

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análise estrutural e verificação da vida à fadiga de uma roda  
automotiva utilizando o Método dos Elementos Finitos.**

Luis Fernando Lopes de Moraes Filho

**São Paulo**

**2007**

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análise estrutural e verificação da vida à fadiga de uma roda  
automotiva utilizando o Método dos Elementos Finitos.**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título de  
Graduação em Engenharia

Luis Fernando Lopes de Moraes Filho

Orientador:  
Prof. Dr. Marcelo Augusto Leal Alves

Área de concentração:  
Engenharia Mecânica

**São Paulo**

**2007**

## **Ficha catalográfica**

de Moraes Filho, Luis Fernando Lopes

Análise estrutural e verificação da vida à fadiga de uma roda automotiva utilizando o Método dos Elementos Finitos, por L. F. L. de Moraes Filho. São Paulo: EPUSP, 2007. 110p

Trabalho de formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Resistência dos Materiais 2.Método do Elementos Finitos 3. Rodas Automotivas I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica III.t.

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus Pais Luis Fernando e Cleide, minha avó Tereza, ao meu irmão Felipe e minha cunhada Luana e a minha namorada Amanda, pessoas a quem eu devo muito pela força que me deram nessa jornada.

## RESUMO

A redução de peso de componentes de automóveis vem se tornando importante hoje em dia devido a questões de aumento de desempenho dos mesmos, e também quanto à redução de consumo de combustível. Apesar de essa ser uma atividade desafiadora para a indústria automotiva, com a ajuda do avanço dos recursos computacionais, ela se torna mais acessível, apesar de ainda exigir certo conhecimento técnico.

Este trabalho tem por objetivo o estudo estrutural e a verificação da vida quanto à fadiga de uma roda automotiva visando a redução de sua massa. Sendo a roda de um veículo um dos componentes mais pesados do carro e sendo o componente com a maior inércia rotacional do sistema de transmissões, a redução de seu peso tem grande significância no desempenho do veículo.

Para esta análise foi utilizado o método dos elementos finitos, um método matemático de análise estrutural muito poderoso por ser aplicável a geometrias complexas. Com os dados levantados na análise estrutural com o Método dos Elementos Finitos, podemos verificar a vida à fadiga da roda submetida a determinados carregamentos com a ajuda da teoria da resistência dos materiais.

## **ABSTRACT**

The reduction of automobiles components weight is becoming important nowadays due the questions of performance increase of the same ones, and also to the fuel consumption reduction. Although this being a challenging activity for the automotive industry, with the aid of the computational resources advance it becomes accessible, although still to demand certain knowledge technician.

The objetive of this work is the structural study and the verification of the life for the fatigue of a automotive wheel, aiming the reduction of its mass. Being the vehicle's wheel one of the more weighed components of the car and being the component with the biggest rotational inertia of the transmissions system, the reduction of its weight has great significance in the performance of the vehicle.

For this analysis was used the finite element method, a mathematical method of very powerful structural analysis for to be applicable on complex geometries. With the data raised in the structural analysis with the of the Finite Element Method, we can verify the life for fatigue of the submitted wheel with the aid of the material resistance theory.

## SUMÁRIO

Lista de tabelas

Lista de figuras

1. Introdução.....	1
1.1. Informações da roda.....	2
1.2. Projeto de uma roda.....	2
2. Revisão da literatura.....	4
2.1. Resistência dos materiais.....	4
2.1.1. Função e princípios básicos da resistência dos materiais.....	4
2.1.2. Tipos de falha.....	4
2.1.3. Definição de segurança.....	5
2.1.4. Conceitos de projeto.....	6
2.1.5. Tensões.....	7
2.1.5.1. Carregamentos básicos.....	7
2.1.5.2. Tensões nominais.....	10
2.1.5.3. Deformações.....	13
2.1.5.4. Deformação plana geral.....	14
2.1.5.5. Tensões principais.....	15
2.1.5.6. Relação entre tensão e deformação válida para comportamento elástico linear.....	15
2.1.5.7. Tensão efetiva.....	18
2.1.5.8. Efeito de entalhe.....	20
2.1.6. Determinação do fator de segurança estático de componentes.....	22
2.1.6.1. Fratura frágil.....	22
2.1.6.2. Falha de componentes dúcteis.....	23
2.1.6.3. Flambagem de barras.....	26
2.1.7. Avaliação da segurança de componentes submetidos a vibrações.....	28
2.1.7.1. Descrição da carga de vibração.....	28
2.1.7.2. Curva de Wöhler.....	29
2.1.7.3. Determinação experimental da curva de Wöhler.....	32
2.1.7.4. Cálculo do limite de fadiga.....	33
2.1.7.5. Tensões multiaxiais na vibração.....	42

2.1.7.6.	Segurança necessária para a fratura por fadiga.....	45
2.1.8.	Introdução à avaliação da integridade operacional.....	45
2.1.8.1.	Procedimentos para a avaliação da integridade operacional.....	45
2.1.8.2.	Métodos de amostragem.....	46
2.1.8.3.	Modificações da curva de Wöhler.....	48
2.1.8.4.	Hipótese de acumulação de dano.....	50
2.1.8.5.	Fator de segurança da vida útil.....	51
2.2.	Método dos elementos finitos (FEM).....	52
2.2.1.	O que é FEM?.....	52
2.2.2.	Aplicação do FEM.....	52
2.2.3.	Problemas na aplicação.....	52
2.2.4.	Garantia da qualidade, erro do modelo.....	53
2.2.5.	Sistema de programa FEM.....	54
2.2.6.	Estática linear e não-linear.....	55
2.2.7.	Dinâmica linear e não-linear.....	56
2.2.8.	Problemas estáticos e não-estáticos potenciais.....	57
2.2.9.	Analogia de problemas potenciais.....	57
2.2.10.	Elementos do FEM.....	58
2.2.10.1.	Elementos unitários.....	59
2.2.10.2.	Elementos de volume.....	60
2.2.10.3.	Elementos de barras.....	61
2.3.	Elementos das rodas.....	62
2.3.1.	Visão geral.....	62
2.3.2.	Tipos de aro.....	63
2.3.3.	Estrutura da roda.....	64
2.3.4.	Rodas para automóveis de passageiros.....	64
3.	Materiais e métodos.....	67
3.1.	Modelo de roda utilizado.....	67
3.2.	Material utilizado para a fabricação da roda – Principais Propriedades Mecânicas.....	69
3.3.	Carregamento atuante sobre a roda.....	72
3.4.	Análise das tensões atuantes sobre a roda.....	74

3.4.1. Discretização das rodas.....	75
3.4.2. Condições de contorno.....	76
3.4.3. Avaliação das tensões atuantes sobre a roda.....	79
3.4.3.1. Estimativa do grau de trabalho à frio e novas propriedades mecânicas dos materiais nas regiões mais solicitadas.....	84
3.5. Análise de fadiga da roda.....	85
3.5.1. Efeito da presença de tensões multiaxiais.....	87
3.5.2. Efeito da tensão média.....	88
3.5.3. Efeito do acabamento superficial.....	89
3.5.4. Considerações sobre a correção da curva S-N.....	90
4. Resultados e Discussões.....	91
4.1. Análise da roda.....	91
5. Conclusões e recomendações .....	94
5.1 Dificuldades encontradas.....	95
5.2 Propostas para trabalhos futuros.....	95
6. Referências bibliográficas.....	97

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Fatores de segurança para fratura por fadiga.....	6
Tabela 2 – Módulo da seção e momento de inércia da área de segunda ordem.....	10
Tabela 3 – Determinação das tensões nominais.....	12
Tabela 4 – Cálculo da deformação elástica.....	13
Tabela 5 – Tensão efetiva.....	17
Tabela 6 – Lei de Hooke para estado biaxial de tensões (estado plano de deformação)	19
Tabela 7 – Fatores de segurança contra escoamento e fratura para materiais ferrosos dúcteis.....	27
Tabela 8 – Fatores para o material e carga.....	34
Tabela 9 – Fator de superfície $C_R$ .....	39
Tabela 10 – Analogia de problemas potenciais.....	58
Tabela 11: Propriedades mecânicas do material na região do pé do flange.....	85
Tabela 12: Resultados da análise à fadiga da roda em um ponto na região do pé do flange.....	93

## Lista de figuras

Figura 1 – Tratamento estatístico da segurança de um componente.....	5
Figura 2 – Características de eixos submetidos a alguns dos principais tipos de carregamentos.....	8
Figura 3 – Tensões e deformações numa região de um componente.....	9
Figura 4 – Operações com os momentos de inércia da área.....	11
Figura 5 – Círculo de Mohr (estado biaxial ou plano de deformações).....	14
Figura 6 – Tensão efetiva para materiais semidúcteis.....	18
Figura 7 – Avaliação com “strain gage” do tipo roseta a 0°, 45° e 90° (estado biaxial de tensão/estado plano de deformação).....	19
Figura 8 – Definição do fator de concentração de tensão.....	20
Figura 9 – Diagrama dos fatores de concentração de tensão (barras planas, tubo com furo transversal e barras redondas).....	21
Figura 10 – Estágios do processo de falha em componentes dúcteis.....	23
Figura 11 – Diagrama de flambagem.....	26
Figura 12 – Casos de Flambagem de Euler.....	27
Figura 13 – Parâmetros da vibração da carga.....	29
Figura 14 – Curva de Wöhler.....	30
Figura 15 – Fator dinâmico de suporte à fadiga, segundo Siebel.....	37
Figura 16 – Fator de superfície $C_o$ .....	38
Figura 17 – Influência do tamanho.....	40
Figura 18 – Diagrama do limite de fadiga.....	41
Figura 19 – Susceptibilidade à tensão média $M_\sigma$ .....	42
Figura 20 – Resistência dos materiais sob tensões multiaxiais síncronas.....	43
Figura 21 – Curvas-limites para falhas sob tensões multiaxiais.....	44
Figura 22 – Procedimento para a análise da integridade operacional baseado no conceito de tensão nominal.....	46
Figura 23 – Procedimento de contagem através da ultrapassagem do valor de referência.....	47
Figura 24 – Amostragem com dois parâmetros (“Cascata ou Rainflow”).....	48
Figura 25 – Modificações da curva de Wöhler.....	49

Figura 26 – Hipótese de dano utilizada na teoria de Palmgren e Miner.....	51
Figura 27 – Sistema de programa do FEM.....	54
Figura 28 – Elementos unitários.....	59
Figura 29 – Elementos de volume.....	60
Figura 30 – Elementos de barras.....	61
Figura 31 – Roda de disco de chapa de aço.....	63
Figura 32 – Sistemas de aros.....	64
Figura 33 – Disco da roda de aço.....	67
Figura 34 – Aro da roda de aço.....	67
Figura 35 – Modelo final da roda de aço utilizado nas simulações.....	68
Figura 36 – Modelagem passo a passo.....	69
Figura 37 – Influência do grau de trabalho a frio sobre o limite de fadiga para o aço 1015.....	71
Figura 38 – Modelo da curva S-N para os aços carbono [3].....	72
Figura 39 – Distribuição dos esforços sobre a seção transversal.....	73
Figura 40 – Distribuição da pressão de contato sobre o flange do aro.....	73
Figura 41 – Perfil transversal da roda em estudo.....	75
Figura 42 – Modelo em elementos finitos da roda em estudo.....	76
Figura 43 – Esquema de carregamento utilizado para modelar o carregamento vertical na roda.....	77
Figura 43 – Esquema da força de contato entre o pneu e o flange.....	78
Figura 44 – Roda submetida apenas à pressão de inflação.....	80
Figura 45 – Carregamento a 0°.....	81
Figura 46 – Carregamento a 90° (vista frontal).....	81
Figura 47 – Carregamento a 90° (vista traseira).....	82
Figura 48 – Carregamento a 180° (vista frontal).....	82
Figura 49 – Carregamento a 180° (vista por baixo).....	83
Figura 50 – Carregamento a 270°.....	83
Figura 64 – Coeficiente para correção do limite à fadiga em função do acabamento superficial da peça.....	90
Figura 65 – Curvas S-N Nominal e Corrigida para o Ponto em estudo (ponto pertencente à região do pé do flange).....	92

## 1. Introdução

O contínuo desenvolvimento do automóvel nos dias de hoje trouxe consigo o avanço de cada um dos seus componentes, pois em veículos com motores mais potentes e melhor desempenho ocorre também a necessidade de componentes mais leves e ao mesmo tempo mais resistentes.

A diminuição do peso dos componentes em veículos automotores é um grande desafio para a indústria automotiva, sendo isto muito importante quando se trata de melhora de desempenho principalmente em termos de consumo de combustível.

Em termos de projetos de estruturas veiculares, a utilização de geometrias que favoreçam boas distribuições de tensões contribui tanto para a segurança como para a diminuição do peso estrutural, favorecendo o menor consumo de combustível.

Além de ter significativa importância quanto ao peso, as rodas, ou partes metálicas dos conjuntos dos pneus, são elementos de capital importância no automóvel, dos quais dependem, em grande parte, das características de estabilidade de marcha do veículo, assim como a eficácia de frenagem e, em parte, o comportamento da suspensão. Como se pode ver, as rodas são componentes de muita responsabilidade, que estão sujeitas a uma faixa de carregamentos de natureza bastante complexa e que variam aleatoriamente numa faixa de magnitude bastante ampla.

Embora se costume denominá-los aros, na verdade são conjuntos constituídos por duas peças soldadas entre si: o disco de roda – ou parte central – por onde é fixada ao eixo através de parafusos, e uma borda de forma circular e perfilada – rodeando o disco – que vem a ser o aro propriamente dito que assenta o pneu.

A crescente utilização de rodas de ligas de alumínio e de magnésio, substituindo rodas equivalentes em aço são motivações para desenvolvimentos de estudos como este que tem por objetivo a comparação de rodas quanto ao material e quanto ao seu desenho.

### **1.1. Informações da roda**

O objetivo básico da roda é servir de apoio ao pneu, amoldando a parte interna do mesmo. Nesse aspecto, além de uma absoluta rigidez, deve ter medidas adequadas ao tipo de carro e de pneu.

As dimensões do aro são medidas em função do seu diâmetro e da largura da tala, valores em geral expressos em polegadas e que são determinados pelo fabricante do veículo, que especifica, assim, o tipo de pneu adequado ao mesmo. A cada medida do aro corresponde outra do pneu, já que aquele é a forma deste.

