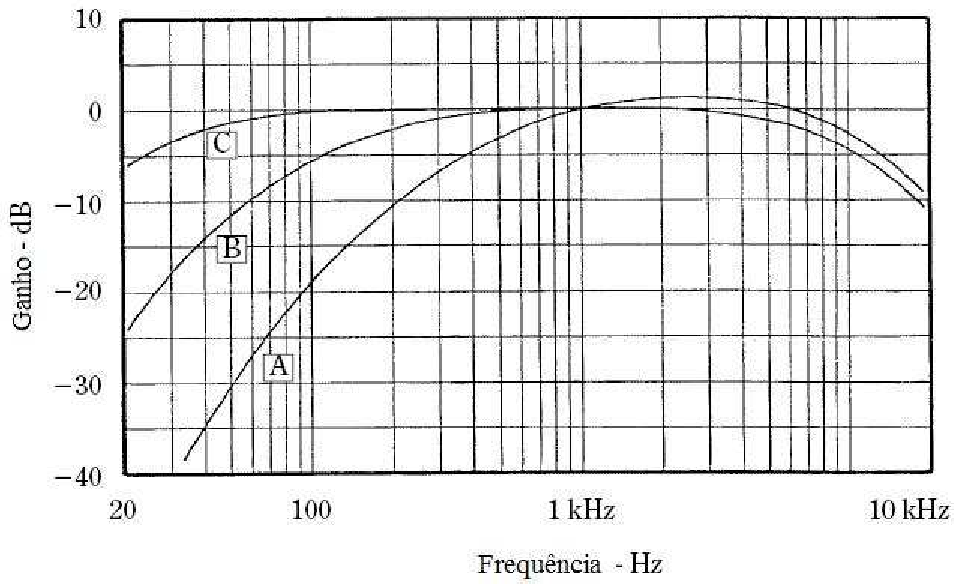

Figura 2.2: Ponderações A, B e C aplicadas ao nível de pressão sonora [2]

A mais utilizada dessas ponderações é a A, definida na norma ISO, que corresponde melhor ao comportamento do ouvido humano. Quando submetidos a essa ponderação os níveis sonoros são apresentados em dBA, dB ponderação A.

3 MODELOS E MÉTODOS NUMÉRICOS EMPREGADOS

O fenômeno de geração de ruído pelo escoamento e a propagação das ondas sonoras pode ser bem representado pelas equações fundamentais da aerodinâmica, Navier-Stokes, continuidade, conservação de energia e segunda lei da termodinâmica.

A complexidade relacionada a resolução dessas equações leva a uma série de hipóteses e muitas vezes o campo acústico é resolvido desacoplado do escoamento. Contudo muitos fenômenos são retro-alimentados, instabilidades fazem com que o escoamento seja dependente do campo acústico, como no caso do escoamento no entorno de uma cavidade.

Na tentativa de resolver o problema, inicialmente divide-se o domínio de interesse para o estudo em três regiões distintas, conforme representado na figura 3.1.

A primeira região é primordial para o estudo de aeroacústica por ser a zona onde ocorre a geração do som. Ela se localiza próxima a interfaces sólidas, como cilindros e cavidades, ou em regiões onde os gradientes de velocidade e movimento turbulento são importantes, como no caso do jato livre. Nessa região a energia cinética turbulenta costuma ser muito alta e o escoamento fortemente variável no tempo.

A segunda é uma região intermediária na qual a turbulência é menos importante mas não negligenciável. Além disso, os gradientes de velocidade ainda são significativos porém a viscosidade não desempenha um papel importante para o escoamento. Nesta região o som é propagado e efeitos importantes como a refração das ondas acústicas podem ocorrer.

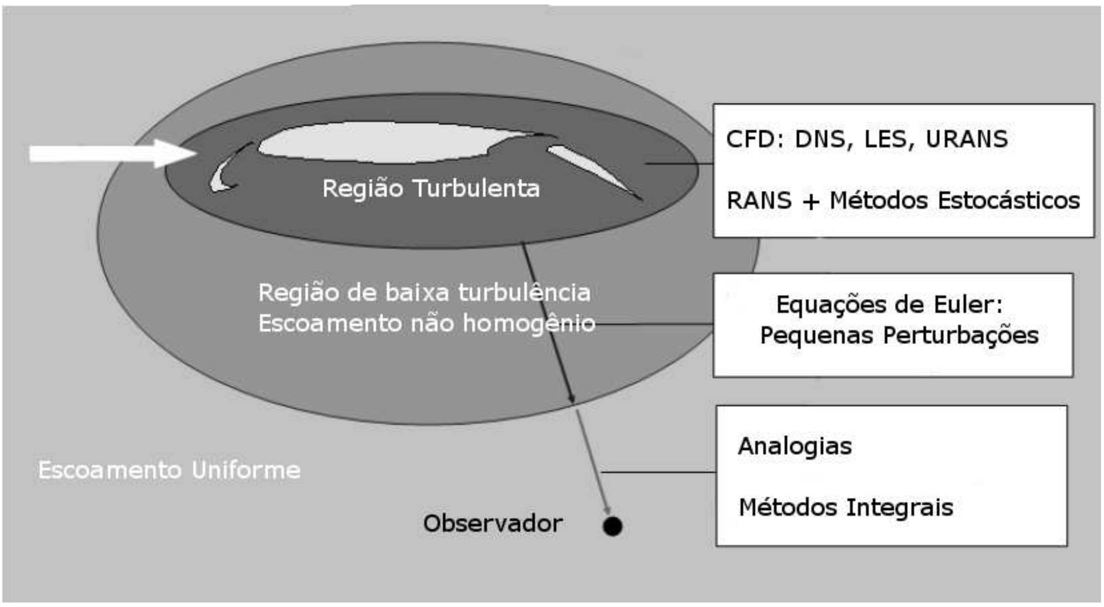

Figura 3.1: Decomposição do domínio e estratégias de solução

A terceira região é tida como uma região na qual as ondas sonoras são meramente propagadas. Admitem-se então as hipóteses de homogeneidade e de campo de velocidade uniforme.

3.1 Resolução do escoamento

Ao longo do texto adota-se algumas hipóteses simplificadoras. Reações entre as espécies que constituem o escoamento são negligenciadas. Fontes de calor, ou qualquer tipo de troca de calor entre o escoamento e corpos são ditas inexistentes.

3.1.1 Equações

3.1.1.1 Equações completas

Partindo da hipótese de meio contínuo, pode-se demonstrar que o campo de velocidades u_i de um fluido de massa específica ρ deve obedecer a equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = m \qquad (3.1)$$

O termo m representa uma fonte ou sorvedouro de massa.

A equação do balanço de quantidade de movimento para um fluido pode ser escrita como:

$$\frac{\partial\left(\rho u_i\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right)=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+f_i \tag{3.2}$$

Sendo que para um fluido dito newtoniano é valida a equação 3.3.

$$\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{3.3}$$

sendo $\mu = 1,7894.10^{-5}Kg/ms$ e $\rho = 1,225kg/m^3$ para ar nas condições normais de temperatura e pressão.

No caso de escoamentos compressíveis torna-se necessário levar em consideração efeitos da transferência de calor interna e o efeito da temperatura e pressão nas propriedades do fluido. A equação da energia baseada na entropia pode ser escrita:

$$\rho\left(\frac{\partial s}{\partial t}+U_i\frac{\partial s}{\partial x_i}\right)=-\frac{1}{T}\frac{\partial q_i}{\partial x_i}+\frac{\rho q^*}{T}+\frac{\Phi}{T} \tag{3.4}$$

Sendo q_i o fluxo de calor que pode ser calculado pela lei de Fourier $q_i = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x_i}$, q^* fontes volumétricas de calor e Φ a dissipação por tensões viscosas dada por $\Phi = \tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$.

Quando o fluido de interesse é o ar podemos considerá-lo como gás perfeito e adotar a equação de Clapeyron para determinar sua massa específica:

$$\rho=\frac{RT}{MMP}=\frac{rT}{P} \tag{3.5}$$

A constante $r = \frac{R}{MM}$ vale para o ar 0,2870kJ/kg.K.

Para fechar o sistema de equações lança-se mão de leis da termodinâmica:

$$P=\rho\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{s=cte}+s\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_{\rho=cte} \tag{3.6}$$

Definindo-se a velocidade do som como a derivada parcial de P em relação a ρ para s constante,

$$c_0^2=\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{s=cte} \tag{3.7}$$

obtém-se então:

$$P = \rho c_0^2 + s\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_{\rho=cte} \tag{3.8}$$

3.1.1.2 Equações de Euler linearizadas

Supondo agora um fluido perfeito e não condutor, pode-se escrever o campo de velocidades em função de um campo potencial e ter-se-á a conservação de entropia ao longo das linhas de corrente.

Expande-se as grandezas massa específica, pressão, entropia e velocidade em uma componente devida ao campo médio e outra referente a uma pequena perturbação.

$$\rho = \rho_0 + \rho' \tag{3.9}$$

$$P = P_0 + p' \tag{3.10}$$

$$s = s_0 + s' \tag{3.11}$$

$$u_i = u_i^0 + u_i' \tag{3.12}$$

Obtém-se então as equações de Euler linearizadas:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_i^0 \frac{\partial \rho'}{\partial x_i} + u_i' \frac{\partial \rho_0}{\partial x_i} + \rho_0 \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \tag{3.13}$$

$$\rho_0\left(\frac{\partial u_i'}{\partial t} + u_i^0 \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} + u_i' \frac{\partial u_i^0}{\partial x_i}\right) + \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\rho_0}\frac{\partial P_0}{\partial x_i} = 0 \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial s'}{\partial t} + u_i^0 \frac{\partial s'}{\partial x_i} + u_i' \frac{\partial s_0}{\partial x_i} = 0 \tag{3.15}$$

$$p' = c_0^2 \rho' + \frac{P_0}{C_v} s' \tag{3.16}$$

Para o caso de um meio homogêneo em repouso, onde $u_i^0 = 0$, $\rho_0 = cte$, $P_0 = cte$ e $s_0 = cte$, tem-se:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \tag{3.17}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial s'}{\partial t} = 0 \tag{3.19}$$

$$p' = c_0^2 \rho' \tag{3.20}$$

3.1.2 Condições de contorno

Nas fronteiras do domínio fluido calculado é necessário impor condições de contorno que garantem que o problema esteja bem posto. São as condições de contorno que vão fornecer as informações de velocidade e pressão necessárias para a resolução do escoamento, bem como informações sobre a existência de paredes ou corpos imersos.

Algumas dessas condições são expostas a seguir de acordo com a forma como foram implementadas no software comercial FLUENT utilizado para a resolução do escoamento. Em seguida, uma breve discussão sobre condições de contorno não reflexivas é apresentada.

3.1.2.1 Velocity inlet

A condição *Velocity inlet* é utilizada para definir o perfil de velocidade e algumas propriedade escalares relevantes em uma região de fronteira. As propriedades de estagnação nessa região não são fixas e variam até as condições prescritas serem atingidas.

Uma vez que a condição de *Velocity inlet* define o escoamento entrando no domínio, a vazão mássica, $\dot{m}$, das espécies que entram no domínio é calculada de acordo com a integral 3.21.

$$\dot{m} = \int \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \tag{3.21}$$

A densidade na fronteira de entrada ou é assumida constante ou calculada em função da temperatura e pressão, de acordo com o modelo adotado.

A condição deve ser utilizada unicamente para escoamentos incompressíveis, pois a não definição das propriedades de estagnação não garante que no caso de escoamentos compressíveis o problema esteja bem colocado e a solução seja única.

Recomenda-se também que a fronteira não esteja muito próxima a obstruções do escoamento pois isso pode elevar as propriedades de estagnação a níveis não físicos.

3.1.2.2 Pressure outlet

A condição *pressure outlet* é caracterizada pela definição da pressão estática da região de saída do domínio. Essa pressão é utilizada no decorrer da simulação enquanto o escoamento permanecer subsônico. Para escoamentos supersônicos a pressão de saída é extrapolada do interior do domínio simulado.

Condições podem ser impostas no caso da existência de escoamentos reversos que porventura ocorram no decorrer da simulação.