A fixação da roda ao resto do carro é feita mediante vários parafusos que, situados nos discos, transmitem os enormes esforços e torções aos quais o veículo se vê submetido durante a rodagem. Assim sendo, torna-se muito importante a qualidade da roda para suportar cargas muito pesadas.

Além das funções principais de suportar o peso do veículo e efetuar a transmissão dos esforços de tração e frenagem, a roda deve assegurar uma boa refrigeração dos conjuntos de freio. Para tanto, o disco de roda conta com aberturas para passagem do ar, a fim de que, durante a rodagem, se possa estabelecer uma ventilação adequada que permita a dissipação do calor gerado pelos discos e tambores do freio.

### **1.2. Projeto de uma roda**

Atualmente, o projeto de uma roda chega a ser executado inicialmente por auxílio do computador (CAE - Computer Aided Engineering) através do método dos Elementos Finitos, que permite submeter a peça a testes de resistência a tensões, devido às complexas geometrias das rodas e a distribuição de carregamento atuante no componente relacionada com a pressão interna do pneu e com os esforços associados ao contato pneu/via trafegável. Isto facilita alterar o projeto nos pontos em que sejam eventualmente observadas falhas (grandes concentrações de tensão, por exemplo), permitindo ganhar tempo e diminuir eventuais custos evitando-se a fabricação de protótipos e ferramentais para ensaios.

A utilização de ligas-leves se deve a tentativa de reduzir ao máximo o peso da roda. Esta questão do peso da roda não era levada muito em conta, mas foi ganhando importância com o progressivo aumento da largura dos pneus, que exigiram rodas mais largas. Além disso, sendo a roda o elemento de maior

dimensão e, às vezes de maior peso entre as massas não suspensas do veículo, massas essas que quanto mais leves, menores as inércias, assim, melhor será o trabalho da suspensão, permanecendo por mais tempo o pneu em contato com o solo.

A grande importância do fator peso levou os fabricantes a buscarem o máximo de leveza no desenho e fabricação de rodas. Tradicionalmente as rodas eram feitas de aço a fim de suportarem sem problemas os enormes esforços desenvolvidos na tração, na frenagem e na rodagem sobre pistas nem sempre uniformes. Com o tempo, contudo, ficou provado que as rodas de liga-leve, apesar da sua aparente fragilidade, também suportam, melhor até que as de aço, as pressões próprias de rodagem, com a grande vantagem de uma redução de peso, muitas vezes superior a 50%.

Nesta tentativa de se reduzir ao máximo o peso da roda, a fim de diminuir a inércia para melhorar o consumo, aceleração/frenagem, desgaste de pneus, freios, suspensão, etc. aumenta-se o tamanho do furo de ventilação (de maneira adequada para que não haja comprometimento da aerodinâmica do veículo e nem da refrigeração dos freios).

## **2. Revisão da literatura**

### **2.1. Resistência dos materiais**

#### **2.1.1. Função e princípios básicos da resistência dos materiais**

A resistência dos materiais é o campo da ciência e da técnica onde se estuda o dimensionamento e a otimização da forma dos componentes e das estruturas que compõem os sistemas da engenharia. A resistência dos materiais fornece meios para quantificar e garantir a operação segura dos componentes. Assim, ela pode ser utilizada para garantir a integridade e disponibilidade operacional dos sistemas da engenharia mecânica ao longo de suas vidas úteis.

A resistência dos materiais também é fundamental na escolha dos materiais e dos processos de fabricação dos componentes. Além disso, ela nos fornece informações para a elaboração dos procedimentos utilizados para garantir a qualidade dos sistemas e de seus componentes.

O princípio básico que orienta estas tarefas consiste em limitar o valor de tensões que atuam em certas regiões do componente naquele valor que resulta na falha operacional do componente. Também é necessário limitar as deformações integral e local para garantir o bom funcionamento do componente.

#### **2.1.2. Tipos de falha**

O projeto adequado deve prevenir que o componente não falhe com uma margem de segurança apropriada. O significado da falha é a perda, ou perda iminente, da funcionalidade do componente. Os tipos principais de falha são:

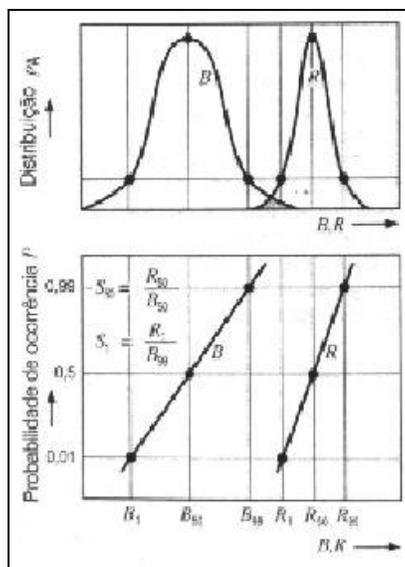
- Deformação elástica ou plástica (escoamento) inaceitável
- Instabilidade (por exemplo, flambagem)
- Formação de trincas incipientes e fratura (por exemplo, fratura por fadiga)

Os efeitos da história das tensões aplicadas no componente (cargas estáticas, cíclicas e choques) e das condições ambientais – como a temperatura (por exemplo, fluência), corrosão (por exemplo, trincas formadas por tensões induzidas pela corrosão) e radiação (fragilização provocada por nêutrons) – são muito importantes nos processos que os levam à falha.

A importância da dureza do material nos processos de falha não pode ser superestimada. Normalmente, os valores que indicam a dureza não são utilizados nas análises de resistência dos materiais. As características mais importantes para a determinação da condição operacional segura de um componente são a insensibilidade do material ao entalhe (que está associada com a dureza e provoca as falhas com cargas altas), a capacidade de deformação sem ocorrência de fratura (alongação forçada), a resiliência (nos casos em que tensões são dinâmicas) e a capacidade de interromper a propagação de trincas.

### 2.1.3. Definição de segurança

A segurança operacional de um componente é verificada comparando-se as tensões  $B$ , que ocorrem nas condições de serviço normal, de teste ou de falha, com a resistência  $R$  do material ou do componente. A utilização de uma margem de segurança é necessária porque sempre existem variações em torno do valor médio (por exemplo, as flutuações das tensões), os métodos usualmente utilizados para avaliar as tensões são aproximados e também para levar em consideração os erros humanos. Normalmente, tanto  $R$  quanto  $B$  envolvem parâmetros que variam consideravelmente e torna-se necessária uma abordagem estatística da resistência como mostra a figura 1.



**Figura 1:** Tratamento estatístico da segurança de um componente.

Os códigos de projeto recentes fornecem valores específicos para os fatores de segurança para as tensões e resistência (por exemplo, a norma DIN 18800 e o Eurocode 3 são aplicáveis ao projeto de estruturas de aço). O documento FKM [10] apresenta os fatores de segurança necessários, as regras para avaliação de cargas de projeto e os fatores de segurança para que a probabilidade de sobrevivência do componente atinja 97,5%. Este documento ainda indica que o valor do fator de segurança depende do tipo de material, de sua dureza, das medidas utilizadas para garantir a qualidade do componente, dos procedimentos de inspeção utilizados ao longo da vida do componente e das possíveis conseqüências de uma falha (veja a tabela 1).

**Tabela 1:** Fatores de segurança para fratura por fadiga (Documento FKM [10]).

Grupo do material	Componente	Inspeções	Conseqüências da falha	Fator de segurança para o limite de fadiga $S_p$	
Aço laminado	Metal-base	Não regulares	Altas	1,5	
			Baixas	1,3	
		Regulares	Altas	1,35	
	Soldado	Não regulares	Altas	1,9	
			Baixas	1,6	
		Regulares	Altas	1,7	
Ferro fundido dúctil (AS = 12,5%)	Fundidos não estaticos	Metal-base	Altas	2,1	
			Baixas	1,8	
			Regulares	Altas	1,9
		Soldado	Não regulares	Altas	2,6
				Baixas	2,25
			Regulares	Altas	2,4
	Fundidos resistentes (avaliação destrutiva)	Metal-base	Não regulares	Altas	1,9
				Baixas	1,65
			Regulares	Altas	1,7
		Soldado	Não regulares	Altas	2,5
				Baixas	2,0
			Regulares	Altas	2,1
		Baixas	1,9		

#### 2.1.4. Conceitos de projeto

Os próximos conceitos, que são derivados dos tipos de falha e de sua progressão na seção transversal, estão disponíveis para o projeto dos componentes:

- Conceito da tensão nominal
- Conceito da tensão estrutural
- Conceito da elongação local
- Conceito da fragmentação mecânica

No **conceito da tensão nominal** usualmente utilizado, a tensão nominal máxima que atua numa seção transversal do componente é comparada com a tensão nominal que o leva à falha. A tensão para falha, que é obtida através de avaliações teóricas, precisa levar em consideração todos os parâmetros que determinam a falha.

O **conceito de tensão estrutural** é muito utilizado na avaliação das construções soldadas. Este conceito inclui as tensões secundárias devidas à flexão (esforços estruturais). Neste caso, os aspectos geométricos da construção são muito importantes.

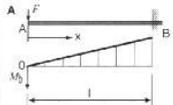
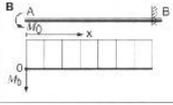
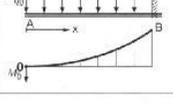
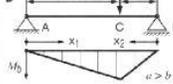
O **conceito de alongação local** está baseado na comparação do comportamento elastoplástico do material presente na região submetida às tensões mais altas do componente com aquele descrito na curva de fadiga baixo ciclo (curva LCF). Esta curva é determinada em experimentos onde a alongação é monitorada em testes cíclicos realizados com corpos-de-prova planos (sem entalhe).

A base do **conceito de fragmentação mecânica** é a hipótese da existência de defeitos (trincas) reais ou fictícios no componente sendo incorporados na análise de resistência mecânica do componente. A análise linear elástica da mecânica da fratura é adequada nos casos em que a falha ocorre com deformação baixa (material frágil). A mecânica da fratura com escoamento (conceito COD, conceito da integral J) precisa ser aplicada nos casos em que a fratura ocorre com deformações plásticas maiores (fratura dúctil). É importante lembrar que a análise da mecânica da fratura utiliza a hipótese de que a falha ocorre pelo desenvolvimento das trincas. A ameaça de outros tipos de falha (como o colapso) também precisa ser verificada (método dos dois critérios).

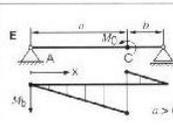
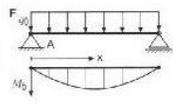
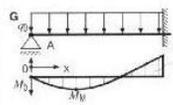
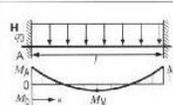
## **2.1.5. Tensões**

### **2.1.5.1. Carregamentos básicos**

As tensões em uma seção do componente podem ser calculadas a partir das deformações e do carregamento externo. A figura 2 apresenta várias características de eixos submetidos a alguns tipos importantes de carregamentos estáticos.

Carregamentos básicos e curvas do momento	Reações nos apoios		Momento máximo $M_{max}$	Linha eástica ( $a = x/l$ )	Deflexão	Inclinação
	$F_A$	$F_B$	$F \cdot l$	$\frac{F \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot I} (2 - 3 \cdot \alpha + \alpha^3)$	$w_A = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$	$\varphi_A = \frac{F \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I}$
	$F_A$	$F_B$	$M_0$	$\frac{M_0 \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I} (\alpha - 1)^2$	$w_A = \frac{M_0 \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I}$	$\varphi_A = \frac{M_0 \cdot l}{E \cdot I}$
	$F_A$	$F_B$	$\frac{q_0 \cdot l^2}{2}$	$\frac{q_0 \cdot l^4}{24 \cdot E \cdot I} (3 - 4 \cdot \alpha + \alpha^5)$	$w_A = \frac{q_0 \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I}$	$\varphi_A = \frac{q_0 \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot I}$
	$F_A = \frac{b}{l}$	$F_B = \frac{a}{l}$	$F \cdot \frac{a \cdot b}{l}$	$0 \leq x \leq a:$ $\frac{F \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{b}{l} \cdot \frac{a}{l} \left[ 1 - \left( \frac{b}{l} \right)^2 - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$ $0 \leq x \leq b:$ $\frac{F \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{b}{l} \left[ 1 - \left( \frac{a}{l} \right)^2 - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$	$w_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot l}$ $w_m = \frac{F \cdot a \cdot b}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot l}$ $w_m$ com $x_m = \frac{1}{\sqrt{3}} (l^2 - b^2)$	$\varphi_A = \frac{F \cdot a \cdot b}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} (l + b)$ $\varphi_B = \frac{F \cdot a \cdot b}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} (l + a)$ $\varphi_C = \frac{F \cdot a \cdot b}{3 \cdot E \cdot I \cdot l} (a - b)$

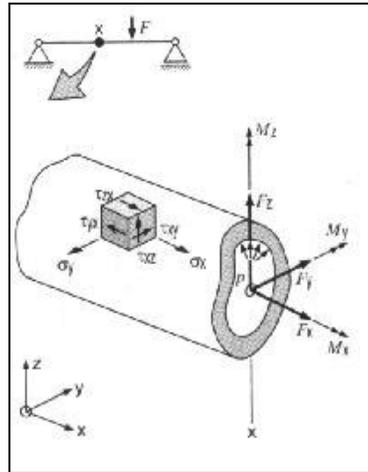
**Figura 2:** Características de eixos submetidos a alguns dos principais tipos de carregamentos (cont.).