3.1.2.3 Simetria

Define-se uma fronteira de simetria quando o escoamento é paralelo a fronteira e os gradientes normais a ela são nulos. A condição pode ser interpretada como um "espelho"do escoamento ou como uma parede que não respeita a condição de aderência, sobre a qual o fluido escorrega sem atrito.

Pode-se utilizá-la para representar uma linha de corrente através da qual não há fluxo transversal.

3.1.2.4 Condições de contorno não reflexivas

A magnitude das ondas de pressão acústicas é da ordem de 10^{-4} vezes a pressão atmosférica, devido a esse fato, reflexões da ordem de 0.01% da pressão geradas pelas condições de contorno podem mascarar completamente o campo acústico.

Alguns autores[7, 8, 9, 10] propõe condições de contorno específicas para o estudo numérico de problemas de simulação direta do campo acústico. Tais condições de contorno são geralmente baseadas nas equações de Euler, através de formulações empregando o método das características ou soluções assintóticas.

É comum implementar-se em simulações diretas do som uma região de aumento do tamanho dos elementos da malha associada a uma zona "esponja" próxima a fronteira de saída do domínio. A finalidade dessa zona é eliminar estruturas turbilhonares e compatibilizar progressivamente o escoamento com o campo uniforme de velocidades sem gerar ondas parasitas ou reflexões.

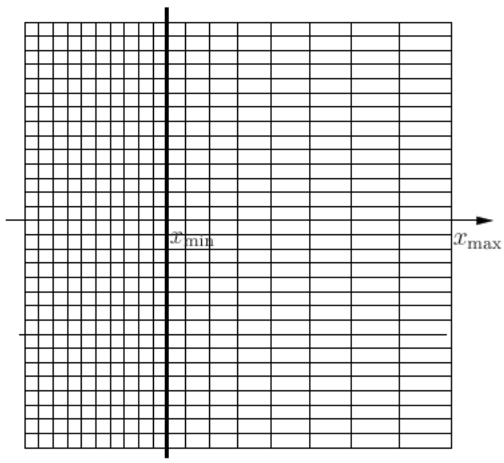

Figura 3.2: Exemplo de deformação da malha em direção às fronteiras do domínio

Em Bogey e Bailly [11] é apresentada uma proposta de implementação dessa condição de compatibilidade que consiste de um termo fonte proporcional a flutuação de velocidade em um ponto ponderado por uma função exponencial que cresce em direção a saída do domínio. Segue um exemplo de implementação dessa estratégia.

$$\frac{\partial U}{\partial t} ... = ... - \frac{\alpha}{\Delta x_1} \left(\frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \right)^{\beta} D^U_{i,j,k} \tag{3.22}$$

$$D^U_{i,j,k} = 1,5U'_{i,j,k} - 0,25\left(U'_{i+1,j,k} + U'_{i-1,j,k} + U'_{i,j+1,k} + U'_{i,j-1,k} + U'_{i,j,k+1} + U'_{i,j,k-1}\right) \quad (3.23)$$

α e β são usualmente valores próximos a 0,2 e 1,5 respectivamente.

3.1.2.5 Porous jump

A condição de *porous jump* simula o efeito de uma membrana porosa fina. Originalmente ela foi concebida como uma simplificação unidimensional de uma região porosa e deveria representar o efeito de equipamentos como filtros e grades.

A membrana porosa é modelada como possuindo espessura finita. O efeito da membrana no escoamento é representado pela perda de pressão calculada pela lei de Darcy combinada com uma parcela adicional de perda devida a efeitos inerciais, conforme equação.

$$\Delta p = -\left(\frac{\mu}{\alpha}u + C_2\frac{1}{2}\rho u^2\right)\Delta l \quad (3.24)$$

onde μ é a viscosidade do fluido em questão, α é a permeabilidade do meio poroso, C_2 o coeficiente de queda de pressão devida ao meio poroso e Δl a espessura da membrana.

Essa condição de membrana porosa pode ser utilizada para amortecer ondas de pressão que se propagam pelo escoamento e eventualmente seriam inapropriadamente refletidas por outras condições aplicadas na fronteira do domínio simulado.

3.1.3 Modelos de turbulência

3.1.3.1 RANS

Os modelos conhecidos como RANS, *Reynolds Averaged Navier Stokes*, partem da idéia de decompor as funções ϕ representativas do escoamento em uma parcela média, $\overline{\phi}$, e uma parcela flutuante, ϕ', cuja média é nula, $\overline{\phi'} = 0$.

Supondo a título de simplificação das equações que o escoamento seja incompressível, não submetido a forças de campo f e $\rho = cte$, decompõe-se o campo de velocidades, o campo de pressões e o tensor das tensões:

$$u_i = \overline{U_i} + u_i' \tag{3.25}$$

$$P = \overline{P} + p' \tag{3.26}$$

$$\tau_{ij} = \overline{\tau_{ij}} + \tau_{ij}' \tag{3.27}$$

Substituindo-se os termos expandidos na equação 3.2 obtém-se:

$$\frac{\partial\left[\rho\left(\overline{U_i} + u_i'\right)\right]}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho\left(\overline{U_i} + u_i'\right)\left(\overline{U_j} + u_j'\right)\right] = -\frac{\partial\left(\overline{P} + p'\right)}{\partial x_i} + \frac{\partial\left(\overline{\tau_{ij}} + \tau_{ij}'\right)}{\partial x_j} \tag{3.28}$$

Aplicando-se uma média aos dois termos dessa equação e eliminando os termos nulos chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{U_i}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\overline{U_i}\,\overline{U_j} + \rho\overline{u_i'u_j'}\right) = -\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{P} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{\tau_{ij}} \tag{3.29}$$

O termo $\rho\overline{u_i'u_j'}$, conhecido como tensor de Reynolds, é então transferido para o lado direito da equação

$$\frac{\partial\left(\rho\overline{U_i}\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\overline{U_i}\,\overline{U_j}\right) = -\frac{\partial\overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial\left(\overline{\tau_{ij}} - \rho\overline{u_i'u_j'}\right)}{\partial x_j} \tag{3.30}$$

Nota-se que a equação média obtida equivale a equação de Navier Stokes exceto pelo termo do tensor de Reynolds. A introdução das novas variáveis implica em um problema de fechamento do problema, novas equações são necessárias para que ele seja passível de ser resolvido.

Fundamental para a determinação do escoamento turbulento, o tensor de Reynolds pode ser calculado diretamente, empregando-se 6 equações de transporte para seus componentes e uma equação adicional para determinar a escala de tempo da turbulência.

Usualmente, entretanto, os modelos que representam a turbulência são construídos sobre a hipótese de Bousinesq que admite que o tensor de Reynolds possa ser calculado de maneira similar às tensões internas do escoamento laminar.

$$-\rho\overline{u_i u_j} = \rho\nu_T\left(\frac{\partial\overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{U_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \tag{3.31}$$

Onde ν_t é a viscosidade turbulenta.

O que fornece:

$$\frac{\partial\left(\rho\overline{U_i}\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\overline{U_i U_j}\right) = -\frac{\partial}{\partial x_i}P_{eff} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho\nu_{eff}\left(\frac{\partial\overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{U_j}}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.32}$$

onde $\nu_{eff} = \nu + \nu_T$ e $P_{eff} = \left(\overline{P} + \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}\right)$

Dimensionalmente, a viscosidade turbuleta pode ser vista como o produto de uma escala de comprimento por uma escala de velocidade. Uma das formas mais simples de calculá-la é através do modelo de comprimento de mistura de Prandtl, utilizado para a determinação do perfil de velocidades da camada limite turbulenta.

Diversos modelos baseados em equações de transporte de grandezas adicionais, características da turbulência, foram criados com o intuito de estimar o valor de ν_t. Dentre eles estão os modelo de Spalart-Almaras, k-ε e k-ω. [1].

Define-se energia cinética turbulenta como metade do traço do tensor de Reynolds $k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$. Conforme será apresentado na seção 3.1.3.2, a dissipação de energia cinética turbulenta (ε) é da ordem de $\frac{u^3}{l}$, onde l é tido como o maior comprimento característico da turbulência, que se pode admitir da mesma ordem que o comprimento de ν_T. Por análise dimensional teríamos ν_T proporcional a $\frac{k^2}{\varepsilon}$. Formalmente, o modelo $k - \varepsilon$ considera que $\nu_T = C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}$ sendo C_μ uma constante determinada experimentalmente.

Em termos práticos duas equações de transporte são escritas, uma para eε e outra para k.

O modelo k-ω pode ser visto como um variante do modelo k-ε, sendo $\omega \equiv$

[1]Uma descrição detalhada desses modelos é feita por Wilcox em seu livro a respeito de modelos de turbulência aplicados a CFD.[12]

$\frac{\varepsilon}{k}$. Embora os dois modelos sejam muito semelhantes, quando escrevemos a equação de transporte para omega, surge um termo adicional que auxilia no tratamento de anisotropias do movimento turbulento. [13]

3.1.3.2 LES

Para compreender as simulações de grandes escalas, *Large Eddy Simulation*, ou simplesmente LES, é necessário definir alguns conceitos relacionados a física do movimento turbulento, notadamente os termos cascata de energia e escalas do movimento.

A idéia da cascata de energia, apresentada por Richardson em 1922, parte do princípio que a turbulência é constituída pela composição de turbilhões, *eddies*, de diferentes escalas.

De acordo com Richardson, a energia cinética é fornecida à turbulência através dos mecanismos de produção para os maiores turbilhões e vai sendo transferida por mecanismos não viscosos para os menores até ser dissipada por mecanismos viscosos.

Em 1941, Kolmogorov foi capaz de quantificar as idéias de Richardson e apresentou uma série de escalas e comportamentos do movimento turbulento.

Associa-se a cada escala de turbilhão um comprimento, l, uma velocidade própria, $u = u(l)$, e uma constante de tempo característica, $\tau(l) = \frac{l}{u(l)}$. A partir dessas grandezas pode-se calcular o número de Reynolds do turbilhão.[13]

O comprimento dos maiores turbilhões, l_0, é comparável ao comprimento característico do escoamento, L, sua velocidade, u_0, é da ordem da intensidade turbulenta r.m.s., $u' = (\frac{2}{3}k)^{0,5}$, que por sua vez é comparável a velocidade característica do escoamento, U. Considera-se então que o número de Reynolds dos maiores turbilhões seja da ordem do número de Reynolds do escoamento.[13]

Quando o regime é atingido, a taxa de produção de energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, ε, se igualam. A energia cinética dos maiores turbilhões é da ordem de u_0^2 e seu tempo característico $\tau_0 = \frac{l_0}{u_0}$. Pode-se então supor que $\epsilon \approx \frac{u_0^2}{\tau_0} = \frac{u_0^3}{l_0}$.[13]

De acordo com a primeira hipótese de Kolmogorov, para escoamentos cujo número de Reynolds sejam suficientemente altos, as pequenas escalas do movimento turbulento $(l \ll l_0)$ são estatisticamente isotrópicas.

A figura 3.3 ilustra bem esse fenômeno através da visualização do escoamento a jusante de uma grade. A partir de uma certa distância da grade não se pode mais determinar a olho nú uma direção preferencial para as estruturas turbulentas.

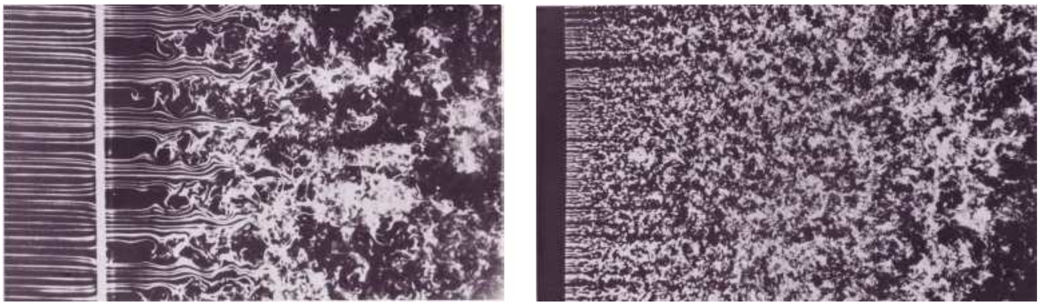

Figura 3.3: Escoamento através de uma grade [3]

Em uma de suas hipóteses de similaridade ele afirma também que para todo escoamento turbulento a um número de Reynolds suficientemente alto, as estatísticas do movimento dos pequenos turbilhões possuem uma forma universal que é unicamente determinada por ν e ε.