Carregamentos básicos e curvas do momento	Reações nos apoios		Momento máximo $M_{max}$	Linha eástica ( $a = x/l$ )	Deflexão	Inclinação
	$M_0 \cdot \frac{a}{l}$	$\frac{M_0 \cdot b}{l}$	$a > b:$ $\frac{M_0 \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{a}{l} \left( 1 - 3 \left( \frac{b}{l} \right)^2 - \alpha^2 \right)$ $a < b:$ $\frac{M_0 \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (1 - \alpha)^2 (3 - 2 \cdot \alpha + \alpha^3)$	$0 \leq x \leq a:$ $\frac{M_0 \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{a}{l} \left( 1 - 3 \left( \frac{b}{l} \right)^2 - \alpha^2 \right)$ $0 \leq x \leq b:$ $\frac{M_0 \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (1 - \alpha)^2 (3 - 2 \cdot \alpha + \alpha^3)$	$w_C = \frac{M_0 \cdot a \cdot b}{3 \cdot E \cdot I \cdot l} (a - b)$ $w_m = \frac{M_0 \cdot a^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot l}$ com $x_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{b}{l} \right)$	$\varphi_A = \frac{M_0}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} (l^2 - 3 \cdot b^2)$ $\varphi_B = \frac{M_0}{3 \cdot E \cdot I \cdot l} (l^2 - 3 \cdot a \cdot b)$ $\varphi_C = -\frac{M_0}{5 \cdot E \cdot I \cdot l} (l^2 - 3 \cdot a^2)$
	$\frac{q_0 \cdot l}{2}$	$\frac{q_0 \cdot l}{2}$	$\frac{q_0 \cdot l^2}{8}$	$\frac{q_0 \cdot l^4}{24 \cdot E \cdot I} \alpha (1 - 2 \cdot \alpha^2 + \alpha^3)$	$w_m = \frac{5 \cdot q_0 \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$	$\varphi_A = -\varphi_B = \frac{q_0 \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I}$
	$\frac{3}{8} \cdot q_0 \cdot l$	$\frac{5}{8} \cdot q_0 \cdot l$	$M_C = \frac{1}{8} \cdot q_0 \cdot l^2$ $M_A = \frac{3}{24} \cdot q_0 \cdot l^2$ $M_B = \frac{5}{24} \cdot q_0 \cdot l^2$ $w_m = \frac{3}{8} \cdot l$	$\frac{q_0 \cdot l^4}{48 \cdot E \cdot I} \alpha (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3)$	$w_m = \frac{q_0 \cdot l^4}{185 \cdot E \cdot I}$ com $x_m = 0,422 \cdot l$	$\varphi_A = \frac{q_0 \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$
	$\frac{q_0 \cdot l}{2}$	$\frac{q_0 \cdot l}{2}$	$M_A = -M_B = \frac{1}{12} \cdot q_0 \cdot l^2$ $M_u = \frac{1}{24} \cdot q_0 \cdot l^2$	$\frac{q_0 \cdot l^4}{24 \cdot E \cdot I} \alpha^2 (1 - \alpha)^2$	$w_C = \frac{q_0 \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$	-

**Figura 2:** (Cont.).

As tensões em um componente com a forma de uma barra podem ser compostas por três componentes retilíneas e três de rotação (veja o diagrama esquerdo da figura 3). Assim, a tensão geral é composta por forças longitudinais e transversais, por momentos de torção e fletor (os casos básicos de “tração/compressão”, cisalhamento, torção e flexão). A figura também mostra uma tensão adicional que atua na direção y e

que é criada pela pressão interna. Tensões laterais desta natureza também podem ser provocadas através de imposição de restrições às deformações transversais.



**Figura 3:** Tensões e deformações numa região de um componente.

#### 2.1.5.2. Tensões nominais

É necessário conhecer as propriedades da seção transversal para que seja possível calcular as tensões nominais provocadas pelo carregamento na seção. As propriedades importantes na seção são o momento de inércia da área com ordem zero  $A$  (área), o momento de inércia da área  $H$  (estático e de 1ª ordem) e os momentos de inércia axial e polar de área (2ª ordem – torque inercial).

Os momentos de inércia axial da área  $I_y$  e  $I_z$  são necessários para o cálculo das tensões nominais de flexão e das deformações em qualquer ponto da seção transversal. A tabela 2 apresenta os valores de  $I$  para algumas seções transversais usadas na engenharia.

**Tabela 2:** Módulo da seção e momento de inércia da área de segunda ordem.

NL: eixo neutro (linha onde a tensão é nula).

Seção transversal	Módulo da seção $W_b$ sob flexão $W_t$ sob torção	Momento de inércia da área de segunda ordem $I_a$ axial, referido ao eixo neutro $I_p$ polar, referido ao centróide																								
	$W_b = 0,098 d^3$ $W_t = 0,196 d^3$	$I_a = 0,049 d^4$ $I_p = 0,098 d^4$																								
	$W_b = 0,098 (d^3 - d_0^3)/d$ $W_t = 0,196 (d^3 - d_0^3)/d$	$I_a = 0,049 (d^4 - d_0^4)$ $I_p = 0,098 (d^4 - d_0^4)$																								
	$W_b = 0,098 a^2 \cdot b$ $W_t = 0,196 a \cdot b^2$	$I_a = 0,049 a^3 \cdot b$ $I_p = 0,196 \frac{a^3 \cdot b^3}{a^2 + b^2}$																								
	$W_b = 0,098 (a^3 \cdot b - a_0^3 \cdot b_0)/a$ $W_t = 0,196 (a \cdot b^3 - a_0 \cdot b_0^3)/b$	$I_a = 0,049 (a^3 \cdot b - a_0^3 \cdot b_0)$ $I_p = 0,196 \frac{a^3 (b^3 - b_0^3)}{n^2 + 1}$																								
	$W_b = 0,118 a^3$ $W_t = 0,208 a^3$	$I_a = 0,083 a^4$ $I_p = 0,141 a^4$																								
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td><math>h \cdot b</math></td><td><math>x</math></td><td><math>\eta</math></td></tr><tr><td>1</td><td>0,208</td><td>0,140</td></tr><tr><td>1,5</td><td>0,231</td><td>0,196</td></tr><tr><td>2</td><td>0,246</td><td>0,229</td></tr><tr><td>3</td><td>0,267</td><td>0,263</td></tr><tr><td>4</td><td>0,282</td><td>0,281</td></tr><tr><td>10</td><td>0,312</td><td>0,312</td></tr><tr><td><math>\infty</math></td><td>0,333</td><td>0,333</td></tr></table> 	$h \cdot b$	$x$	$\eta$	1	0,208	0,140	1,5	0,231	0,196	2	0,246	0,229	3	0,267	0,263	4	0,282	0,281	10	0,312	0,312	$\infty$	0,333	0,333	$W_b = 0,167 \cdot b \cdot h^2$ $W_t = x \cdot b^2 \cdot h$	$I_a = 0,083 \cdot b \cdot h^3$ $I_p = \eta \cdot b^2 \cdot h$
$h \cdot b$	$x$	$\eta$																								
1	0,208	0,140																								
1,5	0,231	0,196																								
2	0,246	0,229																								
3	0,267	0,263																								
4	0,282	0,281																								
10	0,312	0,312																								
$\infty$	0,333	0,333																								
(As seções da barra com seção transversal quadrada não permanecem planas durante a torção.)																										
	$W_b = 0,104 a^3$ $W_t = 0,188 a^3$	$I_a = 0,060 a^4$ $I_p = 0,115 a^4$																								
	$W_b = 0,120 a^3$ $W_t = 0,188 a^3$	$I_a = 0,060 a^4$ $I_p = 0,115 a^4$																								
	$W_b = \frac{h^2 (a^2 + 4a \cdot b + b^2)}{12(2a + b)}$	$I_a = \frac{h^3 (a^2 + 4a \cdot b + b^2)}{36(a + b)}$																								
	$W_b = \frac{b \cdot h^3 - b_0 \cdot h_0^3}{6h}$	$I_a = \frac{b \cdot h^3 - b_0 \cdot h_0^3}{12}$																								
	$W_b = \frac{b \cdot h^3 + b_0 \cdot h_0^3}{6h}$	$I_a = \frac{b \cdot h^3 + b_0 \cdot h_0^3}{12}$																								

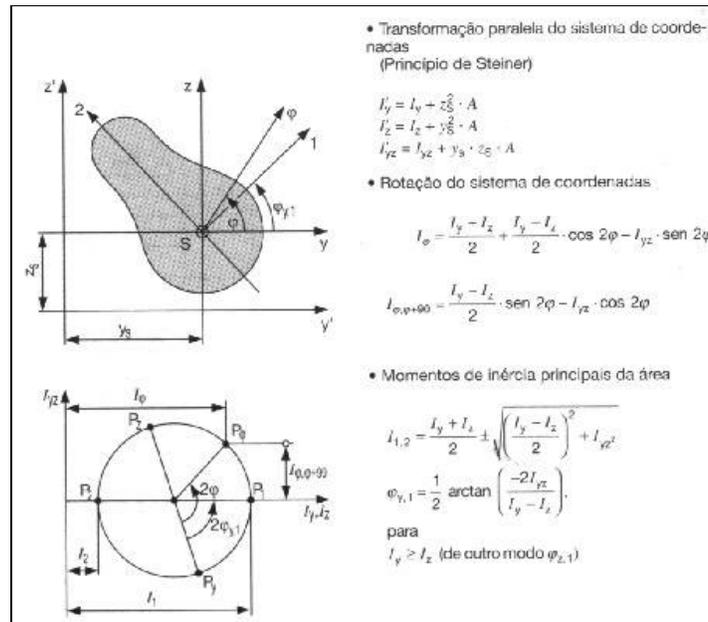
A deformação máxima, localizada no ponto mais afastado da linha neutra, pode ser determinada como módulo da seção  $W_{by}$  ou  $W_{zy}$ , que são definidos por:

$$W_{by} = \frac{I_y}{Z_{máx}} \quad (1)$$

E

$$W_{bz} = \frac{I_z}{y_{máx}} \quad (2)$$

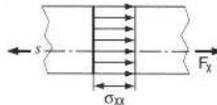
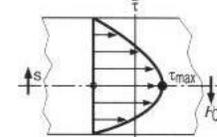
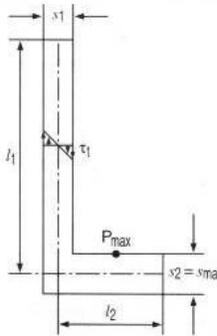
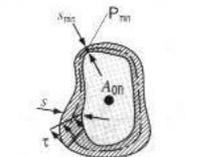
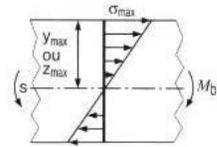
Os momentos de inércia de uma área composta por áreas contíguas podem ser avaliados com a transformação paralela (princípio de Steiner) e com a rotação do sistema de coordenadas (veja a figura 4).



**Figura 4:** Operações com os momentos de inércia da área.

As tensões nominais nas seções transversais dos componentes resultam dos componentes de carregamento e das propriedades da seção transversal (veja as relações indicadas na tabela 3). É importante notar que os eixos de referência  $y$  e  $z$  são eixos principais da seção transversal (onde o momento de área misto  $I_{yz}$  é nulo). A seção transversal fechada deve ser distinta da aberta nos cálculos das tensões devidas à torção em componentes com parede fina. A utilização de componentes com seção transversal aberta e compostos por paredes finas deve ser evitada nos casos em que existem esforços de torção.

**Tabela 3:** Determinação das tensões nominais

	Tensão nominal		Distribuição da tensão
	Geral	Valor máximo	
$F_x$ Tração/compressão	$\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A}$	$\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A}$	
$F_y$ Cisalhamento, direção y $F_z$ Cisalhamento, direção z ( $F_{Tz}$ )	$\tau_{xy} = \frac{F_y}{I_z} \cdot \frac{H_z(y)}{b(y)}$ $\tau_{xz} = \frac{F_z}{I_z} \cdot \frac{H_y(z)}{b(z)}$	Eixo do centróide $\tau_{xy}(O) = \frac{F_y}{I_z} \cdot \frac{H_z(O)}{b(O)}$ $\tau_{xz}(O) = \frac{F_z}{I_z} \cdot \frac{H_y(O)}{b(O)}$	
$M_x$ Torção	Circular: $\tau_t(r) = \frac{M_x}{I_p} \cdot r$	Superfície externa: $\tau_t(R) = \frac{M_t}{I_t}$	
	Parede fina - aberto $\tau_t(s) = \frac{M_x}{I_t} \cdot b$ $I_t = \frac{\eta}{3} \cdot \sum (l_i \cdot s_i^3)$	Meio do lado mais extenso ( $P_{max}$ ): $\tau_t(s_{max}) = \frac{M_t}{W_t}$ $W_t = \frac{I_t}{s_{max}} = \frac{\eta}{3} \cdot \sum (l_i \cdot s_i^3)$ $\eta = 1$	
	Parede fina - fechado $\tau_t(s) = \frac{M_x}{2 \cdot A_{con} \cdot s}$	Parede mais fina ( $P_{min}$ ): $\tau_t(s_{min}) = \frac{M_x}{2 \cdot A_{con} \cdot s_{min}}$	
$M_y$ Flexão, eixo y	$\sigma_{by}(z) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z$	Máxima distância do eixo y $\sigma_{by}(z_{max}) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_{max}$	
$M_z$ Flexão, eixo z	$\sigma_{bz}(y) = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$	Máxima distância do eixo z $\sigma_{bz}(y_{max}) = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{max}$	

A tensão normal total em um elemento de área que dista  $y$  e  $z$  do centróide é determinada pela adição algébrica da tensão de membrana com as tensões de flexão em torno dos eixos  $y$  e  $z$ :

$$\sigma_{x,tot} = \sigma_m + \sigma_{by}(z) + \sigma_{bz}(y) \quad (3)$$

A tensão de cisalhamento total em um elemento de área é igual à soma vetorial do componente de cisalhamento imposto pelo carregamento externo com aquela

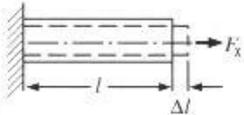
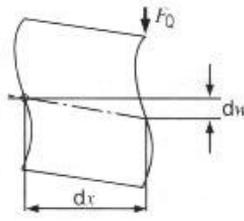
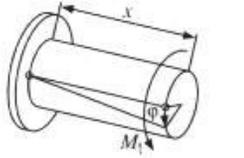
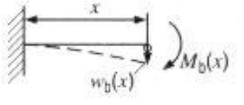
imposta pela torção. Por exemplo, a tensão de cisalhamento total pode ser calculada do seguinte modo:

$$\tau_{x,tot} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad (4)$$

### 2.1.5.3. Deformações

Um componente submetido a tensões apresenta deformação elástica ou plástica. A força axial provoca uma deformação  $\Delta l$  e as forças transversais e os momentos fletores provocam deflexões  $w_s$  e  $w_b$  em relação à configuração original. A torção provoca uma rotação relativa das seções transversais (ângulo de rotação  $\varphi$ ). As equações fundamentais que determinam estas deformações no regime linear-elástico estão apresentadas na tabela 4.

**Tabela 4:** Cálculo da deformação elástica

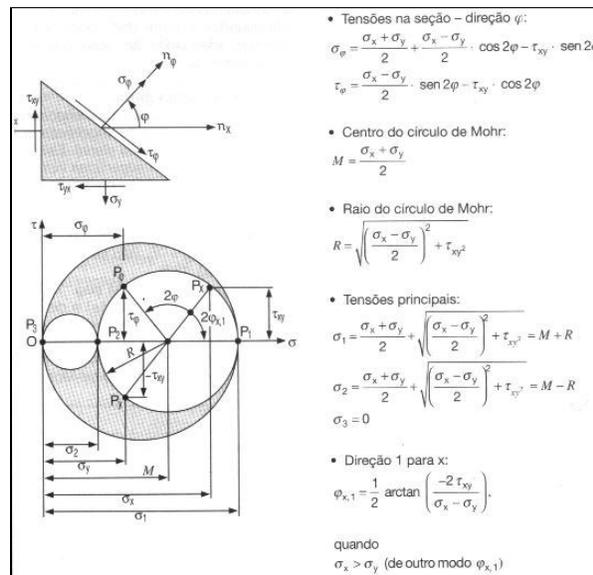
Componente do carregamento	Tipo de carga	Relação de deformação	Configuração						
$F_x$	Tração/ compressão	$\Delta l = \frac{F_x}{A \cdot E} \cdot l$							
$F_y$ $F_z$ ( $F_Q$ )	Cisalhamento	$\frac{dw_s(x)}{dx} = k_s \cdot \frac{F_Q(x)}{G \cdot A}$ $w_s(x) = \frac{k_s}{G \cdot A} \int F_Q(x) \cdot dx$ $= \frac{k_s}{G \cdot A} M_b(x) + w_0$ <table border="1" style="margin-top: 10px; width: 100px;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: center;">■</td> </tr> <tr> <td><math>k_s</math></td> <td style="text-align: center;">1,1</td> <td style="text-align: center;">1,2</td> </tr> </table>		●	■	$k_s$	1,1	1,2	
	●	■							
$k_s$	1,1	1,2							
$M_x$ ( $M_t$ )	Torção	$\varphi(x) = \frac{M_t \cdot x}{G \cdot I_t}$							
$M_y$ $M_z$ ( $M_B$ )	Flexão	$w_b''(x) = \frac{-M_b(x)}{E \cdot I_a}$							

A deformação por cisalhamento deve ser levada em consideração nos casos em que as tensões transversais são elevadas e podem ser calculadas integrando-se as características da força transversal e com a inserção do fator de concentração de tensões  $k_s$ , a deformação por flexão é determinada utilizando as equações diferenciais que descrevem o comportamento dos eixos estáticos (que requer uma integração dupla da curva do momento fletor). As constantes de integração são sempre determinadas a partir das condições de contorno adequadas ao caso que está sendo analisado.

#### 2.1.5.4. Deformação plana geral

O estado de deformação mais importante nas aplicações usuais da engenharia é o biaxial (ou de deformação plana). Este estado ocorre em todas as superfícies livres de tensão. Como as tensões normal e de cisalhamento são nulas na superfície (a coordenada  $z$  é normal à superfície), apenas as tensões normais,  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , e as tensões de cisalhamento,  $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$  não são nulas (ver a figura 5).

As relações mostradas na figura 5 fornecem as tensões normal  $\sigma(\varphi)$  e de cisalhamento  $\tau(\varphi)$  em qualquer direção  $\varphi$  em relação ao eixo  $x$  a relação entre  $\sigma(\varphi)$  e  $\tau(\varphi)$  pode ser representada graficamente na forma de um círculo (“Círculo de Mohr”).



**Figura 5:** Círculo de Mohr (estado biaxial ou plano de deformações).

#### 2.1.5.5. Tensões principais

Qualquer componente submetido a tensões apresenta planos onde as tensões de cisalhamento são nulas e as tensões normais apresentam valores máximos (veja os pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  da figura 5). Estas tensões normais máximas são conhecidas como tensões principais e as direções destas tensões são denominadas principais.

No caso mais geral, três tensões principais,  $\sigma_{H1}$ ,  $\sigma_{H2}$  e  $\sigma_{H3}$ , atuam num plano de um dado componente. O número de tensões principais não nulo determina o estado de tensões. O estado pode ser uniaxial (duas tensões principais iguais a zero), biaxial (uma tensão principal é nula) ou triaxial (nenhuma tensão principal é nula).

O caso biaxial, ou estado plano de deformações, é o mais encontrado nas aplicações usuais. Neste caso, a superfície livre de tensões e o plano das tensões principais não apresentam tensões  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$ , e  $\tau_{zy}$ . Os princípios utilizados na determinação das tensões principais para o caso de deformação plana estão mostrados na figura 9.

É importante colocar as tensões principais em ordem crescente na formulação das hipóteses de resistência (veja próxima seção). O resultado dessa ordenação pode ser descrito do seguinte modo:

$$\sigma_1 = \text{máx}\{\sigma_{H1}, \sigma_{H2}, \sigma_{H3}\} \quad (5)$$

$$\sigma_3 = \text{mín}\{\sigma_{H1}, \sigma_{H2}, \sigma_{H3}\} \quad (6)$$

#### 2.1.5.6. Tensão efetiva

A resistência de um material é avaliada comparando-se as tensões que atuam no componente (um estado de tensão multiaxial) com o valor característico do material que é determinado, na maioria das vezes, sob um estado uniaxial de tensão. As hipóteses de resistência foram desenvolvidas para que esta comparação faça sentido. O objetivo destas hipóteses é a determinação de um estado uniaxial de tensões equivalente àquela multiaxial encontrado no componente. Assim, o estado de tensões real passa a ser representado por uma tensão efetiva  $\sigma_v$ .

A tensão efetiva é um escalar e isto é uma deficiência do modelo. Observe que um parâmetro não direcional e sem sinal é formado a partir de tensões individuais que apresentam sinais. A formulação da tensão efetiva envolve uma perda inaceitável de informações que tem um impacto particular nas tensões multiaxiais que aparecem nas vibrações. A razão para isto é a ocorrência de uma rotação dos eixos das tensões

principais nos componentes ao longo do tempo (veja a direção e o sentido das tensões principais mostradas na figura 5). Nestas condições, as hipóteses clássicas de resistência não podem ser aplicadas na sua forma pura.

A escolha da hipótese de resistência depende primariamente do comportamento do componente e é importante distinguir o comportamento dúctil do frágil.

A hipótese da tensão normal (HTN) é normalmente utilizada nos casos em que o componente é construído com um material frágil. A falha devida à ruptura forçada frágil ocorre quando o valor da maior tensão principal  $\sigma_I$  alcança aquele da tensão de ruptura do material  $R_m$ .

Existem duas hipóteses importantes para descrever a fratura dúctil do componente (escoamento):

- Teoria da tensão de cisalhamento (TTC)
- Teoria da energia de deformação de von Mises (TED)

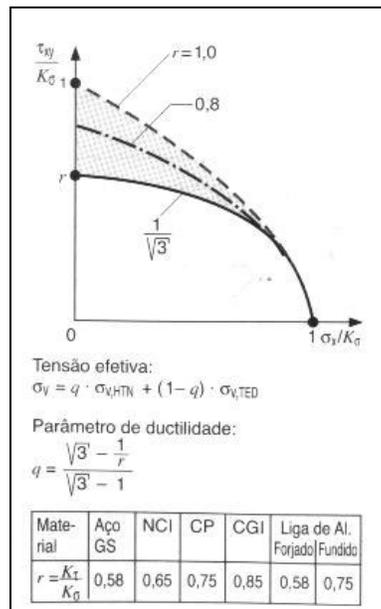
A experiência mostra que a TTC é adequada para descrever a fratura dúctil, enquanto que a de von Mises (TED) é mais adequada para as fraturas com deformação plástica e por fadiga. A TTC sempre produz uma tensão efetiva maior do que aquela calculada pela TED (máx. 15%). Assim, a TTC sempre fornece um valor conservativo. A tensão efetiva calculada com a TTC corresponde ao diâmetro do maior círculo que pode ser encontrado no círculo de Mohr.

A tabela 5 apresenta um resumo das tensões efetivas relativas a alguns carregamentos importantes.

**Tabela 5:** Tensão efetiva

Comportamento do componente	Frágil	Dúctil	
Hipótese de resistência	Hipótese da tensão normal (HTN)	Teoria da tensão de cisalhamento (TTC)	Teoria da energia de deformação de von Mises (TED)
Estado triaxial de tensões $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ <sup>1)</sup>	$\sigma_1$ <sup>2)</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ <sup>1)</sup>	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$
Estado biaxial de tensões (estado plano de deformações) $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$	$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2}$ quando $R$ <sup>3)</sup> $\geq M$ <sup>4)</sup> $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ quando $R$ <sup>3)</sup> $< M$ <sup>4)</sup>	$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$
$\sigma_x, \tau_{xy}$	$\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$
<sup>1)</sup> $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , <sup>2)</sup> $\sigma_1 > 0$ (de outro modo, verificar com a teoria do cisalhamento), <sup>3)</sup> $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ , <sup>4)</sup> $M = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$			

A descrição do comportamento dos materiais semidúcteis requer uma transição contínua da teoria do cisalhamento (TTC) com a de energia de deformação de von Mises (TED). Isto é realizado utilizando a razão  $r$  entre os fatores de tensão de cisalhamento  $K_\tau$  e de tensão normal  $K_\sigma$ . O guia da FKM [10] sugere um procedimento para o cálculo da tensão efetiva que utiliza as relações mostradas no gráfico mostrado na figura 6. Para o material dúctil ideal,  $r = 1/\sqrt{3}$  ou  $q = 0$  que reproduz a teoria da energia de deformação e, para o material frágil,  $r = 1$  ou  $q = 1$  que reproduz a hipótese da tensão normal.



**Figura 6:** Tensão efetiva para materiais semidúcteis.

#### 2.1.5.7. Relação entre tensão e deformação válida para comportamento elástico linear

Existe uma proporcionalidade entre a tensão e a deformação na faixa elástica e linear. De acordo com a lei de Hooke, para o estado de tensão uniaxial, a relação entre a expansão linear  $\varepsilon_x$  e a tensão  $\sigma_x$  é descrita pela relação:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (7)$$

A deformação transversal pode ser avaliada com a equação:

$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \varepsilon_x \quad (8)$$

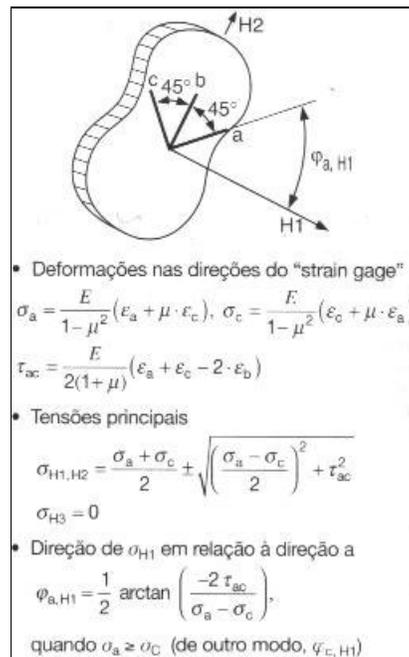
Estas relações contém o módulo de elasticidade  $E$  e a razão de Poisson  $\mu$  que são propriedades adequadas para descrever o comportamento do material na faixa elástica.

O estado plano de deformações (estado biaxial de tensões) ( $\sigma_z = 0$ ) é descrito pelas relações apresentadas na tabela 6.

**Tabela 6:** Lei de Hooke para estado biaxial de tensões (estado plano de deformação).

Deformações	Tensões
$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y)$	$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y)$
$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu \cdot \sigma_x)$	$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x)$
$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$	$\sigma_z = 0$
$\gamma_{xy} = -\gamma_{yx} = \frac{\tau_{xy}}{G}$	$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G \cdot \gamma_{xy}$
onde	
$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$	

Considere um “strain gage”, que fornece informações nas direções  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  ( $a$ ,  $b$  e  $c$  – rotacionadas positivamente), aplicado a um componente submetido a um carregamento qualquer. O diagrama direto da figura 7 apresenta as relações que devem ser utilizadas para calcular as tensões a partir das deformações e as tensões principais. Observe que os resultados são aplicáveis ao biaxial de tensões.



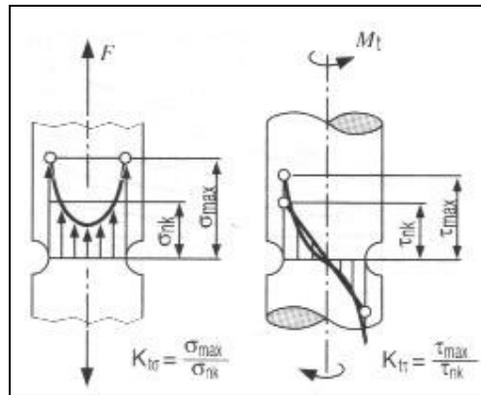
**Figura 7:** Avaliação com “strain gage” do tipo roseta a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  (estado biaxial de tensão/estado plano de deformação).

### 2.1.5.8. Efeito de entalhe

A distribuição das tensões nas várias seções de um componente pode apresentar várias particularidades. Uma delas é a concentração local de tensão (e local de deformação). Esta característica é tratada, na resistência dos materiais, como o efeito de entalhe. A concentração de tensões pode ser provocada por efeitos geométricos (rebaixos, canais, roscas, etc.) pela existência de junções (cordões de solda, rebites, colas) e pelos pontos de fixação. É importante ressaltar que a rugosidade da superfície e suas imperfeições (poros, trincas) também se comportam como (micro) entalhes.

As regiões onde se originam as falhas, onde as tensões são mais significativas (pontos quentes), quase sempre são associados aos entalhes. Observe que é usual a ocorrência de pontos de trincas e de fratura (frágil, por fadiga) na raiz do entalhe.

O aumento das tensões provocado um entalhe é quantificado através de um fator de concentração de tensões  $K_t$ . o fator de concentração de tensões é definido pela razão entre a tensão máxima na raiz do entalhe  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , ou  $\tau_{m\acute{a}x}$ , e a tensão nominal na seção transversal do entalhe  $\sigma_{nk}$ , ou  $\tau_{nk}$  (veja a figura 8).