Com base nessa hipótese determina-se, novamente por argumentos de ordem de grandeza, as menores escalas do movimento turbulento, que são conhecidas como escalas de Kolmogorov.

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{3.33}$$

$$u_\eta = (\nu\varepsilon)^{\frac{1}{4}} \tag{3.34}$$

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.35}$$

É interessante notar que o número de Reynolds desses pequenos turbilhões é unitário, o que significa que os efeitos de inércia e viscosos possuem a mesma ordem de grandeza.

Se a discretização do domínio fosse suficientemente fina para representar essas menores escalas do escoamento seria possível resolver diretamente todas as escalas de turbulência através das simulações diretas do escoamento. Nesse caso não seria necessário nenhum modelo adicional para representar o comportamento da turbulência.

Contudo, empregando a análise de ordens de grandeza e a definição das escalas de Kolmogorov verifica-se que o número de nós necessário para representar essas escalas cresce proporcional a $Re_L^{\frac{3}{4}}$ para cada dimensão do problema simulado. Como fenômenos turbulentos são naturalmente tridimensionais, teria-se um número total de nós variando proporcional a $Re_L^{\frac{9}{4}}$.

Além disso, o passo de tempo seria diminuído drasticamente pois depende diretamente da dimensão dos elementos, conforme argumentos apresentados na seção 3.2.4.1, e o custo computacional se tornaria proibitivo.

Uma alternativa apresentada para solucionar o problema é a simulação de grandes escalas, LES.

Nas simulações LES as grandes escalas são resolvidas diretamente enquanto o efeito das menores é modelado. Para tanto, aplica-se um filtro passa-baixo às equações de continuidade e da quantidade de movimento e, em seguida, modela-se o efeito da dissipação pelas pequenas escalas através de um termo de dissipação adicional.

O campo filtrado de uma grandeza $\overline{\phi}(x,t)$ é definido através da operação:

$$\overline{\phi}\left(\mathbf{x},t\right) = \int G\left(\mathbf{r},\mathbf{x}\right)\phi\left(\mathbf{x}-\mathbf{r},t\right)d\mathbf{r} \tag{3.36}$$

sendo que a integração sobre todo o domínio da função filtro, G, fornece a unidade.

$$\int G\left(\mathbf{r},\mathbf{x}\right)d\mathbf{r} = 1 \tag{3.37}$$

O campo residual é definido como

$$\phi'(\mathbf{x},t) \equiv \phi(\mathbf{x},t) - \overline{\phi}(\mathbf{x},t) \tag{3.38}$$

o que fornece um resultado análogo ao da decomposição de Reynolds. Todavia, importantes diferenças existem, a média da velocidade residual, por exemplo, não é necessariamente igual a 0 e $\overline{\mathbf{U}}(\mathbf{x},t)$ é um campo aleatório.[13]

Algumas funções empregadas como filtros são dispostas na tabela 3.1.3.2.

Tabela 3.1: Funções Filtro Monodimensionais

Nome	Função Filtro	Função de transferência
	$G(r)$	$\hat{G}(k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikr} G(r) dr$
Box	$\frac{1}{\Delta} H\left(\frac{1}{2}\Delta - \lvert r \rvert\right)$	$\frac{sin\left(\frac{1}{2}k\Delta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta}$
Gaussiana	$\left(\frac{6}{\pi\Delta^2}\right)^{\frac{1}{2}} exp\left(-\frac{6r^2}{\Delta^2}\right)$	$exp\left(-\frac{k^2\Delta^2}{24}\right)$
Sharp Spectral	$\frac{sin\left(\frac{\pi r}{\Delta}\right)}{\pi r}$	$H(k_c - \lvert k \rvert), k_c \equiv \frac{\pi}{\Delta}$
Cauchy	$\frac{a}{\pi\Delta\left[\left(\frac{r}{\Delta}\right)^2 + a^2\right]}, a = \frac{\pi}{24}$	$exp(-a\Delta\lvert k \rvert)$
Pao		$exp\left(-\frac{\pi^{\frac{2}{3}}}{24}\left(\Delta\lvert k \rvert\right)^{\frac{4}{3}}\right)$

Os filtros geralmente empregados são o filtro *Box*, o filtro Gaussiano e o filtro *Sharp Spectral*. É interessante notar que para o caso do filtro do tipo *Box* a velocidade filtrada $\overline{U}(x,t)$ é simplesmente a média da velocidade $U(x,t)$ no intervalo compreendido entre $x - \frac{1}{2}\Delta$ e $x + \frac{1}{2}\Delta$. [13]

Nas simulações que empregam o método dos volumes finitos, a velocidade é tida como constante em cada elemento, a filtragem ocorre então naturalmente. A freqüência de corte pode ser facilmente determinada por $k_c = \frac{\pi}{\Delta}$ onde Δ é uma dimensão característica de cada elemento. Ressalta-se que a velocidade no interior do elemento já é $\overline{U}(x,t)$.

O módulo do ganho de alguns filtros é apresentado na figura 3.4.

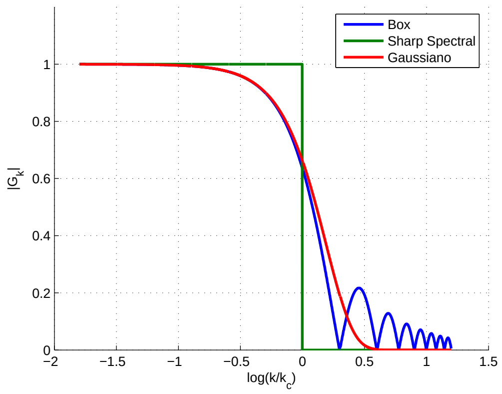

Figura 3.4: Ganho em função da freqüência para os filtros, *Box*, *Sharp Spectral* e Gaussiano

Como pode ser observado, o módulo do ganho do filtro *box*, para freqüências superiores àquela de corte, oscila próximo a zero, resultando no amortecimento insuficiente de algumas freqüências indesejáveis.

Finalmente, as equações de conservação filtradas são obtidas aplicando-se o filtro a cada um de seus termos. A equação da quantidade de movimento advém:

$$\frac{\partial \rho \overline{U_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \overline{U_i U_j}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} + \overline{f_i} \tag{3.39}$$

Deve-se ressaltar que o produto $\overline{U_i U_j}$ é diferente do produto das velocidades filtradas $\overline{U_i}\,\overline{U_j}$ e que dessa diferença deve provir o efeito das pequenas escalas.[13]

Define-se então o tensor das tensões residuais como a subtração desses termos.

$$\tau_{ij}^R \equiv \overline{U_i U_j} - \overline{U_i}\,\overline{U_j} \tag{3.40}$$

O tensor das tensões residuais é dividido em uma parcela isotrópica, $\frac{2}{3}k_r\delta_{ij}$, e em uma parcela anisotrópica, $\tau_{ij}^r = \tau_{ij}^R - \frac{2}{3}k_r\delta_{ij}$. O termo isotrópico é então adicionado a pressão, $\overline{p} = \overline{P} + \frac{2}{3}k_r$.

Com isso pode-se manipular a equação da quantidade de movimento filtrada para se obter :

$$\frac{\partial \rho \overline{U_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \overline{U_i}\,\overline{U_j}\right) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial\left(\overline{\tau_{ij}} + \tau^r_{ij}\right)}{\partial x_j} + \overline{f_i} \tag{3.41}$$

As equações de conservação filtradas são semelhantes àquelas que representam o escoamento nos modelos RANS. As diferenças provém da natureza das variáveis em questão que diferem da natureza daquelas obtidas através da média temporal por serem intrinsecamente aleatórias, tridimensionais e não estacionárias.[13]

Assim como no caso das equações médias do escoamento, modelos adicionais são necessários para garantir que o sistema de equações possua resposta determinável. Um dos modelos mais simples é o modelo de Smagorinsk.

O modelo de Smagorinsk considera que o tensor anisotrópico de tensões residuais pode ser aproximado linearmente por:

$$\tau^r_{ij} = -2\nu_r \overline{S}_{ij} \tag{3.42}$$

onde S_{ij} é o tensor da taxa de deformações,$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}$, e $\nu_r(\mathbf{x}, t)$ é a viscosidade turbilhonar. Analogamente ao modelo de comprimento de mistura de Prandtl, a viscosidade ν_r é definida:

$$\nu_r = l_s^2 \overline{S} = (C_S \Delta)^2 \overline{S} \tag{3.43}$$

sendo $\overline{S}$ o tensor da taxa de deformações filtrado; l_S o comprimento de mistura de Smagorinsk, considerado proporcional ao comprimento Δ correspondente ao corte do filtro através do coeficiente de Smagorinsk C_S.

A grande dificuldade de implementação desse modelo relaciona-se a determinação correta do coeficiente C_S e do comprimento correspondente ao corte do filtro, quando este é natural do método numérico e malha empregados.

O software comercial FLUENT®, considera C_S igual a 0,1 e o comprimento Δ como o menor valor entre a raiz cúbica do volume da célula e o produto $l = \kappa y$. κ é a constante de Von Kármán e y é a distância da parede mais próxima.

Deve-se tomar cuidado com essa premissa no caso de células cuja forma seja muito diferente de um cubo, pois sua anisotropia pode ocasionar não compatibilidade entre a freqüência de corte e a dimensão das escalas modeladas.

Outra peculiaridade das simulações LES é a necessidade de assegurar que os turbilhões com freqüência maior que a de corte estejam bem representados. Em muitos casos essa condição requer simulações 3D pois fenômenos como o *vortex stretching*, fenômeno de alongamento dos tubos de vórtices que garante que a cascata de energia seja respeitada, são necessariamente tridimensionais.

O custo computacional envolvido nas simulações LES é superior ao das simulações RANS em termos de memória e tempo de CPU envolvido. Embora resolver apenas as grandes escalas permite que as malhas empregadas na simulação sejam menos refinadas que aquelas utilizadas nas simulações diretas do escoamento, simulações LES ainda requerem malhas muito mais finas que aquelas necessárias para simulações RANS. Sendo necessário simular o escoamento por um longo período de tempo até se obter valores estáveis para as estatísticas das pequenas escalas. [14]

3.1.4 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos é uma forma muito popular de tratar as equações que representam a dinâmica dos fluidos e equações de transferência de calor. Sua formulação simplificada leva a uma fácil compreensão do significado físico das variáveis e equações.

Pode-se escrever as equações da mecânica dos fluidos para cada ponto $\vec{x}$ pertencente ao domínio de resolução Ω em cada instante t sob a forma conservativa:

$$\frac{\partial q(\vec{x},t)}{\partial t} + \nabla.\vec{F}(\vec{x},t) = f(\vec{x},t) \tag{3.44}$$

sendo q uma quantidade qualquer.

A função $\vec{F} = (F_1, ..., F_d)^t$ é uma função vetorial que depende da variável espacial $\vec{x}$ em d dimensões e do tempo t e exprime os mecanismos de transporte de q.

O termo fonte $f(\vec{x}, t)$ representa as transferências volumétricas de q.

Em seguida, introduz-se leis constitutivas que tornam possível relacionar q, $\vec{F}$ e f a variáveis escalares, tais como pressão, temperatura e energia interna, ou vetoriais, como a velocidade.

A equação 3.44 é então integrada no domínio Ω

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} q(\vec{x}, t) d\vec{x} + \int_{\Omega} \nabla . \vec{F}(\vec{x}, t) d\vec{x} = \int_{\Omega} f(\vec{x}, t) d\vec{x} \tag{3.45}$$

O teorema de Green nos permite então de transferir o termo derivativo em $\vec{F}$ para a fronteira de Ω

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} q(\vec{x}, t) d\vec{x} + \int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{x}, t) . \vec{n}_{\Omega}(\vec{x}) d\gamma(\vec{x}) = \int_{\Omega} f(\vec{x}, t) d\vec{x} \tag{3.46}$$

sendo $\vec{n}_{\Omega}$ o vetor unitário normal a fronteira $\partial\Omega$ orientado em direção ao exterior de Ω. [15]

Divide-se o domínio em elementos, células, dentro dos quais diz-se que a grandeza $q(\vec{x}, t)$ é constante durante cada passo de tempo e modela-se o fluxo de q pela fronteira de cada célula em função do valor de q nas células vizinhas através de um esquema de discretização conservativo.