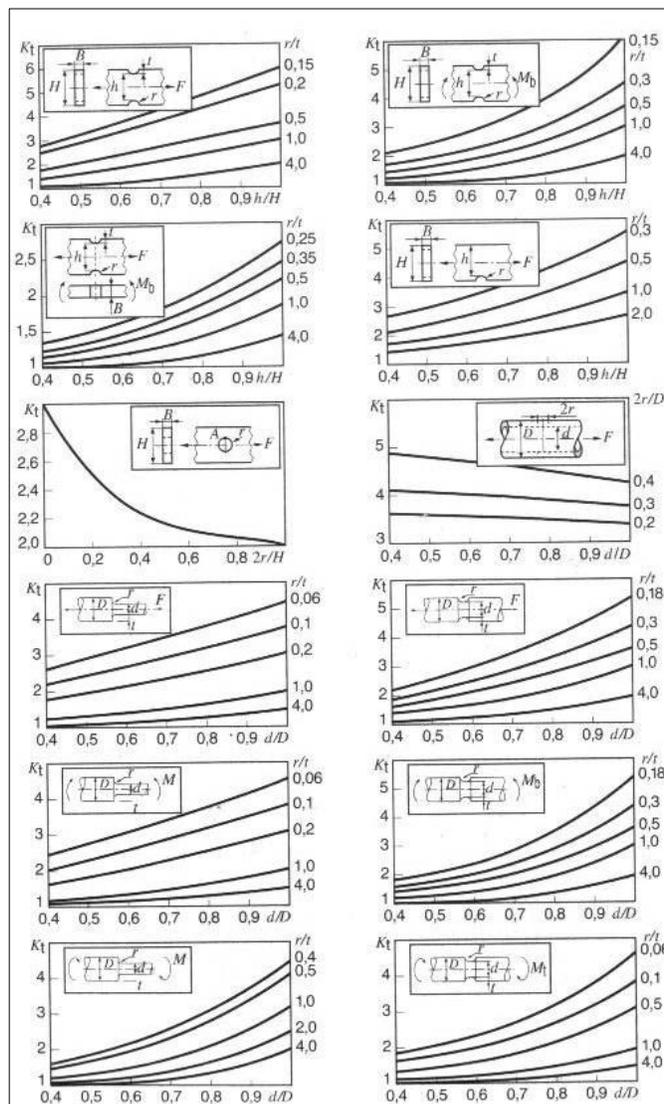


**Figura 8:** Definição do fator de concentração de tensão.

O fator de concentração de tensões depende da geometria do entalhe (raio do entalhe, dimensões do fundo do entalhe) e do tipo de tensão (tração  $z$ , flexão  $b$ , torção  $t$ ), onde:

$$K_{tt} < K_{tb} < K_{tz} \quad (9)$$

Os diagramas mostrados na figura 9 mostram os componentes do fator de concentração de tensões. Entretanto, é necessário recorrer a uma análise com elementos finitos nos casos mais complexos. A tensão local também pode ser determinada experimentalmente com a utilização de pequenos “strain gages” instalados na raiz do entalhe.



**Figura 9:** Diagrama dos fatores de concentração de tensão (barras planas, tubo com furo transversal e barras redondas).

A presença do entalhe restringe as deformações laterais do material presente na seção transversal do entalhe e isto provoca o aparecimento de estados de tensão triaxiais. O estado fica mais pronunciado quanto mais agudo for o entalhe e quanto mais grossa for a parede do componente. A tensão de ruptura, avaliada na seção transversal do entalhe e com o estado triaxial de tensões, dos componentes fabricados com materiais muito duros é maior do que aquelas avaliadas com os estados uniaxial e biaxial de tensões. Entretanto, este fato não altera a estabilidade do componente carregado. De outro lado, a diminuição da capacidade de deformar associada com o efeito de restrição aumenta o risco de ocorrência de fratura frágil.

### 2.1.6. Determinação do fator de segurança estático de componentes

#### 2.1.6.1. Fratura frágil

A fratura de um material frágil perfeito, de acordo com a hipótese da tensão normal (HTN), ocorre quando a tensão efetiva máxima encontrada no componente  $\sigma_{x,máx,DSH}$  se torna igual à tensão de ruptura do material  $R_m$ . nestas condições, o fator de segurança para a fratura frágil é:

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_{x,máx,DSH}} \quad (10)$$

A tensão nominal de ruptura para uma barra com entalhe e submetida à tração  $\sigma_{nB}$  (“resistência da barra com entalhe”  $R_{mk}$ ) é obtida com o fator de concentração de tensão  $K_t$ :

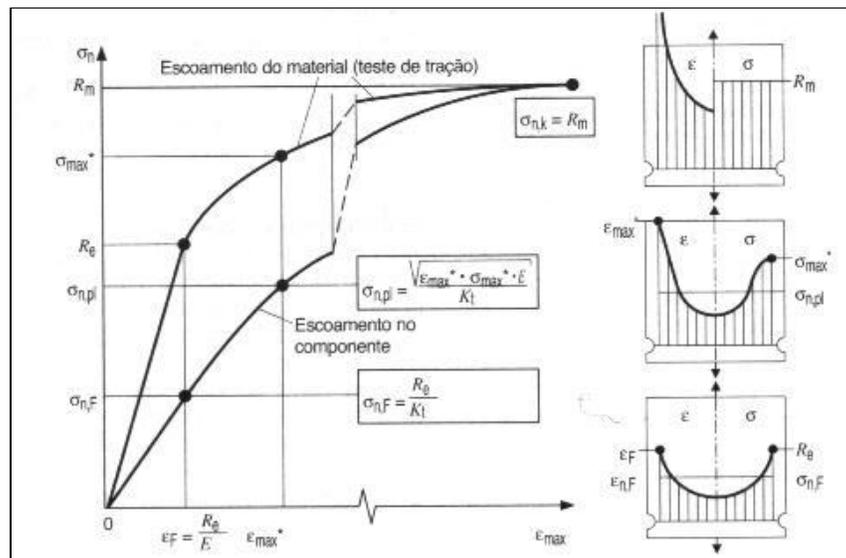
$$R_{mk} = \sigma_{nB} = \frac{R_m}{K_t} \quad (11)$$

Observe que, no caso do material frágil, a tensão efetiva utilizada para a avaliação do coeficiente de segurança deve ser avaliada com todas as tensões presentes no componente (tensões secundárias devidas à flexão, tensões adicionais induzidas pelos entalhes, tensões internas). Isto também significa que, sob condições não favoráveis, a tensão nominal que leva à falha  $\sigma_{nB}$  é sempre menor do que a tensão de ruptura determinada no teste de tração. Este é um dos motivos para a ocorrência da “fratura sob tensão nominal baixa”.

O fator de segurança para a fratura frágil precisa ser relativamente alto porque as incertezas na avaliação da tensão efetiva são grandes. Os coeficientes de segurança típicos para este tipo de material se encontram entre 3 e 5 (em alguns casos, o coeficiente pode ser igual a 10)

### 2.1.6.2. Falha de componentes dúcteis

A falha operacional de componentes construídos com materiais dúcteis é devida à deformação excessiva ou ao colapso (ruptura). O diagrama mostrado na figura 10 mostra o comportamento típico de um material dúctil.



**Figura 10:** Estágios do processo de falha em componentes dúcteis.

#### Início do escoamento

O início do escoamento em um componente construído com um material dúctil ocorre quando a tensão efetiva máxima  $\sigma_{V,max}$  atinge o ponto de escoamento ( $R_e, R_{p0,01}$ ). A tensão efetiva  $\sigma_{V,max}$  pode ser calculada com a teoria da tensão de cisalhamento (TTC), ou com a teoria da energia de deformação (TED). Os resultados obtidos com a TED são mais precisos do que aqueles calculados com a TCC.

O fator de segurança para o escoamento é definido por:

$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{x,max}} \quad (12)$$

Para uma barra com entalhe, a tensão nominal para que ocorra o escoamento é dada por:

$$\sigma_{nF} = \frac{R_e}{K_t} \quad (13)$$

O início da deformação plástica não apresenta qualquer consequência séria e a deformação plástica é limitada, na maioria dos casos, as regiões próximas as seções que apresentam tensões efetivas altas. Assim, normalmente é suficiente fixar os fatores de segurança contra escoamento entre 1,0 e 1,5 (veja a tabela 7) ou mesmo permitir a ocorrência de uma deformação plástica limitada. Observe que, neste ultimo caso, existe uma utilização da reserva dúctil do material.

**Tabela 7:** Fatores de segurança contra escoamento e fratura para materiais ferrosos dúcteis (valores indicados pelo FKM [10]).

Material	Teste destrutivo	Probabilidade de ocorrência de tensões	Consequências de falha	Fator	
				Escoamento de segurança	Fratura dúctil
Aço	—	Alta	Alta	1,5	2,0
			Baixa	1,3	1,75
		Baixa	Alta	1,35	1,8
			Baixa	1,2	1,6
Ferro fundido dúctil CS, NCI (alongação na fratura $A_5 \geq 12,5\%$ )	Não	Alta	Alta	2,1	2,8
			Baixa	1,8	2,45
		Baixa	Alta	1,9	2,55
			Baixa	1,65	2,2
	Sim	Alta	Alta	1,9	2,5
			Baixa	1,65	2,2
		Baixa	Alta	1,7	2,25
			Baixa	1,5	2,0

### Deformação plástica limitada

Considere um componente construído com um material dúctil e submetido a cargas estáticas. Em muitos casos é possível operar o componente com uma deformação plástica limitada concentrada na região próxima ao entalhe. A relação entre

a tensão nominal na raiz do entalhe  $\sigma_{n,pl}$ , a elongação máxima na raiz do entalhe  $\epsilon_{máx}^*$  e a tensão máxima  $\sigma_{máx}^*$  pode ser obtida com a relação de Neuber:

$$\sigma_{n,pl} = \frac{\sqrt{\sigma_{máx}^* \cdot \epsilon_{máx}^* \cdot E}}{K_t} \quad (14)$$

A correlação entre a tensão e a deformação na raiz do entalhe pode ser encontrada em um diagrama tensão – deformação levantado no ensaio de tração (veja a figura 10).

É usual, no projeto básico dos componentes, admitir que a elongação total na raiz do entalhe  $\epsilon_{máx}$  é igual a 0,5% (se o material for bastante dúctil – como os aços austenísticos – este valor chega a 1%).

A razão  $\sigma_{n,pl} / \sigma_{nF}$  é conhecida como fator de suporte à fadiga (estático)  $n_{pl}$ .

#### Colapso (fratura dúctil)

Quando os componentes fabricados com materiais dúcteis são submetidos a sobrecargas significativas, a falha ocorre por colapso e posteriormente por fratura dúctil. Observe que, nestas condições, o material não pode mais manter o equilíbrio interno na seção transversal de falha (a que está sujeita à máxima tensão efetiva) quer por redistribuição de qualquer tensão adicional ou pelo endurecimento do material que ocorre durante o aumento de deformação. O colapso é expresso pela tangente horizontal no ponto de carga máxima no diagrama tensão – deformação.

A carga de colapso pode ser calculada admitindo-se que os estados de tensão são planos (deformações transversais não restringidas) ou que as deformações transversais são inexistentes.

No caso mais simples, aquele que não leva em consideração qualquer restrição à deformação transversal, a tensão nominal que leva ao colapso de um componente com entalhe submetido à tensão de tração é dada pela relação:

$$\sigma_{nk} = R_m \quad (15)$$

Observe que o aumento das tensões efetiva induzidas pelo entalhe não atua sobre a redução da carga suportável. Ainda mais, as tensões de flexão induzidas e as

tensões internas secundárias provocadas pelo escoamento do material são reduzidas de modo progressivo e isto evidencia a relevância do fator de segurança baseado na ductilidade.

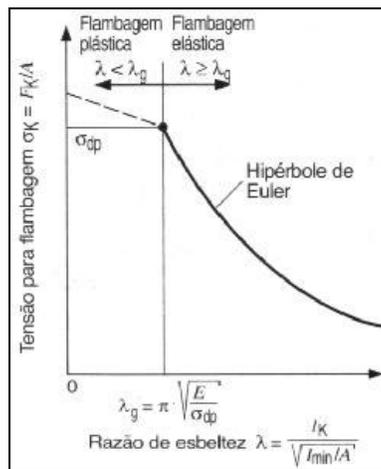
Os fatores de segurança adequados para a fratura dúctil apontados no documento FKM [10] são indicados na tabela 7.

### 2.1.6.3. Flambagem de barras

Um critério de falha adicional, que também precisa ser observado, é a falha provocada por instabilidade (flambagem de barras esbeltas, formação de ondulações em painéis construídos com chapas finas).

Uma barra esbelta submetida à compressão apresentara uma deformação lateral súbita quando a carga atingir um valor crítico. Este fenômeno ocorrerá ao longo do eixo que apresenta o menor momento axial de inércia de segunda ordem,  $I_{min} = I_2$ , se a barra não for guiada.

A figura 11 mostra um diagrama de flambagem em que a tensão de compressão para a ocorrência da flambagem é relacionada com a relação de esbeltez da barra.



**Figura 11:** Diagrama de flambagem.

A tensão de flambagem é calculada nas zonas elástica e plástica de modo diferente. O limite entre a flambagem na região elástica e na plástica é definido pela razão de esbeltez. A razão de esbeltez  $\lambda$  é calculada com o comprimento de flambagem

$l_K$ , o momento axial de inércia de segunda ordem  $I_{min}$  e a área da seção transversal da barra  $A$ :

$$\lambda = \frac{l_K}{\sqrt{\frac{I_{min}}{A}}} \quad (16)$$

O limite entre a flambagem elástica e a plástica é descrito pelo limite da razão de esbeltez  $\lambda_G$  que é função dos parâmetros do material  $E$  e  $\sigma_{dP}$  (limite de proporcionalidade na compressão). A flambagem elástica prevalece se a razão de esbeltez é superior à razão de esbeltez limite. De outro modo, a flambagem plástica prevalece.

A condição para a flambagem depende muito do modo de fixação da barra. A influência do modo de fixação é levada em consideração no modelo através do comprimento de flambagem  $l_K$ . Os comprimentos de flambagem que devem ser utilizados nas montagens fixas e articuladas estão indicados no diagrama mostrado na figura 12 (casos de flambagem de Euler). Observe que os apoios fixos ideais não existem e, assim, o método de cálculo de Euler pode ser não conservativo. O mesmo argumento se aplica à hipótese de que as cargas são aplicadas no eixo da barra.

Caso	I	II	III	IV
Configuração dos apoios				
Comp. de flambagem $l_K$	$2 \cdot l$	$l$	$0,7 \cdot l$	$0,5 \cdot l$
Carga de flambagem	$F_K = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l_K^2}$			

**Figura 12:** Casos de Flambagem de Euler.

Na zona elástica, a carga limite  $F_K$  que provoca a flambagem pode ser calculada com as equações de Euler. A próxima equação é adequada para determinar as tensões de flambagem de Euler:

$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_K^2} \quad (17)$$

O comprimento de flambagem pode ser encontrado no diagrama mostrado na figura 12.

Em muitos casos, a condição de contorno decisiva para a avaliação da falha por flambagem não pode ser claramente definida. Usualmente, este tipo de falha ocorre subitamente e sem aviso e suas conseqüências podem ser desastrosas. Por estes motivos, é normal admitir fatores de segurança altos para este tipo de falha (os valores usuais se encontram na faixa limitada por 3 e 6).

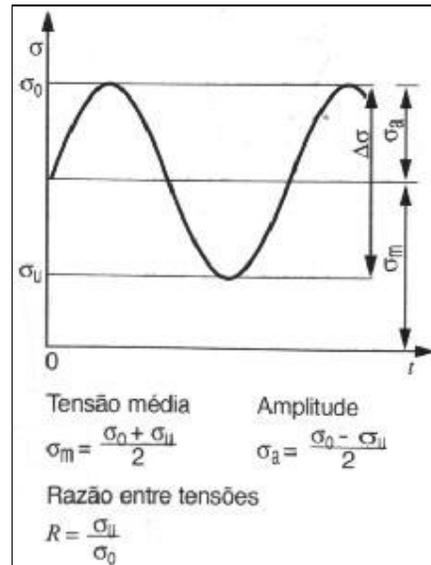
### **2.1.7. Avaliação da segurança de componentes submetidos a vibrações**

A grande maioria dos componentes presentes nos sistemas mecânicos está submetida a tensões transitórias (vibrações) quando estão em serviço. Normalmente, as variações da tensão ao longo do tempo são irregulares. No caso mais geral, é necessário utilizar os métodos de integridade operacional (veja na próxima seção) no projeto desses componentes.

Os esforços transitórios podem causar, nos pontos onde as tensões são mais altas, a formação de trincas, a propagação cíclica das trincas e, finalmente, a ruptura do componente.

#### **2.1.7.1. Descrição da carga de vibração**

Um ciclo de carga de vibração (veja a figura 13) é definido pelos parâmetros usuais da física das vibrações. A tensão média  $\sigma_m$  e a amplitude da tensão  $\sigma_a$  são obtidas a partir dos valores-limites das tensões (tensões máxima  $\sigma_o$  e mínima  $\sigma_u$ ).



**Figura 13:** Parâmetros da vibração da carga.

A razão entre as tensões mínima e máxima  $R$  é um parâmetro que indica a intensidade da vibração. Os valores de  $R$  para alguns tipos importantes de vibração são:

- $R = -1$ : tensão alternativa pura
- $R = 0$ : tração pulsante pura
- $R = -\infty$ : compressão pulsante pura
- $R = +1$ : tensão estática pura

A relação entre os parâmetros mais importantes da vibração pode ser obtida por transformação:

$$\sigma_m = \frac{1+R}{1-R} \cdot \sigma_a \quad (18)$$

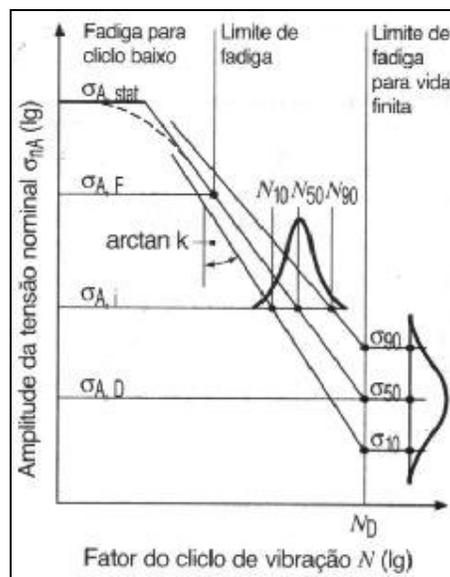
A forma da vibração e a frequência de uma vibração não são significativas em metais metálicos submetidos a tensões quando a temperatura de operação é menor do que a de recristalização e o meio não interage com o metal (corrosão).

#### 2.1.7.2. Curva de Wöhler

A curva de Wöhler, ou de vida, é muito importante no projeto dos componentes submetidos a cargas que variam ao longo do tempo. Esta curva pode ser construída matematicamente (a partir de um modelo físico) ou a partir de resultados experimentais

obtidos em testes de resistência à fadiga sob tensões que variam ao longo do tempo. Os testes podem ser realizados com corpos-de-prova ou com componentes.

A curva de Wöhler apresenta a relação entre a amplitude da tensão (veja a definição na figura 13) e o número de ciclos necessário para a ocorrência de fratura  $N$ . A figura 14 mostra um esquema da curva de Wöhler. Observe que a curva pode ser dividida em três zonas denominadas “resistência à fadiga estática” ou “resistência à fadiga de baixo ciclo”, “resistência à fadiga para vida finita” e “limite de fadiga”.



**Figura 14:** Curva de Wöhler.

A amplitude da tensão estática  $\sigma_{A,stat}$  é definida pela relação:  
tensão máxima = resistência máxima (no entalhe)

$$\sigma_{A,stat} = \frac{1-R}{2} \cdot R_{mk} \quad (19)$$

A transição entre a resistência à fadiga de baixo ciclo e a resistência à fadiga para vida finita é difusa. Entretanto, para componentes sujeitos a tensões cíclicas puras, a transição ocorre na faixa limitada por  $10^2$  e  $10^4$  ciclos. A fadiga de baixo ciclo (LCF) provoca deformações plásticas cíclicas. Este assunto não será apresentado neste texto.

O número de ciclos de vibração limite  $N_D$ , que indica a transição entre resistência à fadiga para vida finita e o limite de fadiga não pode ser definido

claramente porque  $N_D$  é função de vários fatores, como o material, os efeitos dos entalhes e da razão  $R$ . Por exemplo, o valor de  $N_D$  cai bastante se o entalhe é agudo e aumenta se o entalhe for pouco profundo. Usualmente, o número de ciclos de vibração-limite adotado no projeto de componentes, que são fabricados com materiais ferrosos, se encontra na faixa  $5 \times 10^5 \dots 5 \times 10^6$ . Nos componentes que são fabricados com materiais não ferrosos, este número se encontra na faixa  $10^7 \dots 10^8$ . Também é usual, no projeto de componentes que serão fabricados com metais não ferrosos, aproximar o limite de fadiga por uma resistência à fadiga para vida finita obtida em uma curva que apresenta gradiente reduzido.

A vida útil dos componentes que estão sujeitos à tensões cíclicas e que operam em ambientes corrosivos (fadiga sob corrosão) é menor do que a prevista no projeto baseado em uma vida útil finita. Observa-se também uma queda contínua da resistência do componente ao decorrer do tempo em serviço. Assim, não é possível definir um limite de fadiga específico para estes casos, mas apenas apresentar um valor aproximado para a resistência à fadiga para vida finita. Um comportamento similar é encontrado no caso de tensões geradas por vibrações em componentes que operam à alta temperatura (fadiga com fluência).

Normalmente, a curva que relaciona a resistência à fadiga e o número de ciclos em um gráfico di-log é uma reta. Assim, esta relação pode ser escrita do seguinte modo:

$$\sigma_A = \sigma_{A,R} \cdot \left( \frac{N}{N_R} \right)^{-\frac{1}{K}} \quad (20)$$

e

$$N = N_R \cdot \left( \frac{\sigma_A}{\sigma_{A,R}} \right)^{-K} \quad (21)$$

Onde  $N_R$  e  $\sigma_{A,R}$  são referentes a qualquer ponto de referência  $P_R$  nas linhas de resistência à fadiga para vida finita e  $K$  represente a inclinação da curva de resistência à fadiga para vida finita. Observe que  $K$  pode ser avaliado com a relação:

$$K = -\frac{\log\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_{A1}}{\sigma_{A2}}\right)} \quad (22)$$

O valor de  $K$  pode ser utilizado como um indicativo da qualidade de um componente sujeito a tensões cíclicas. Para componentes de aço submetidos a tensões cíclicas puras:

$$K = -\frac{\log\left(\frac{10^6}{10^2}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_{AD}}{R_m}\right)} = -\frac{4}{\log\left(\frac{\sigma_{AD}}{R_m}\right)} \quad (23)$$

Um componente projetado de forma ótima e com razão  $\sigma_{AD}/R_m = 0,5$  apresenta  $K = 13$ , enquanto que um componente projetado de forma não otimizada e com razão  $\sigma_{AD}/R_m = 0,05$  apresenta  $K = 3$ .

### 2.1.7.3. Determinação experimental da curva de Wöhler

As curvas de Wöhler experimentais são levantadas a partir dos resultados obtidos em testes com corpos-de-prova ou componentes em que a carga e a vibração são monitoradas (teste de Wöhler). Normalmente, o teste termina quando ocorre a fratura do corpo-de-prova ou do componente. As tensões cíclicas utilizadas nos testes em que a vibração é senoidal podem apresentar razão  $R$  constante ou (mais raramente) valor médio constante.

As vidas úteis dos corpos-de-prova levantadas no teste de Wöhler variam bastante e torna-se necessário realizar um tratamento estatístico dos resultados para garantir a confiabilidade do experimento (veja a figura 14). As distribuições normal, logarítmica e Weibull podem ser utilizadas para a análise dos resultados. Entretanto, elas produzem resultados bastante distintos na região onde a probabilidade de falha é baixa. Os resultados experimentais tratados podem ser utilizados para construir as curvas de probabilidade de falha constante  $P_A$  e de probabilidade de sobrevivência  $P_{ii}$ . O procedimento padrão consiste em apresentar as curvas com probabilidade de falha

iguais a 10, 50 e 90%. Estas curvas podem ser utilizadas para determinar o espalhamento do numero de ciclos:

$$T_N = \frac{N_{90}}{N_{10}} \quad (24)$$

E o espalhamento das tensões:

$$T_s = \frac{\sigma_{90}}{\sigma_{10}} \quad (25)$$

Os valores típicos de  $T_N$  variam de 2 (componentes fabricados com cuidado e com processos de usinagem) a 10 (componentes soldados). O valor de  $T_N$  usualmente adotado nos projetos básicos é próximo de 5. em casos excepcionais (materiais não homogêneos e componentes com defeitos), o espalhamento podem atingir valores superiores a  $10^2$ .

#### 2.1.7.4. Cálculo do limite de fadiga

É essencial incluir todos os fenômenos que são importantes no comportamento do componente na análise não experimental do processo que o leva à fadiga. Os métodos clássicos de análise da fadiga correlacionam o limite de fadiga com a amplitude da tensão nominal  $\sigma_{nA}$  e a tensão de ruptura obtida no teste de tração (em alguns casos esta tensão é substituída pela tensão de escoamento). As variáveis associadas aos processos mais importantes que levam à ruptura do componente por fadiga são:

- Material (resistência, ductilidade)  $C_W$
- Tipo de tensão (tensão/compressão, flexão, torção)  $C_L$
- Efeito de entalhe  $K_f$
- Superfície (altura das rugosidades)  $C_O$
- Superfície (tratamento superficial)  $C_R$
- Tamanho do componente  $C_G$
- Ambiente (temperatura, corrosão)  $C_U$
- Tensão média  $C_M$

A próxima equação, que combina as variáveis descritas, é utilizada para avaliar a amplitude da tensão nominal associada ao limite de fadiga:

$$\sigma_{nA} = C_W \cdot C_L \cdot C_O \cdot C_R \cdot C_G \cdot C_U \cdot C_M \cdot \frac{1}{K_f} \cdot R_m \quad (26)$$

Esta relação mostra porque a resistência de um componente projetado e construído de forma não otimizada, e submetido a vibrações, pode apresentar resistência próxima a 10% daquela calculada com a tensão de ruptura na tração e que o limite de fadiga de um componente ótimo pode atingir até 50% da tensão de ruptura na tração. Esta equação também indica quais os procedimentos que podem ser utilizados para aumentar a resistência à fadiga dos componentes (polimento, endurecimento superficial, otimização da geometria dos entalhes e proteção contra corrosão).

É importante lembrar que um aumento na resistência do material  $R_m$  não aumenta necessariamente a resistência à vibração porque existe um efeito cruzado entre as variáveis  $C$  e a resistência a tração  $R_m$ .

#### Influencia do material

A composição química do material, o processo de fabricação e os tratamentos térmicos são importantes na resistência à fadiga. O comportamento do material é modelado através da resistência à tração  $R_m$  e da variável  $C_W$ , que é função do material analisado. A tabela 8 mostra os valores usuais de  $C_W$  para alguns materiais.

**Tabela 8:** Fatores para o material e carga (documento FKM [1]).

Variável	Aço	Aço cemen- tado	Aço fundido	Ferro com grafite nodular	Ferro fundido	Ferro fundido cinzento	Ligas de Al	
							Trabalhado	Fundido
$C_W$	0,45	0,40	0,34	0,34	0,28	0,30	0,30	0,30
$C_{Lb}$	1,10	1,10	1,15	1,30	1,40	1,50	~1,1	~1,5
$C_{Lt}$	0,58	0,58	0,58	0,65	0,75	0,85	0,58	0,75

#### Tipo de tensão

A diferença entre a resistência à vibração para tensões de tração/compressão e para tensões de flexão é devida ao efeito de suporte do gradiente de deformação

associado à flexão e também ao efeito favorável provocado pela tensão de compressão gerada no processo de flexão (este efeito se torna mais importante nos materiais menos dúcteis). O aumento na resistência à fadiga sob tensões de flexão reversa  $\sigma_{bW}$  em relação à resistência à fadiga sob tensões de tração/compressão reversas  $\sigma_{zdW}$  é expresso pelo fator  $C_{Lb}$  (veja os valores desta variável na tabela 8).