Um esquema de discretização é dito conservativo se a discretização é tal que a soma dos fluxos internos entre duas células adjacentes é nula, caso contrário, a discretização denomina-se não conservativa.

Finalmente procede-se a linearização local das equações e resolve-se o sistema formado.

Mais informações sobre o método assim como análises de estabilidade e convergência podem ser encontrados em [16]. Detalhes relativos ao tratamento que o software empregado dá as equações da mecânica dos fluidos e leis constitutivas podem ser encontrados em [14].

3.1.4.1 Evolução no tempo

Como os fenômenos de interesse para o estudo de acústica possuem natureza não estacionária torna-se necessário adotar um método de integração no tempo.

O modelo de progressão temporal que será adotado nas simulações é implícito e não impõe restrição quanto à convergência em função do tamanho do passo de tempo.

Contudo, para representar a física do fenômeno corretamente é necessário que as informações de pressão, temperatura e velocidade sejam propagadas apropriadamente através do domínio computacional. Decorrem desse fato dois preceitos básicos para a determinação do passo de tempo $CFL \leq 1$ e $\Delta t_{MAXaco} > \Delta t_{simu}$.

O número CFL exprime a razão entre as velocidades de propagação de informação no fluido e no domínio discreto. Ele pode ser escrito de uma forma simplificada por CFL=c*Δt/Δx.

O segundo critério diz respeito a capacidade de capturar as freqüências acústicas de interesse na simulação e só deve ser aplicado caso se deseje obter o campo acústico diretamente.

De acordo com o teorema de "Nyquist", para recuperar um sinal com freqüência f precisamos de uma freqüência de amostragem de pelo menos 2f. Adota-se:

$$\Delta t_{MAXaco} = \frac{1}{\alpha_{\Delta t} f_{MAX}} \tag{3.47}$$

sendo Δt_{MAXaco} o maior passo de tempo possível para se captar adequadamente as ondas acústicas, $\alpha_{\Delta t}$ uma constante e f_{MAX} a maior freqüência de interesse.

Tomando $f_{MAX} = 20.000Hz$ e $\alpha_{\Delta t} = 10$, conforme prática usual em simulações similares, calcula-se facilmente $\Delta t_{MAXaco} = 5.10^{-6}$

Adota-se então o menor dos passos de tempo calculado pelos dois critérios para garantir que ambos sejam atendidos.

O tempo de simulação é calculado de maneira análoga ao Δt_{MAXaco} por

$$t_{sim} = \frac{\alpha_{sim}}{f_{MIN}} \tag{3.48}$$

Adotando-se o limite inferior de freqüência audível como 20Hz, obtém-se 0.2s de simulação, o que corresponde a no mínimo 40.000 passos de integração no tempo para o caso otimista, no qual se adota o passo de tempo de 5.10^{-6}.

3.1.4.2 Discretização espacial

No caso de se calcular diretamente o som produzido, é necessário que a discretização do domínio seja suficientemente fina para captar o menor comprimento de onda de interesse no estudo de acústica, relativo à maior freqüência que se é capaz de ouvir, na região onde o som é gerado e propagado, vide figura 3.1.

Admitindo-se que sejam necessários pelo menos 10 elementos para captar-se com boa resolução o menor comprimento de onda de interesse, para uma onda propagando-se no ar ambiente a uma frequência de 20.000Hz (limite superior audível), o comprimento de onda λ vale 17mm e cada elemento deve ter no máximo 1,7mm. [17]

Para simulações LES o tamanho do maior elemento na região da esteira é calculado de tal forma que se possa representar uma escala de turbulência na região inercial do espectro de energia.

O tamanho dos elementos próximos às paredes depende também do modelo de turbulência adotado. Para LES, o ideal seria que as células adjacentes a parede possuíssem $y^+ \leq 4$. Para modelos RANS com lei de parede, pode-se ter o primeiro elemento com $y^+ \geq 40$. y^+ é a distância da parede, y, adimensionalizada pela tensão de atrito com a parede, τ_w, pela massa específica, ρ, e pela viscosidade, ν.

$$y^+ = \frac{y(\tau_w/\rho)^{1/2}}{\nu} \tag{3.49}$$

3.2 Ondas acústicas em meios fluidos

As ondas acústicas em meios fluidos se propagam graças à mecanismos intrínsecos às equações do movimento. Nesta seção, busca-se evidenciar alguns mecanismos de propagação e construir equações simplificadas capazes de representar o fenômeno, sem a necessidade da resolução completa das equações de Navier-Stokes, com a precisão requerida para obter dados acústicos relevantes, visto que a energia transportada pelas ondas acústicas é de algumas ordens de grandeza inferior à energia cinética do escoamento.

3.2.1 Equação de onda para um meio homogêneo em repouso

Recorrendo-se às equações linearizadas de Euler para um meio homogêneo em repouso e subtraindo-se o derivada temporal da lei de conservação de massa 3.18 da divergência da equação de conservação de momento 3.19 elimina-se u_i' e obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial p'}{\partial x_i^2} = 0 \tag{3.50}$$

Fazendo-se uso da lei constitutiva 3.20 relacionando p' a ρ' pode-se obter equações de onda para ρ', 3.51 e p', 3.52.

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial \rho'}{\partial x_i^2} = 0 \tag{3.51}$$

ou

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial p'}{\partial x_i^2} = 0 \tag{3.52}$$

Tais equações podem ser resolvidas através da solução D'Alembert que decompõe a variável em questão, seja ela p' ou ρ', em duas funções que representam informações se propagando radialmente em duas direções opostas com a velocidade do som, c_0. No caso de p' teria-se:

$$p' = f(r - c_0 t) + g(r + c_0 t) \tag{3.53}$$

A título de ilustração da teoria é apresentado um exemplo de como o campo de pressão acústica gerado pelo escoamento ao redor de um corpo pode ser visualizado.

Com base no trabalho de Perot[10] no qual é demonstrado que a turbulência na região da esteira não contribui substancialmente para a geração de ruído no caso de cilindros submetidos a escoamentos subsônicos, trata-se neste caso apenas as componentes de pressão na parede como fonte sonora.

As forças flutuantes que atuam no cilindro são decompostas em duas componentes ortogonais, a componente de arrasto e a componente de sustentação. Por se tratar de uma fonte compacta, supõe-se que o campo acústico gerado por cada uma dessas componentes seja equivalente ao campo acústico provocado por um dipolo cuja intensidade varia em função dos históricos dos coeficientes de sustentação e arrasto.

Determina-se o campo acústico gerado pelo escoamento ao redor do cilindro através da composição dos dois dipolos e da solução de d'Alembert para a equação de onda.

Obtém-se para o caso do cilindro de 19 mm submetido ao escoamento uniforme com magnitude de $69,2 m/s$ o campo representado na figura 3.5:

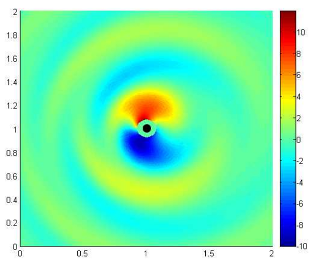

Figura 3.5: Contornos de pressão

3.2.2 Analogia de Lighthill

A análogia de Lighthill surgiu no período pós segunda guerra como uma tentativa de reduzir o ruído proveniente dos então recentes turbo-reatores. Embora sua derivação a partir das equações de Navier Stokes possa ser realizada sem a necessidade de aproximações o seu uso requer que o observador esteja em uma região onde o fluido é homogêneo e o campo de velocidade nulo.

Os conceitos apresentados por Lighthill constituem entretanto a base de muitos métodos modernos de previsão de ruído aerodinâmico.

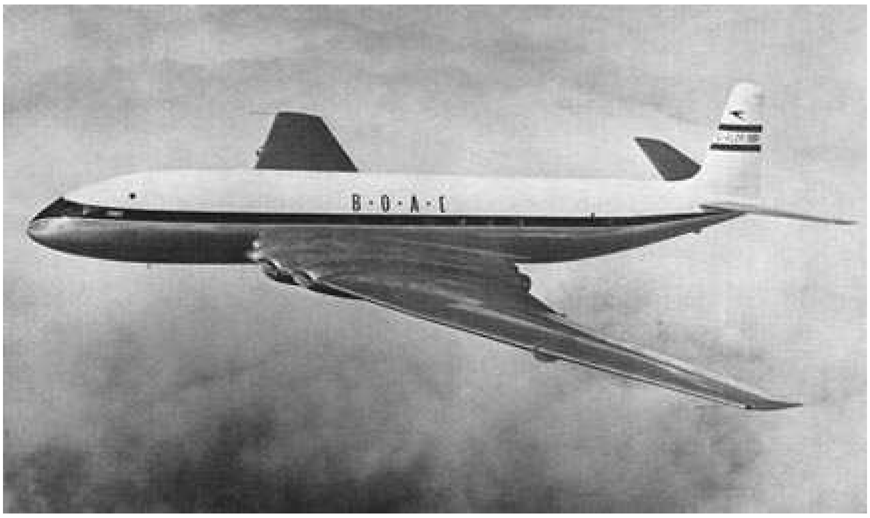

Figura 3.6: Comet, primeiro avião comercial a jato

Parte-se das equações da continuidade e de equilíbrio de momentos. Subtraindo-se a divergência da equação de equilíbrio de momentos, equação 3.2, da derivada temporal da equação da continuidade, equação 3.1, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\rho U_i U_j + P\delta_{ij} - \tau_{ij}\right) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \tag{3.54}$$

Em seguida, expande-se:

$$c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\rho \delta_{ij}\right) \tag{3.55}$$

e defini-se o tensor de Lighthill tal que:

$$T_{ij} = \rho U_i U_j + \left(P - c_0^2 \rho\right) \delta_{ij} - \tau_{ij} \tag{3.56}$$

Obtendo-se:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \tag{3.57}$$

Através do raciocínio apresentado, Lighthill conseguiu evidenciar os termos fonte da equação de propagação de ondas acústicas podendo levantar as principais causas do ruído aerodinâmico e no sentido de reduzí-lo. Através da resolução dessas equações foi possível relacionar o ruído provocado pelos turbo-reatores ao número de Mach do jato que sai deles.

A analogia de Lighthill foi estendida por Ffwocs Willians e Hawkings para lidar com paredes móveis e fontes em movimento.

O modelo de FFwocs Willians e Hawkings implementado no FLUENT® se aplica apenas para propagação de som através de um meio fluido sem obstruções, possibilitando seu uso na previsão do ruído gerado por veículos em campo aberto. Dada sua construção, o modelo não é capaz de representar a propagação de sons em dutos ou meios fluidos limitados por paredes, como no caso de sistemas de climatização ou interior de cabines de aeronaves.

4 RUÍDO PROVOCADO PELO ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO

Durante o período inicial de trabalho, além da revisão bibliográfica apresentada, realizou-se algumas simulações nas quais pode-se verificar o comportamento dos modelos apresentados. O software comercial FLUENT foi utilizado para tanto.

Inicialmente tentou-se a reprodução do caso do escoamentos no entorno de uma cavidade apresentado por Gloerfelt et al. [24]. Contudo a necessidade de malhas altamente refinadas e de simulações longas fez com que o trabalho fosse adiado e se iniciasse o aprendizado por casos mais simples.

Simulações bidimensionais realizadas considerando o escoamento ao redor de um cilindro forneceram os primeiros resultados promissores para o cálculo do ruído gerado pelo escoamento.

4.1 Condições de contorno

Busca-se nessa etapa determinar como as condições de contorno implementadas no software FLUENT influenciam no cálculo direto do som. Em especial, há o interesse pelo que acontece com as ondas sonoras que chegam a fronteira do escoamento.