É sempre possível converter o limite de fadiga sob tensões de torção cíclicas  $\tau_{tW}$  a partir do limite de fadiga sob tensões tração/compressão cíclicas  $\sigma_{zdW}$  utilizando as hipóteses de resistência. A teoria da tensão normal indica que  $C_{Lt} = \tau_{tW} / \sigma_{zdW} = 1$  para os materiais frágeis ideais e a teoria da energia de deformação indica que  $\tau_{tW} / \sigma_{zdW} = 1/\sqrt{3} = 0,58$  para os materiais dúcteis ideais. Os valores dos materiais semidúcteis se encontram entre os dois valores apresentados. Os valores utilizados para  $C_{Lt}$  podem ser encontrados na tabela 8.

#### Consideração do efeito de entalhe

Os efeitos dos entalhes no processo de fadiga são levados em consideração através do fator redutor da resistência à fadiga  $K_f$  (formalmente  $\beta_k$ ). este fator é definido com o quociente do limite de fadiga para um componente plano (sem entalhes)  $\sigma_{AD,flat}$  pelo limite de fadiga do componente com entalhe  $\sigma_{AD,notched}$ :

$$K_f = \frac{\sigma_{AD,flat}}{\sigma_{AD,notched}} \quad (27)$$

O formato do entalhe influi muito sobre o valor de  $K_f$  (fator de concentração de tensões  $K_t$ ). entretanto, as propriedades do material (a ductilidade é muito importante) e o gradiente de deformação da raiz do entalhe também influem no valor de  $K_f$ . Os valores-limites para o fator de redução de resistência à fadiga são:

- $K_f = K_t$  : efeito total do entalhe
- $K_f = 1$  : sem efeito de entalhe

A diferença entre de  $K_t$  e  $K_f$  pode ser explicada pelo efeito do suporte dinâmico (Siebel e Neuber). A ductilidade do material, o tamanho da zona perturbada pela

presença do entalhe e o gradiente de deformação são importantes para descrever este efeito.

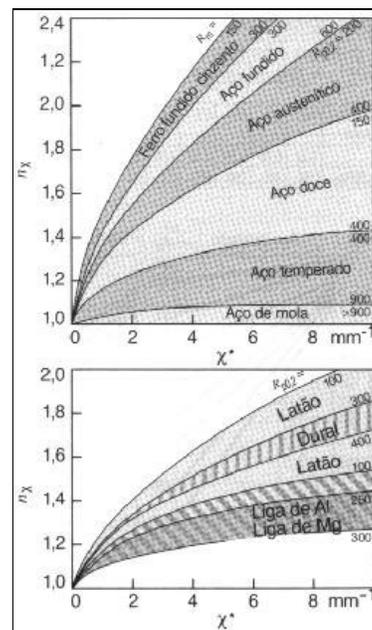
O fator de redução de resistência à fadiga, de acordo com Siebel e Stiehler, pode ser calculado com o fator dinâmico de suporte  $n_\chi$  definido pela relação:

$$K_f = \frac{K_t}{n_\chi} \quad (28)$$

O fator dinâmico de suporte é determinado a partir de um gradiente de deformações específico  $\chi^*$ . Este gradiente pode ser avaliado com o raio do entalhe  $\rho$  do seguinte modo:

- $\chi^* = \frac{2}{\rho}$  para tração/compressão e flexão
- $\chi^* = \frac{1}{\rho}$  para torção

Os diagramas mostrados na figura 15 mostram como determinar o fator dinâmico de suporte  $n_\chi$  em função do gradiente de deformação específico  $\chi^*$  e do material.



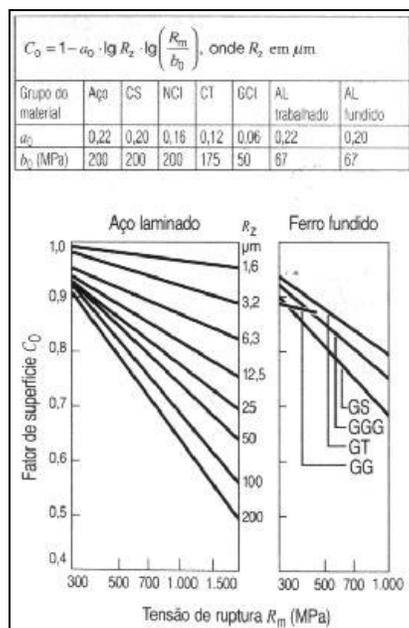
**Figura 15:** Fator dinâmico de suporte à fadiga, segundo Siebel.

A experiência mostra que os diagramas empíricos de Siebel, baseados em resultados de testes realizados há 50 anos, subestimam a capacidade de suporte dinâmico dos materiais modernos (por exemplo, os aços com alta tensão de ruptura e as ligas de alumínio).

### Superfície (altura das rugosidades)

A superfície rugosa de um componente (criada na manufatura ou na operação do componente) se comporta como uma superfície repleta de microentalhes. A experiência mostra que a resistência à fadiga diminui com o aumento da rugosidade superficial. Este efeito é mais pronunciado nos materiais com alta tensão de ruptura do que naqueles onde a tensão de ruptura é baixa.

A rugosidade da superfície  $R_z$  é uma medida utilizada para identificar a altura das protuberâncias da superfície (distância média entre os picos e os fundos dos vales). O fator de superfície  $C_O$  é igual a 1 nas superfícies polidas. Os valores usuais de  $C_O$  estão apresentados a seguir, na figura 16 em função da tensão de ruptura no ensaio de tração e da rugosidade da superfície.



**Figura 16:** Fator de superfície  $C_O$  (documento FKM [1]).

### Superfície (tratamento superficial)

O início da fratura por fadiga ocorre na superfície ou em uma região próxima à superfície. Assim, a resistência à fadiga pode ser influenciada negativa ou positivamente alterando-se a superfície. A descarbonização da superfície é um exemplo de influência negativa e os processos que endurecem a superfície, e ao mesmo tempo introduzem tensões internas de compressão perto da superfície (laminação, nitretação), são exemplos de influência positiva. Os valores usuais dos fatores de superfície  $C_R$  são apresentados na tabela 9.

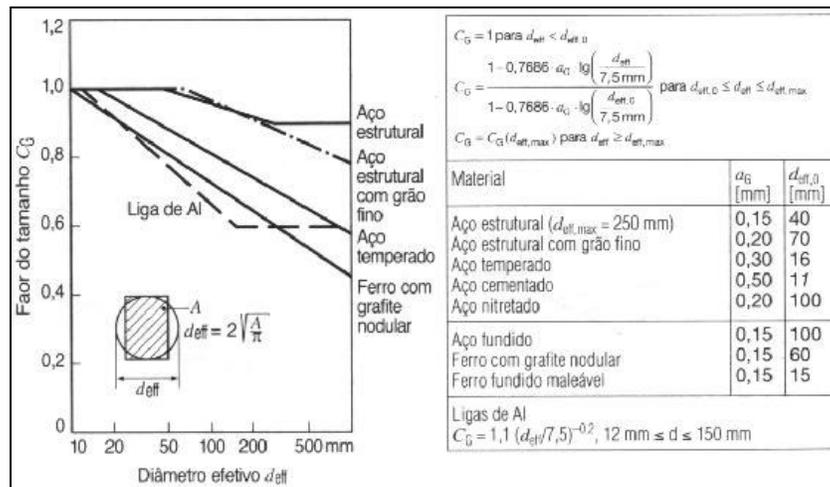
**Tabela 9:** Fator de superfície  $C_R$  (documento FKM [1]).

	Componente sem entalhe		Componente com entalhe	
	Ø 8...15 mm	Ø 30...40 mm	Ø 8...15 mm	Ø 30...40 mm
Aço Nitretado (700...1000 HV, 0,1...0,4 mm)	1,15...1,25	1,10...1,15	1,90...3,00	1,30...2,00
Cementado (670...750 HV, 0,2...0,9 mm)	1,20...2,00	1,10...1,50	1,50...2,50	1,20...2,00
Carbonitrado (mín 670 HV, 0,2...0,4 mm)	—	1,8	—	—
Laminado Jateado	1,20...1,40	1,10...1,25	1,50...2,20	1,30...1,80
Endurecimento por indução Endurecimento por chama (51...64 HRC, 0,9...1,5 mm)	1,30...1,60	1,20...1,50	1,80...2,80	1,50...2,50
Ferros fundidos	1,15	1,10	1,9	1,3
Cementado	1,2	1,1	1,5	1,2
Calandrado	1,2	1,1	1,5	1,3
Jateado	1,1	1,1	1,4	1,1
Endurecimento por indução Endurecimento por chama	1,3	1,2	1,5	1,5

### Tamanho do componente

Os testes mostram que a resistência à vibração, expressa em tensões nominais, dos componentes grandes são menores do que as das peças pequenas. A influência do tamanho do componente sobre a fadiga pode ser dividida em componentes estáticos, de deformação mecânica e tecnológicos. O motivo principal para que a resistência à fadiga de uma peça grande ser menor do que aquela de uma peça pequena é que a probabilidade de disparo de defeitos é maior em uma área grande e submetida a tensões altas do que em um pequeno volume. Observe que o comportamento das peças grandes é diferente daquele das pequenas quando existem zonas onde o gradiente de deformação é alto. Adicionalmente, a experiência mostra que as características mecânicas e tecnológicas dos materiais presentes nos componentes grandes são piores do que aquelas encontradas nos materiais dos componentes pequenos (taxa de solidificação, segregação, deformações verdadeiras).

Os primeiros dois efeitos representados pelos fatores de carga para flexão  $C_{Lb}$  e de redução de resistência a fadiga  $K_f$  (que é influenciado pelo fator  $K_t$ ). O restante da influência do tamanho é levado em consideração pelo fator de tamanho  $C_G$ . A figura 17 mostra alguns valores desse fator.



**Figura 17:** Influência do tamanho (documento FKM [10]).

### Influência do ambiente

O efeito térmico e a corrosividade do meio influem muito na resistência à fadiga.

A queda da resistência à fadiga como aumento de temperatura pode ser explicada pela queda da tensão de ruptura sob tração e do ponto de escoamento. A queda depende do material e não pode ser formulada em termos gerais. O documento FKM [10], por exemplo, apresenta a seguinte relação para o fator de correção da resistência à fadiga de aços em função da temperatura:

$$C_T = 1 - 0,0014 \cdot (T[^\circ\text{C}] - 100) \quad (29)$$

Esta relação é válida para temperaturas que variam do ambiente  $R_T$  até  $500^\circ\text{C}$ .

É importante notar que a fluência aumenta quando a temperatura se torna superior àquela de regeneração dos cristais. A fluência combinada com tensões cíclicas resulta em um complexo mecanismo de dano denominado “fadiga com fluência”.

A combinação do ataque corrosivo com tensões cíclicas também resulta em um mecanismo de dano complexo que é normalmente denominado “fadiga com corrosão”. O ataque corrosivo provoca uma diminuição da vida útil dos componentes na faixa de resistência à fadiga para vida finita. Observe que, nestas condições, os trechos horizontais das curvas de Wöhler (referentes à zona de limite de fadiga para vidas finitas) devem ser omitidos.

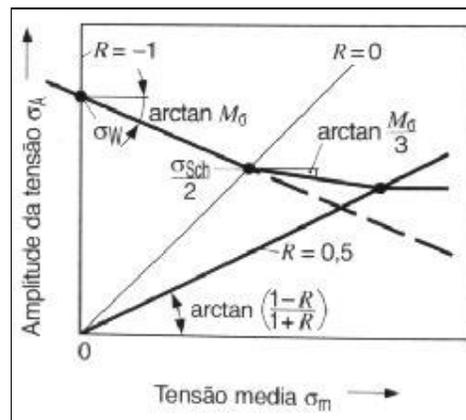
Tanto o número de ciclos quanto a dureza dos testes são importantes na determinação da vida útil de componentes sujeitos à fadiga com fluência ou corrosão. Nestes casos, a probabilidade de falha precisa ser determinada em testes específicos (observe que estes não podem ser conduzidos de modo acelerado).

### Tensão média

A influencia da tensão média nos processos que levam à fadiga dos componentes pode ser interpretada do seguinte modo: a tensão média de tração no plano de falha reduz a amplitude do limite de fadiga enquanto a tensão média de compressão aumenta a amplitude do limite de fadiga.

A relação entre a amplitude do limite de fadiga  $\sigma_A$  e a tensão média  $\sigma_m$  normalmente é indicada no diagrama de limite de fadiga. É normal, e recomendável, adotar a abordagem de Haigh na construção do diagrama (apresentar a amplitude do limite de fadiga  $\sigma_A$  em função da tensão média).

A curva-limite para as tensões de tração, compressão e flexão é usualmente representada por uma linha reta (veja a figura 18).

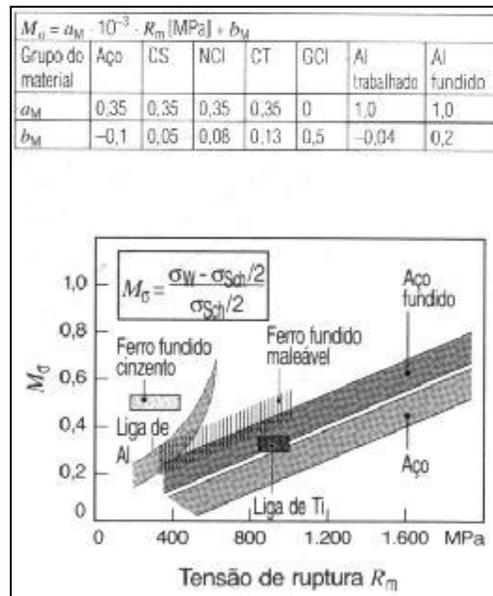


**Figura 18:** Diagrama do limite de fadiga (documento FKM [10]).

Observe que o limite de fadiga sob tensão torsional cíclica  $\sigma_w$  é representado pelo ponto de interseção da reta com o eixo das ordenadas (o gradiente é igual a  $M_\sigma$ ). Quando o valor de  $R$  é mais alto, a curva-limite se torna menos inclinada (o valor de  $M_\sigma$  diminui).  $M_\sigma$  é conhecido como a susceptibilidade à tensão média. A experiência

mostra que a susceptibilidade à tensão média dos metais aumenta com a dureza (veja a figura 19) o fator de tensão médio é calculado a partir da limitação retilinear encontrada no diagrama do limite da fadiga:

$$C_M = \frac{\sigma_A}{\sigma_w} = 1 - M_\sigma \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_w} \quad (30)$$



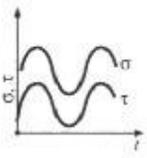
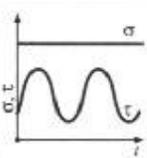
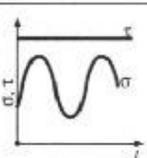
**Figura 19:** Susceptibilidade à tensão média  $M_\sigma$  (documento FKM [10]).