Conclui-se que as condições testadas não eram capazes de lidar corretamente com as ondas de pressão. Conforme pode ser visto na figura 4.1 que representa contornos de pressão ao redor de um cilindro submetido a escoamento cujo número de Mach ao longe vale 0,7, as ondas de pressão que chegam as fronteiras do domínio computacional são refletidas para o interior do domínio, o que não ocorre na realidade.

Sugere-se então a implementação de algum mecanismo de amortecimento das ondas sonoras na vizinhança das fronteiras. Para tanto, incluiu-se no interior do domínio interfaces de *porous jump* entre células próximas às laterais da malha.

Para o caso simulado sob essas condições não houve reflexão significativa das ondas de pressão que atingiam as laterais do domínio. O campo de pressão resultante é apresentado na figura 4.2.

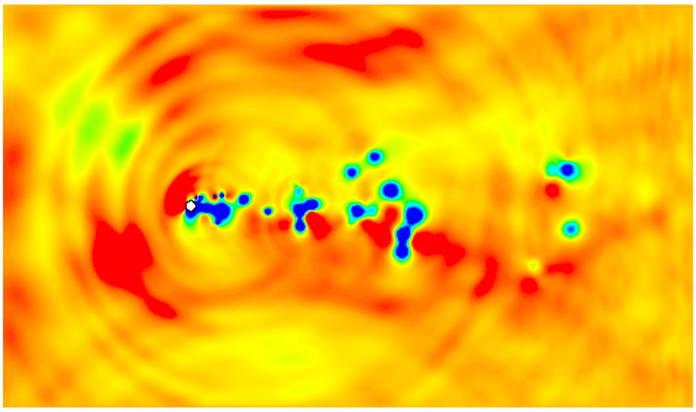

Figura 4.1: Contornos de pressão para cilindro simulado com condições de *Pressure far field* nas laterais

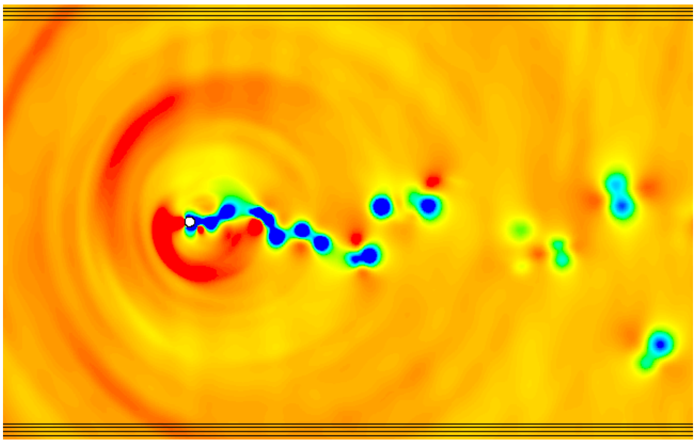

Figura 4.2: Contornos de pressão para cilindro simulado com condições de *Pressure far field* nas laterais e *porous jump* em três superfícies internas próximas às laterais

Nas figuras 4.3 e 4.4, correspondentes ao contorno de vorticidade para os casos simulados com e sem a condição de *porous jump*, observa-se claramente que a reflexão ocasionada pela condição de contorno influencia também o comportamento da esteira de vórtices. Ambas as figuras foram geradas para a mesma escala de cores e uma vez que os escoamentos já estavam desenvolvidos.

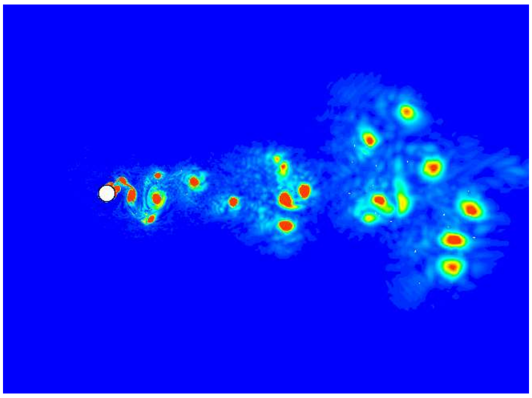

Figura 4.3: Contornos de vorticidade para cilindro simulado com condições de *Pressure far field* nas laterais

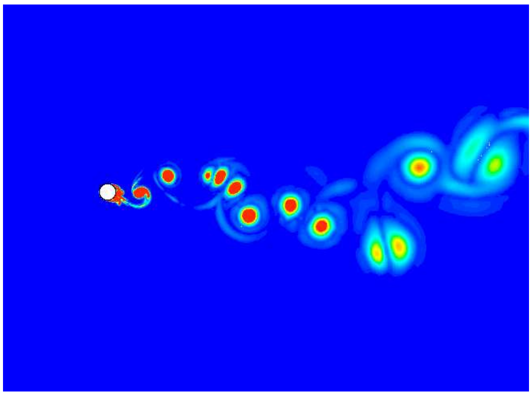

Figura 4.4: Contornos de vorticidade para cilindro simulado com condições de *Pressure far field* nas laterais e *porous jump* em três superfícies internas próximas às laterais

4.2 Malha

Visando diminuir o custo computacional relacionado ao grande número de elementos na esteira em malhas estruturadas, buscou-se impor que os elementos possuíssem uma grande razão de aspecto. Para o teste, construiu-se uma malha estruturada com 50.000 elementos quadriláteros e com razão de aspecto elevada na região da esteira. O caso teste do cilindro imerso em escoamento foi simulado com o modelo de turbulência $k - \omega$.

Adota-se o caso de referência para o qual há resultados experimentais [14] [20]. É representado um cilindro com diâmetro de 19mm submerso em ar escoando com velocidade ao longe de 69,2m/s. As condições de contorno impostas são, *velocity inlet* na entrada, simetria nas laterais e *outflow* na saída.

Conclui-se que as simulações são sensíveis a razão entre a largura e a altura de cada elemento. O uso de elementos muito estirados, embora refinados, na região da esteira induziu um amortecimento mais acentuado dos vórtices, ver figura 4.5, e o cálculo incorreto dos coeficientes Cl e Cd.

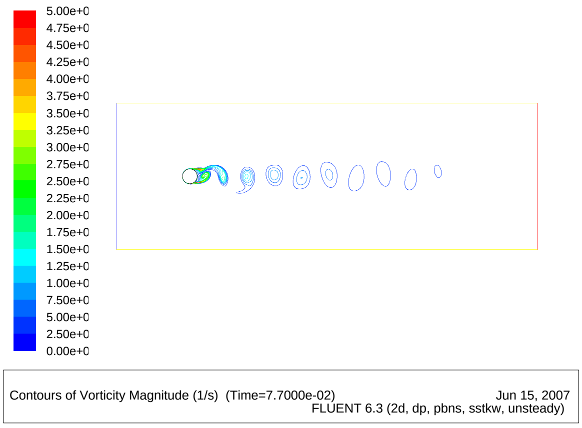

Figura 4.5: Contornos de vorticidade para escoamento ao redor de cilindro 2d evidenciando dissipação provocada pela malha na região da esteira

Uma vez que as malhas estruturadas construídas apresentam um elevado número de elementos parte-se para a utilização de malhas não estruturadas. É então realizada uma simulação de um caso LES, com número de Reynolds e condições de contorno idênticas ao do caso anterior, com a malha de 30.000 células representada pela figura 4.6.

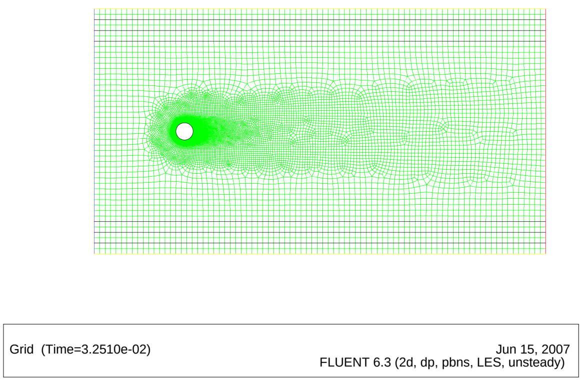

Figura 4.6: Malha bidimensional não estruturada constituida por quadriláteros

Embora com pequeno número de elementos, a malha é refinada nas proximidades da parede para garantir que o escoamento seja resolvido até a subcamada viscosa da camada limite. O que pode ser comprovado sabendo-se que os valores de y^+ nas primeiras células ao redor do cilindro são inferiores a 4, figura 4.7. Ressalta-se que o modelo LES adotado foi um modelo dinâmico que leva em consideração o transporte da energia cinética turbulenta, adequado a malhas nas quais os elementos são maiores e muito diferentes uns dos outros.

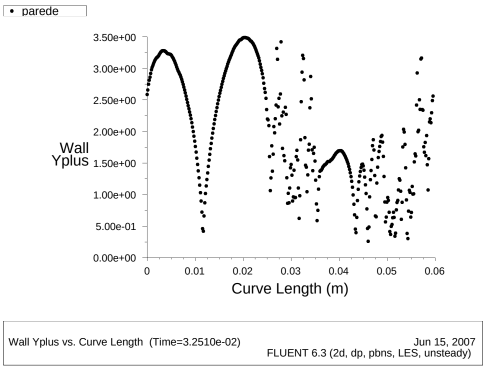

Figura 4.7: Valor de y+ ao longo da parede do cilindro

O contorno de vorticidade obtido uma vez que o escoamento atingiu regime,figura 4.8, mostra-se coerente. Contudo, o número de Strouhal do coeficiente de sustentação, Cl, vale 0,23 para o cálculo realizado, ao invés de 0,19 conforme resultados experimentais apresentados na referência [21].

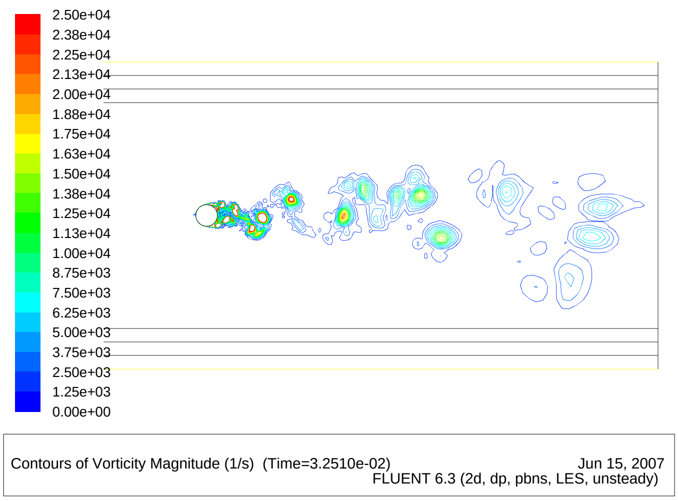

Figura 4.8: Contornos de vorticidade para escoamento ao redor de cilindro 2d

4.3 Modelos de turbulência

Paralelamente a essa verificação das condições de contorno, foram realizadas simulações preliminares para malhas de tamanho inferior nas quais se testou diferentes modelos de turbulência. O ruído nesses casos era determinado lançando-se mão da analogia de FFwocs Willians e Hawckings.

A primeira malha utilizada, figura 4.9, possui somente 45.000 células mas é suficientemente refinada a ponto de ser apropriada para simulações LES.

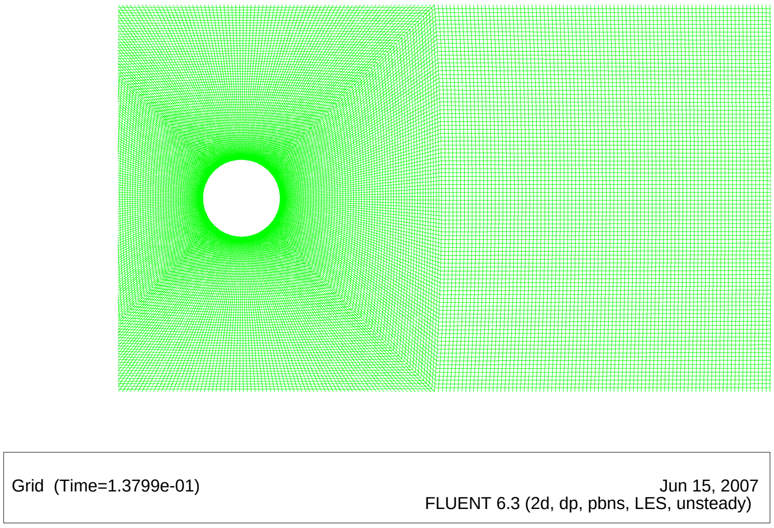

Figura 4.9: Malha para simulações LES do escoamento ao redor do cilindro

Uma vez levantada a evolução temporal do coeficiente Cl para simulações, k-ω SST, e LES verifica-se que para as simulações LES há muito ruído associado a flutuação de pressão ao redor do cilindro enquanto que para simulações k-ω o desprendimento de vórtices ocorre harmoniosamente em uma única freqüência.

Como pode ser visto na figura 4.10, a freqüência dominante do Cl no caso da simulação LES corresponde a St=0,21, enquanto que para simulação k-ω SST o valor obtido é próximo a 0,25. Para o número de Reynolds do escoamento em questão, o valor de Cl deveria ser próximo a 0,19 [21].

Tomando-se alguns pontos afastados ao redor da parte superior do cilindro

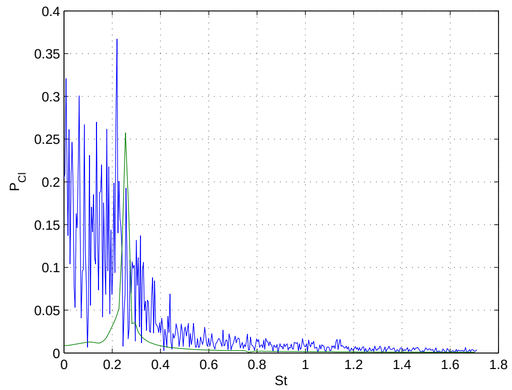

Figura 4.10: Espectro do coeficiente de sustentação para simulações k-ω e LES

pode-se obter o nível de ruído em função do ângulo θ, definido como o ângulo entre uma reta paralela ao escoamento ao longe e a reta que liga o observador ao centro do cilindro. Na figura 4.11 é apresentada a curva de OASPL em função de θ obtida para a simulação LES.

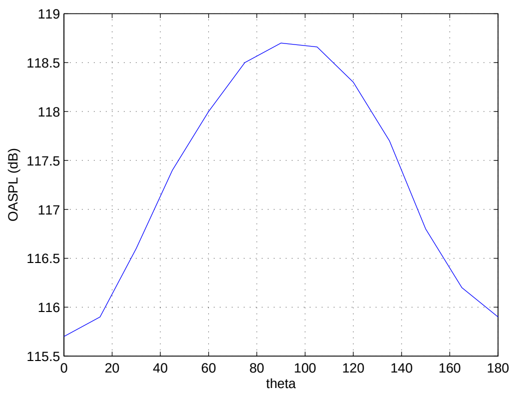

Figura 4.11: OASPL em função do ângulo theta formado entre o escoamento ao longe e o vetor que vai do centro do cilindro ao observador

O valor de OASPL calculado para um observador a 35 diâmetros de distância em um eixo perpendicular ao escoamento que passa pelo centro do cilindro foi de 111dB para a simulação k-ω SST e quase 119dB para a simulação LES. O valor experimental correspondente é de 117dB [14, 20].

4.4 Cilindro 3d

Realizou-se também uma simulação tridimensional do escoamento ao redor do cilindro valendo-se da estratégia de simulações de grandes escalas, LES. Para tanto, construiu-se uma malha computacional, figura 4.13, atendendo aos requisitos apresentados no capítulo 3, considerando que o primeiro elemento respeitaria a condição de $y^+ \leq 1$ e que os elementos na esteira seriam refinados o suficiente para representar com suficiente precisão os maiores turbilhões gerados.

A geometria em questão corresponde a porção fluida no entorno do cilindro de diâmetro igual a 19mm que é aprisionada por um paralelepípedo de largura equivalente a 3,2 vezes o diâmetro, altura de 10 vezes o diâmetro e comprimento de 25 vezes o diâmetro. O cilindro localiza-se centrado a uma distância de 5 vezes o diâmetro da superfície de entrada do fluido no domínio conforme a figura 4.12.

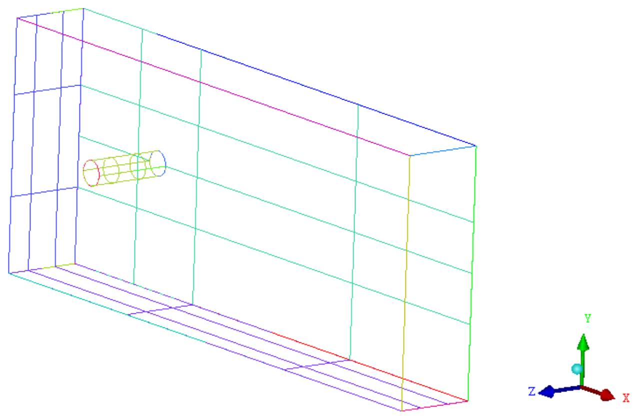

Figura 4.12: Geometria utilizada para gerar a malha tridimensional

A largura do domínio computacional foi determinada com base em uma expressão empírica apresentada por [21] para o cálculo do comprimento de correlação do coeficiente de sustentação. Os demais comprimentos foram determinados em função de práticas usuais de simulação do escomento ao redor de cilindros.

Com o auxílio do software comercial ICEM, foi gerada uma malha estruturada que possui por volta de 2,5 milhões de elementos e impõe um passo de tempo de $1 * 10^{-5}s$, calculado de acordo com os argumentos apresentados na seção 3.1.4.1.

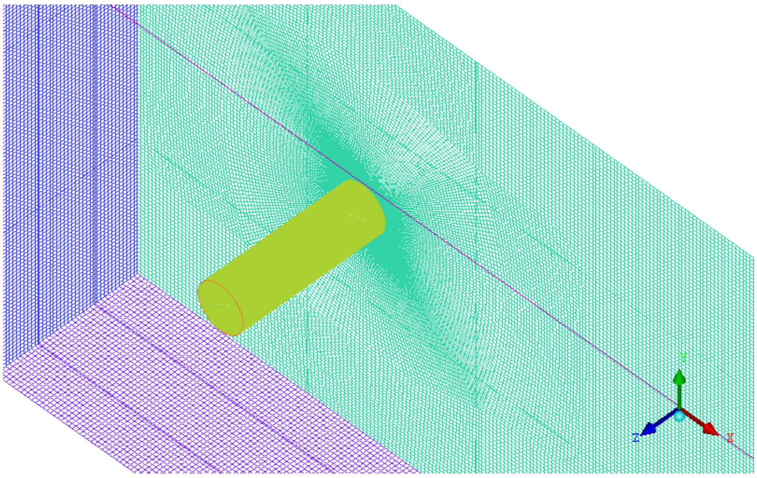

Figura 4.13: Malha superficial aplicada sobre a geometria 3d

Como condições de contorno foram empregadas *Velocity Inlet* no plano de entrada do domínio, *Outflow* na saída e Simetria nas laterais.

Os resultados obtidos são muito promissores, para o caso correspondente ao escoamento cujo número de Reynolds vale 90.000, o número de Strouhal do coeficiente de sustentação vale 0,1899 e apresenta um desvio de apenas 2% em relação ao valor calculado a partir de resultados experimentais [21].

A curva de evolução temporal do coeficiente Cl, figura 4.14, mostrou-se muito menos perturbada do que aquela obtida para o caso 2d empregando LES, indicando que o sinal possui um menor número de componentes em freqüência, fato que pode ser evidenciado através do uso da transformada de fourrier, figura 4.15

Os contornos de magnitude de vorticidade em planos perpendiculares ao eixo do cilindro, figura 4.16, e no plano radial em relação ao cilindro e paralelo ao escoamento, figura 4.17, indicam o caráter fortemente tridimensional do escoamento, como esperado.

Contudo, utilizando dois processos rodando em paralelo em um cluster SGI com processadores ITANIUM2, ao término de uma semana a simulação havia progredido apenas 1200 passos de tempo, o que equivale a 0,012s. Estima-se que o tempo de simulação necessário para obter-se os dados desejados seja próximo a um mês e meio.

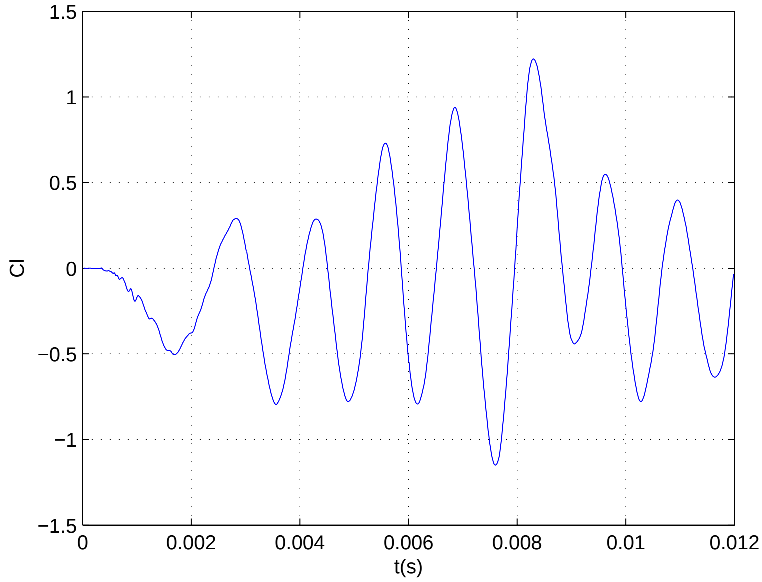

Figura 4.14: Evolução temporal do coeficiente Cl obtido através de simulação tridimensional do escoamento ao redor de um cilindro, Re=90.000

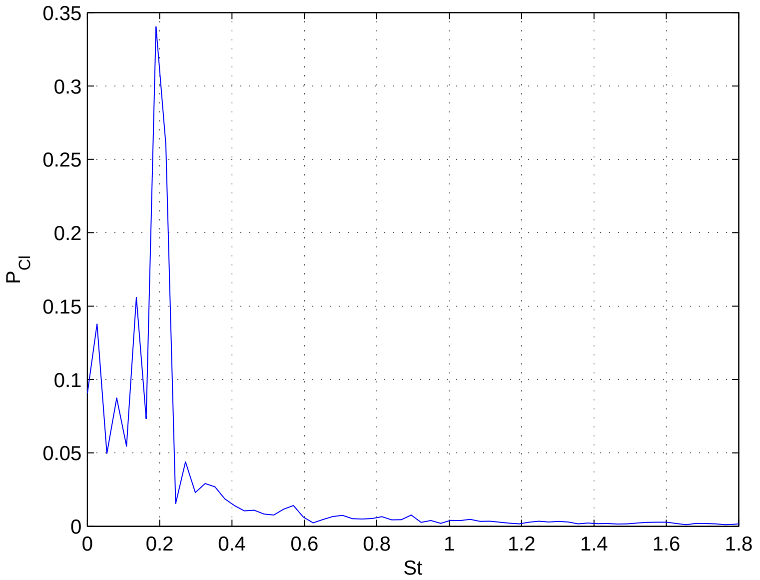

Figura 4.15: Espectro do coeficiente de sustentação para simulação LES do escoamento ao redor do cilindro 3d

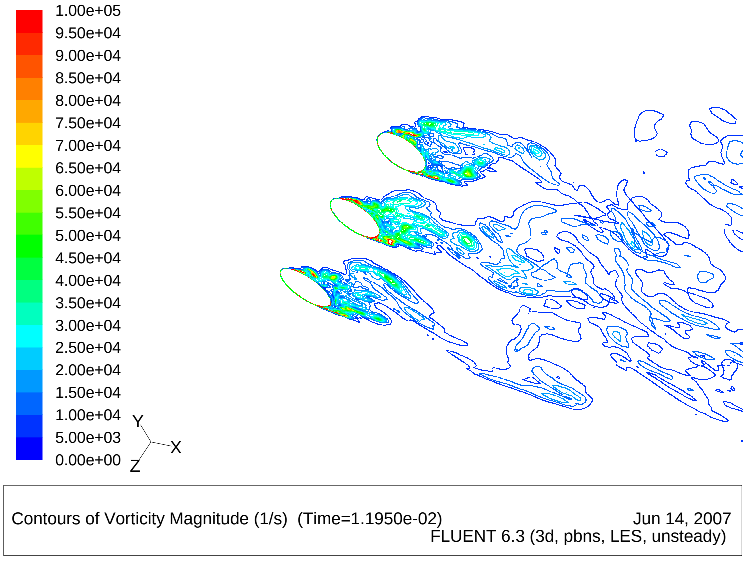

Figura 4.16: Contornos de vorticidade em planos perpendiculares ao eixo longitudinal do cilindro 3d, Re=90.000

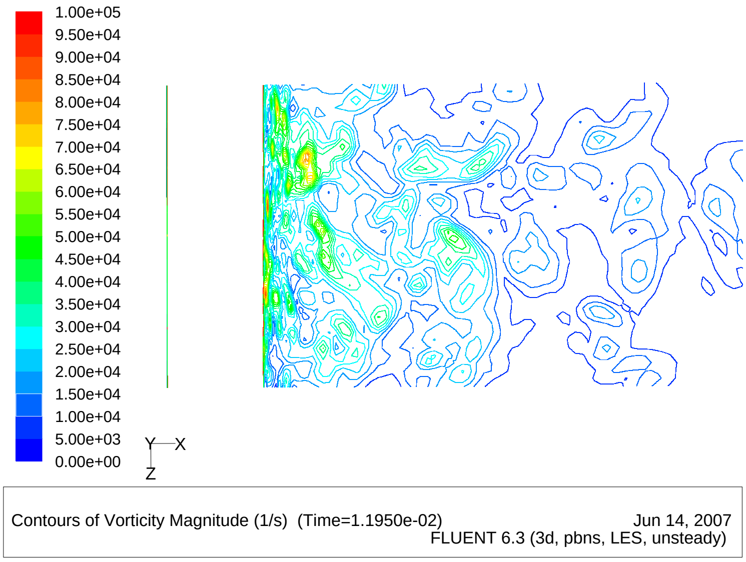

Figura 4.17: Contornos de vorticidade no plano radial ao cilindro e paralelo ao escoamento ao longe, Re=90.000

5 RUÍDO PROVOCADO PELO ESCOAMENTO NAS VIZINHANÇAS DE UMA CAVIDADE

Dando continuidade ao estudo do som gerado pelo escoamento ao redor de corpos, retomou-se o problema da geração de ruído pelo escoamento nas vizinhanças de uma cavidade.

Adotou-se o caso de uma cavidade com profundidade de 2,54mm cujo comprimento é o dobro da profundidade, L/D = 2, submetida a um escoamento cujo número de Mach ao longe vale 0,7.

Em sua tese de doutorado Gloerfelt [9] demonstra que o escoamento em questão possui características fortemente bidimensionais, contudo, para garantir uma maior adequação do modelo LES, optou-se por uma simulação tridimensional. Foi criada a malha de elementos hexaédricos, estruturada cuja representação dos planos paralelos ao escoamento é apresentada na figura 5.1. A malha possui 61180 células no total e sua "envergadura" corresponde a 0,25 vezes a profundidade da cavidade.

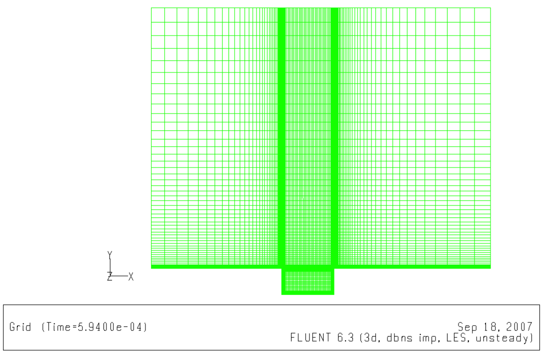

Figura 5.1: Malha utilizada na simulação do escoamento no entorno de uma cavidade

Novamente buscou-se ao construir a malha que os primeiros elementos da camada limite estivessem na subcamada laminar com o valor de $y+ < 1$. Na figura 5.2 observa-se que essa condição é respeitada em quase toda a extensão da parede. O valor de y+ decrescente no início do domínio ocorre uma vez que foi imposto o perfil uniforme na superfície de entrada. Sugere-se para próximas simulações a imposição do perfil analítico de Blasius como condição de entrada.

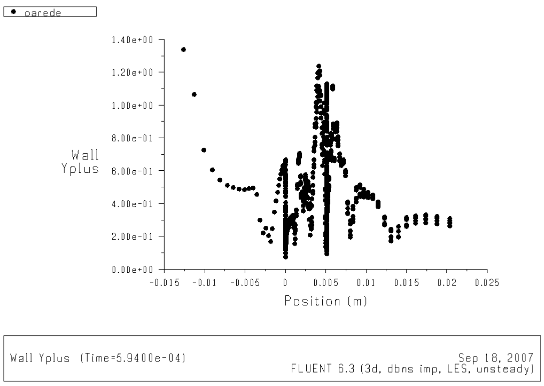

Figura 5.2: Valores de Y+ obtidos para os primeiros elementos da camada limite ao longo da parede da cavidade

O modelo compressível disponível no software FLUENT juntamente com a equação da energia e a estratégia de simulação das grandes escalas, LES, foram escolhidos para a resolução do problema. O passo de tempo adotado foi de $1 * 10^{-6}$s.

Na figura 5.3 representa-se o campo de pressão calculado para o domínio no entorno da cavidade. Pode-se ver claramente as ondas emitidas em direção às fronteiras superior e montante.

Comparando a figura 5.3 com a figura 5.4 verifica-se que a emissão de ondas sonoras obtida durante o presente trabalho possui as mesmas características do caso de referência. A figura 5.4 representa a visualização dos gradientes verticais de massa específica obtidos a partir da simulação direta do ruído provocado pelo escoamento no entorno de uma cavidade empregando métodos de diferenças finitas de alta ordem. Pode-se, contudo, comparar as flutuações de pressão obtidas com as flutuações de densidade, uma vez que adotou-se o modelo de gás perfeito e não há alteração significativa

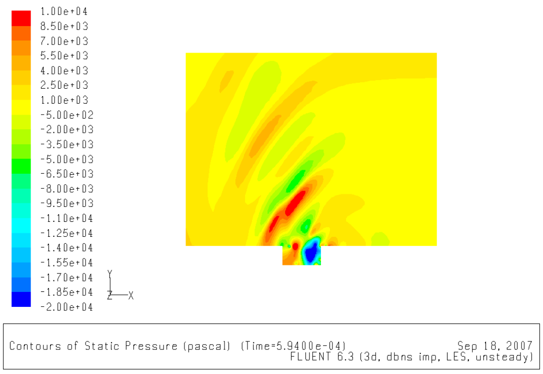

Figura 5.3: Contornos de pressão obtidos para a simulação do escoamento no entorno de uma cavidade

de temperatura.

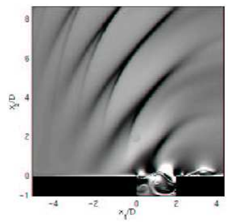

Figura 5.4: Visualização das ondas acústicas obtida através da simulação direta do escoamento por Gloerfelt [24]

Nota-se que uma desvantagem do método dos volumes finitos de baixa ordem perante os métodos de alta ordem é a difusão numérica mais elevada que implica em um "espalhamento"da onda sonora. Esse efeito poderia ser amenizado se malhas mais refinadas e regulares fossem adotadas, logicamente requerendo um esforço computacional mais elevado. Neste caso não foi necessário modificar as condições de contorno disponíveis no software FLUENT para evitar a reflexão de ondas acústicas para o interior do domínio uma vez que a própria difusão artificial se encarregou de eliminar tal efeito.

Nas figuras 5.5 e 5.6 é apresentada a evolução temporal dos campos de magnitude de vorticidade e de pressão no entorno da cavidade. Observa-se que a origem do ruído provocado pelo escoamento deve-se ao encontro de vórtices contra a aresta a jusante da cavidade. Esses vórtices, por sua vez, são resultado da interação entre as ondas de pressão aliadas a instabilidades do escoamento e a camada cisalhante existente entre os escoamentos exterior e interior à cavidade.

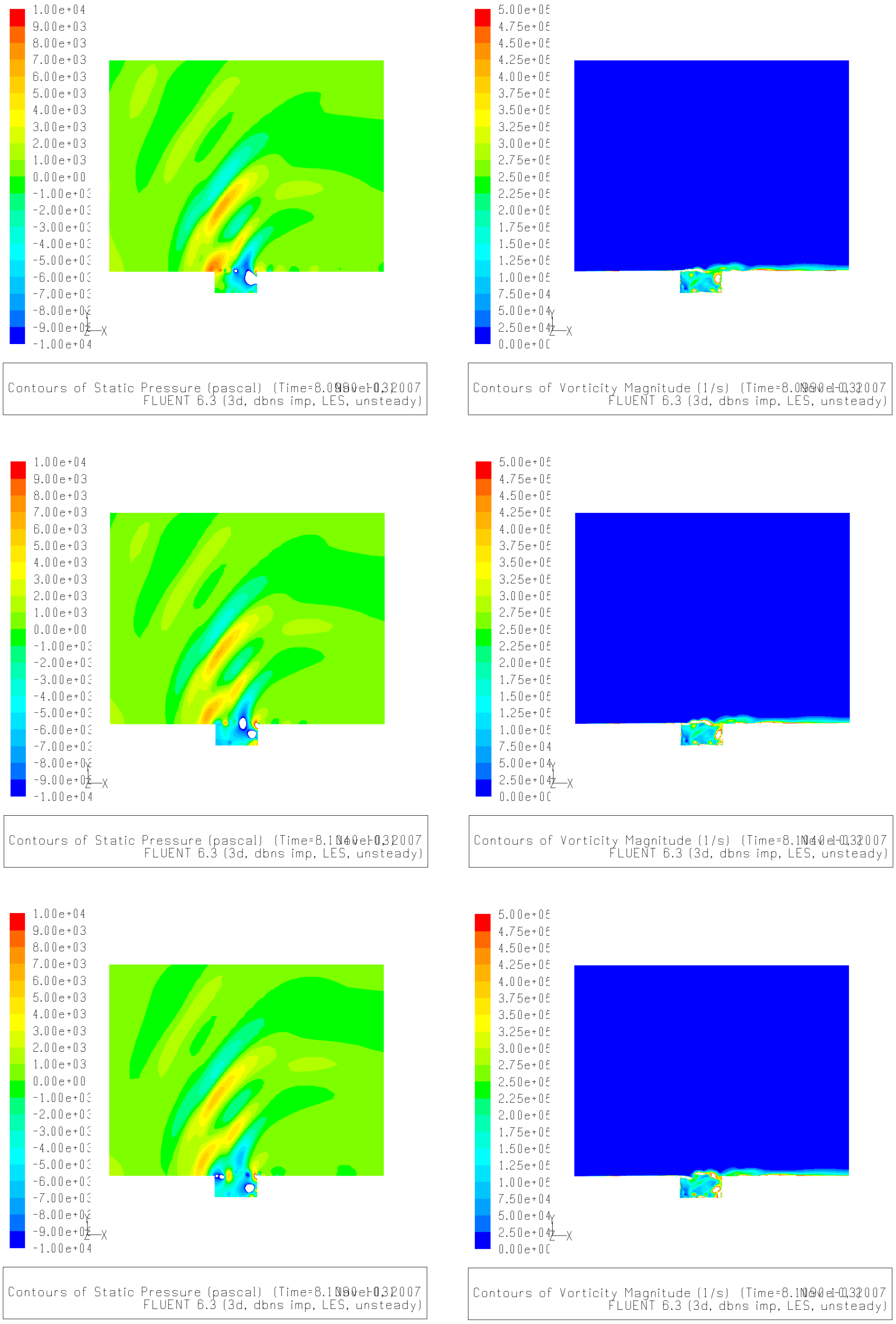

Figura 5.5: Evolução temporal dos campos de Pressão e Vorticidade

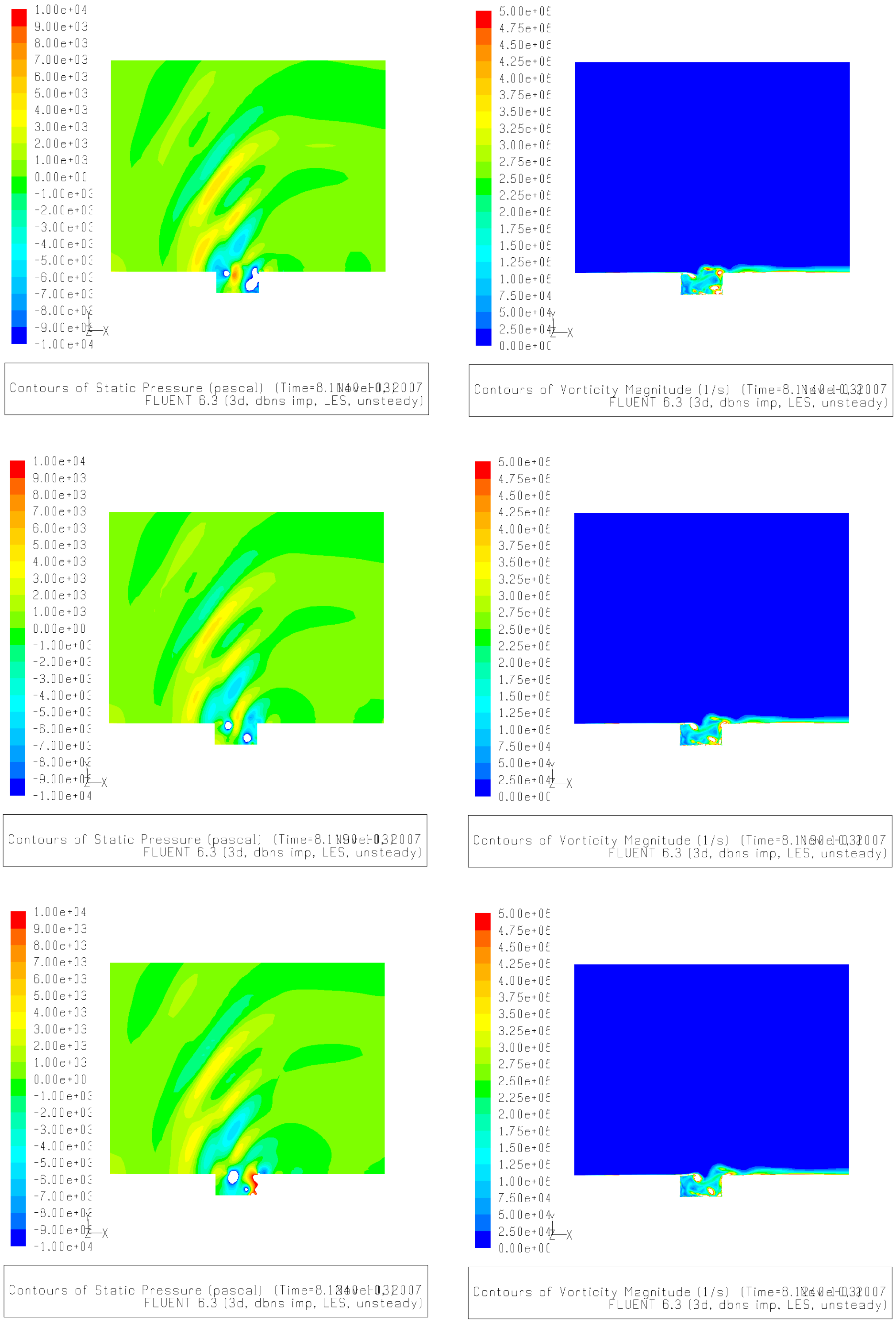

Figura 5.6: Evolução temporal dos campos de Pressão e Vorticidade

Durante a simulação armazenou-se o histórico de pressão em um ponto localizado sobre a aresta a montante a uma distância de 2 vezes a profundidade da cavidade. A transformada de Fourier do sinal, figura 5.7, é então calculada em função do número de Strouhal.

Define-se o número de Strouhal para o caso da cavidade baseando-se nos valores da profundidade da cavidade, D, da velocidade ao longe, U_0, e das frequências, f, como:

$$St = \frac{f.D}{U_0} \tag{5.1}$$

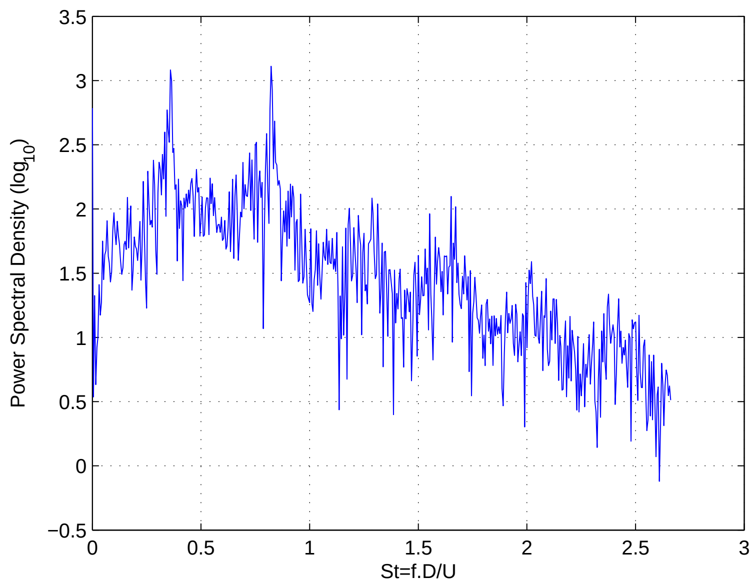

Figura 5.7: Histórico de pressão transformado

Na simulação realizada a componente predominante ocorre para valores de frequência correspondentes a St = 0,81. Há uma componente a St=0,36 e hârmonicos destas duas componentes.

Os resultados apresentam o mesmo comportamento dos obtidos por Gloerfelt [9], contudo a componente principal obtida em seu trabalho [9] corresponde a St=0,66. A diferença se deve provavelmente a baixa ordem dos esquemas de discretização empregados e a consequente má representação do mecanismo de acoplamento entre as instabilidades da camada cisalhante e as ondas sonoras geradas.

6 CONCLUSÃO

Ao longo do texto foram apresentados alguns conceitos relacionados a simulação numérica dos escoamentos e à sua relação com a produção de ruído. Mostrou-se que com o auxílio de softwares de simulação do escoamento e do emprego de modelos adicionais como o de Lighthill pode-se estimar com boa precisão o som gerado pelo escoamento ao redor de corpos.

Diferentes maneiras de tratar o escoamento turbulento, grande responsável pela produção de sons, foram apresentadas e testadas, a que mostrou apresentar os melhores resultados foi a simulação empregando LES. Embora o custo computacional envolvido tenha se tornado proibitivo em alguns casos.

Sugere-se para uma primeira aproximação e resolução de escoamentos ao redor de geometrias mais complexas o uso de modelos de turbulência baseados na média de Reynolds e de analogias aeroacústicas. A escolha entre modelos de uma equação, $k - \varepsilon$, $k - \omega$, modelos baseados no transporte do tensor de Reynolds ou suas variações deve ser feito em função da geometria e das características de cada escoamento.

As principais dificuldades enfrentadas foram a alta demanda computacional e a necessidade de uma extensa revisão bibliográfica. A escolha por LES implicou na necessidade de simulações tridimensionais para que a física do problema fosse respeitada e que resultados satisfatórios fossem obtidos.

Sugere-se para trabalhos futuros um estudo mais detalhado das condições de contorno e dos esquemas de discretização espaço-temporais. Métodos de alta ordem têm se tornado cada vez mais interessantes do ponto de vista de fidelidade na representação do fenômeno e seu uso segue restrito devido às dificuldades de implementação.

Os resultados promissores demonstram a viabilidade dos modelos e das estratégias empregadas para a resolução do problema. Eles garantem também que os procedimentos empregados podem e devem ser aplicados nas etapas de projeto de produtos potencialmente geradores de ruído.

REFERÊNCIAS

[1] BAILLY, C. Acústica - notas de aula. Curso ministrado na École Centrale de Lyon. 2005.

[2] EVEREST, F. A. *Master handbook of acoustics*. 4ª. ed. Nova York: McGraw-Hill, 2001.

[3] DYKE, M. V. *An album of fluid motion*. Stanford, California: The Parabolic Press, 1988.

[4] BUICK OVERVIEW disponivel em [http://www.gm.com/company/buick_overview_pt.pdf], consultado no dia 12 de maio de 2007.

[5] LARSSON, J. *Computational aero acoustics for vehicle applications*. Tese (Doutorado) — Chalmers University os Technology, Goteborg, Suécia, 2002. ISSN 1101-9972.

[6] BISTAFA, S. R. *Acústica aplicada ao controle de ruído*. 1. ed. São Paulo, Brasil: Editora Edgard Blucher, 2006.

[7] THOMPSON, K. W. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *Journal of Computational Physics*, n. 68, p. 1–24, 1987.

[8] TAM, C. K. W.; WEBB, J. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, n. 107, p. 262–281, 1993.

[9] GLOERFELT, X. *Bruit rayonné par un écoulement affleurant une cavité: Simulation aeroacoustique directe et application de méthodes integrales*. Tese (Doutorado) — École Centrale de Lyon, Lyon, França, 2001.

[10] PEROT, F. *Calcul du rayonnement acoustique d'écoulement turbulents basé sur des analogies acoustiques couplées aux simulations aérodynamiques instationnaires*. Tese (Doutorado) — École Centrale de Lyon, Lyon, França, 2004.

[11] BOGEY, C.; BAILLY, C. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations: far field formulation and validation test cases. *Acta Acustica united with Acustica*, v. 88, p. 463–471, 2002.

[12] WILCOX, D. W. *Turbulence modeling for CFD*. CA, USA: DCW industries, 1993.

[13] POPE. *Turbulent flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

[14] FLUENT User's Guide.

[15] BOUDET, J. Méthode des volumes finis - discrétisation conservative. Notas de aula. 2005.

[16] MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluido computacional.* 1. ed. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995.

[17] MANOHA, E. et al. Numerical simulation of aerodynamic noise. In: NEITTAANMäKI, P. et al. (Ed.). *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS.* Jyväskylä: [s.n.], 2004.

[18] PROUDMAN, I. The generation of noise by isotropic turbulence. In: ROYAL SOCIETY OF LONDON. *A229.* [S.l.], 1952. p. 119–129.

[19] SARKAR, S.; HUSSAINI, M. Y. *Computation of the sound generated by isotropic turbulence.* NASA Langley Research Center, Hampton, VA, 1993.

[20] KOOI, J. T. van der. *An experimental study of aeolian tones and trailind edge noise.* Dissertação (Mestrado) — Universidade de Twente, Enschede, Holanda, outubro 2006.

[21] NORBERG, C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. *Journal of Fluids and Structures*, v. 17, p. 57–96, 2003.

[22] BAILLY, C. Turbulência - notas de aula. Curso ministrado na École Centrale de Lyon. 2005.

[23] GLOERFELT, X.; BAILLY, C.; BOGEY, C. Numerical evidence of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity. *International Journal of Aeroacoustic*, v. 2, n. 2, p. 99–124, 2003.

[24] GLOERFELT, X.; BAILLY, C.; JUVé, D. Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integal methods. *Journal of sound and vibratio*, v. 266, n. 1, p. 110–146, 2003.

[25] LAI, H.; LUO, K. Large-eddy simulation and control of cavity aeroacoustics. In: *Conference on Turbulece and Interactions.* Porquerolles, Franca: [s.n.], 2006.

[26] MCCOMB, W. D. *The physics of fluid turbulence.* Oxford: Oxford University Press, 1992. (Oxford engineering science series, v. 25).

[27] JOSEPH, L.; STEGER, R.; WARMING, F. Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite-difference methods. *Journal of Computational Physics*, v. 40, p. 263–293, 1981.

[28] TON, T.; PUTTEN, D. van. Flap aeronoise - embraer-145. Outubro 2006.