Considere as tensões de cisalhamento e as devidas à torção. As curvas de limite de fadiga para estas tensões precisam ser simétricas em relação ao eixo das ordenadas (devido às características das tensões de cisalhamento médias). Lembrando que as tensões médias induzidas pela torção (pelo menos na zona elástica) não influem muito na resistência à fadiga, torna-se razoável admitir que a curva no diagrama de limite de fadiga é uma elipse.

#### 2.1.7.5. Tensões multiaxiais na vibração

O conhecimento das tensões multiaxiais associadas aos movimentos cíclicos é importante e as tensões podem ser calculadas admitindo que o estado de tensões é biaxial e composto por tensões normal  $\sigma_x$  e de cisalhamento  $\tau_{xy}$  (por exemplo, superposição de flexão e torção – veja figura 20).

$$S_D = 1 / \sqrt{\left(\frac{\sigma}{K_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{K_\tau}\right)^2}$$

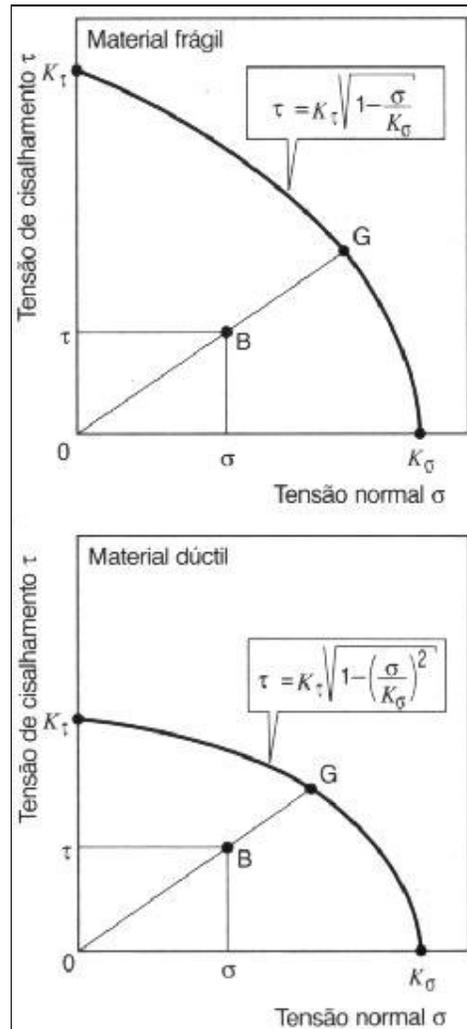
Tipo de carregamento	Tensão		Parâmetros	
	$\sigma$	$\tau$	$K_\sigma$	$K_\tau$
	$K_{\sigma_0} \cdot \sigma_{an}$	$K_{\tau_0} \cdot \tau_{an}$	$C_{M\sigma} \cdot \sigma_w^*$ 1)	$C_{M\tau} \cdot \tau_w^*$ 2)
	$K_{\sigma_0} \cdot \sigma_n$	$K_{\tau_0} \cdot \tau_{an}$	$R_m$	$C_{M\tau} \cdot \tau_w^*$ 2)
	$K_{\sigma_0} \cdot \sigma_n$	$K_{\tau_0} \cdot \tau_n$	$C_{M\sigma} \cdot \sigma_w^*$ 1)	$\tau_B$ 3)

1)  $\sigma_w^* = C_w \cdot C_o \cdot C_R \cdot C_G \cdot C_u \cdot R_m$   
 2)  $\tau_w^* = C_{L\tau} \cdot \sigma_w^*$ , 3)  $\tau_B = 0,8 \cdot R_m$

**Figura 20:** Resistência dos materiais sob tensões multiaxiais síncronas.

O procedimento da razão entre deformações proposto por Bach pode ser utilizado para descrever as tensões encontradas em componentes sujeitos a tensões síncronas e com valor médio e em componentes em que ocorre a superposição de tensões estáticas e oscilatórias.

Este procedimento está baseado no seguinte fato: a falha pode ser descrita pelas curvas-limites que progridem em um gráfico  $\sigma - \tau$  do valor característico  $K_\sigma$  de acordo com a história de  $\sigma$  até o valor característico  $K_\tau$  de acordo com a história de  $\tau$ . Deste modo, a curva-limite dos materiais frágeis é parabólica (de acordo com a teoria da tensão normal) e a curva-limite dos materiais dúcteis é elíptica (de acordo com as teorias da tensão de cisalhamento e da energia de deformação) (veja a figura 21).



**Figura 21:** Curvas-limites para falhas sob tensões multiaxiais.

A equação da elipse limite é:

$$\tau = K_\tau \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{K_\sigma}\right)^2} \quad (31)$$

Para o ponto  $B$  que apresenta coordenadas  $\sigma$  e  $\tau$ , o fator de segurança para falha é:

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma}{K_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{K_\tau}\right)^2}} \quad (32)$$

As variáveis desta equação, relativas a várias combinações de carregamento, podem ser encontradas na figura 20.

A solução gráfica para a segurança pode ser determinada (veja o diagrama da figura 21) comparando-se o ponto de trabalho  $B$  com a curva-limite  $G$ :

$$S_D = \frac{\overline{OG}}{\overline{OB}} \quad (33)$$

#### 2.1.7.6. Segurança necessária para a fratura por fadiga

A tabela 1 apresenta os fatores de segurança mínimos sugeridos pelo documento FKM [10] para a falha por fadiga. Estes fatores de segurança são aplicáveis desde que as cargas de projeto sejam bem conhecidas e que a probabilidade de sobrevivência seja igual a 97,5%.

#### 2.1.8. Introdução à avaliação da integridade operacional

O objetivo da avaliação da integridade operacional é a determinação da vida útil de componentes sob carregamentos encontrados nas condições reais de serviço.

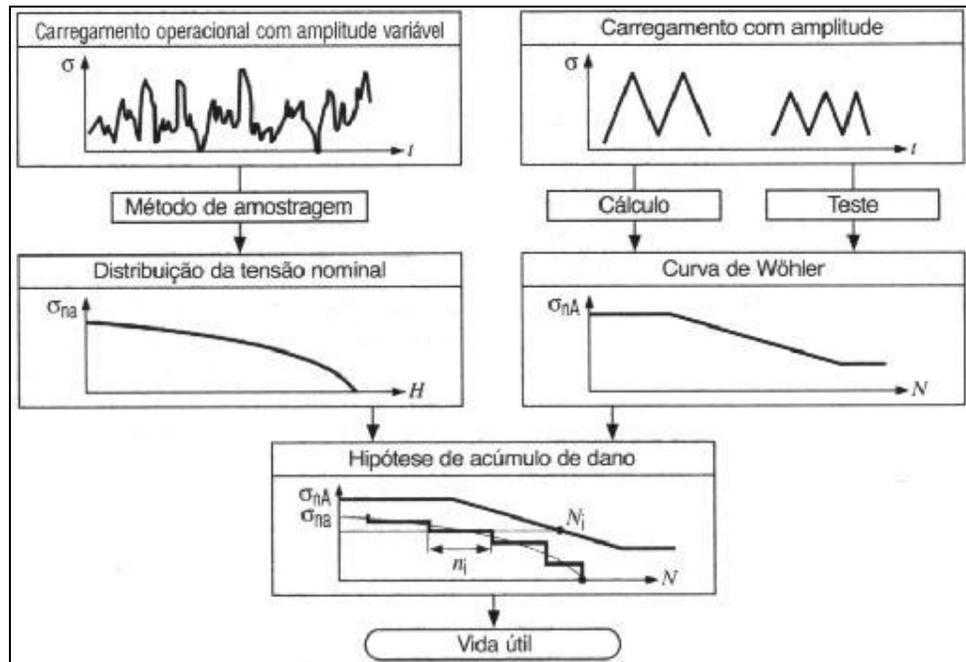
A vida útil da maioria dos componentes utilizados na engenharia varia estocasticamente ao longo do tempo. A prova de segurança pode ser realizada experimental ou teoricamente (por exemplo, com a utilização de modelos matemáticos baseados na hipótese de dano acumulado).

A avaliação da integridade operacional permite que a tensão na seção mais crítica do componente se aproxime do limite de fadiga para a região de vida finita. Um resultado deste procedimento é a obtenção de um projeto ótimo em que o consumo de material é mínimo.

##### 2.1.8.1. Procedimentos para a avaliação da integridade operacional

A figura 22 ilustra o procedimento para a determinação (prova) de integridade operacional baseado no conceito de tensão nominal. A curva de tensão ao longo do tempo é reduzida com um método de amostragem adequado que caracteriza e classifica as amplitudes e o modo de oscilação do carregamento. A distribuição da tensão

nominal obtida com este procedimento é comparada com a curva de Wöhler baseada na função da tensão nominal (experimental ou aproximada e obtida por via analítica).

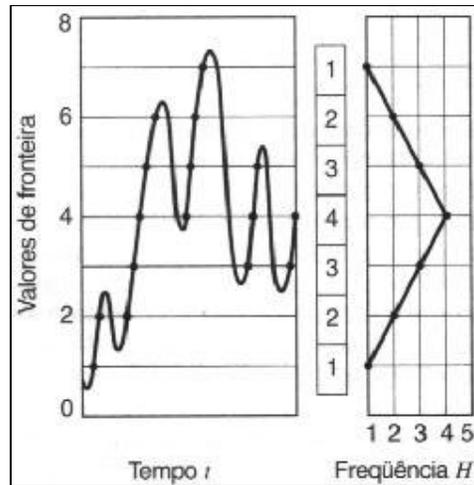


**Figura 22:** Procedimento para a análise da integridade operacional baseado no conceito de tensão nominal.

Com as informações disponíveis é possível calcular um fator de dano com a teoria linear da acumulação de dano e comparar este valor com o dano crítico (que resulta na falha). Note que, deste modo, é possível formular uma proposta para a vida útil dos componentes.

#### 2.1.8.2. Métodos de amostragem

Existem vários procedimentos de amostragem. Entre os mais utilizados estão o de parâmetro único (que envolve apenas um parâmetro) e o de dois parâmetros. Um critério de contagem muito utilizado na amostragem com um único parâmetro é ultrapassagem de um nível escolhido. O resultado da aplicação deste critério é o número de vezes que a carga ultrapassa o valor definido durante o movimento oscilatório (veja exemplo na figura 23). Observe que os valores máximo e mínimo podem ser levados em consideração se for realizada uma contagem com dois limites.



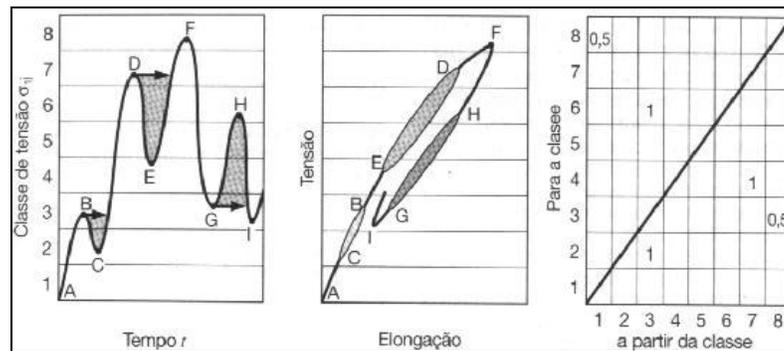
**Figura 23:** Procedimento de contagem através da ultrapassagem do valor de referência.

O processo de contagem em pares fornece a frequência de ultrapassagem de nível (pico a pico). Um par é definido pelo conjunto de dois picos de mesma altura. Observe que eles precisam apresentar o mesmo valor médio, mas podem estar intercalados por ciclos de vibração e também ser compostos por seções.

Os resultados da amostragem com um único parâmetro podem ser expressos como uma distribuição de carga (variações da carga em função da frequência – veja figura 23).

A amostragem com dois parâmetros tem sido mais aceita porque apresenta características mais próximas daquelas utilizadas na mecânica dos materiais e também porque trata dos valores médios e das amplitudes das grandezas. Este tipo de amostragem pode gerar as curvas fechadas dos diagramas tensão – deformação (histerese) e corresponde a uma contagem em pares acrescida do armazenamento dos valores médios.

Os gráficos esquerdo e central da figura 24 ilustram, respectivamente, o funcionamento do método de amostragem com dois parâmetros e o procedimento utilizado na construção da curva da tensão em função da elongação.



**Figura 24:** Amostragem com dois parâmetros (“Cascata ou Rainflow”).

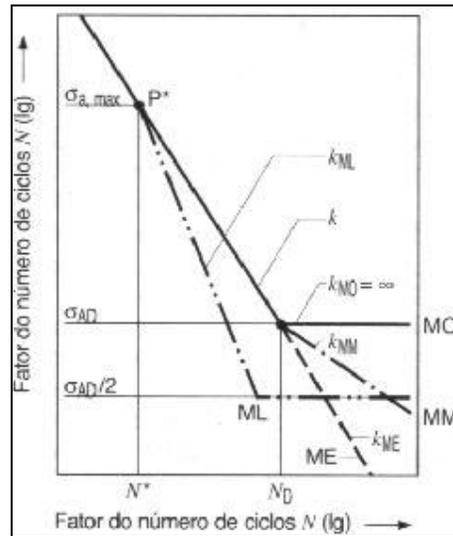
O resultado da amostragem está indicado a direita na figura 24 na forma de uma matriz composta por elementos definidos através de seu valor inicial e do intervalo de variação. Deste modo, é possível descrever as curvas de histerese.

As curvas não fechadas encontradas no fim do processo de amostragem são denominadas resíduos e podem ser incluídas, por exemplo, com o número  $n = 0,5$ , na avaliação do dano.

### 2.1.8.3. Modificações da curva de Wöhler

Para determinar o dano é necessário comparar a distribuição da carga levantada com o procedimento de amostragem com a curva de Wöhler. A utilização da curva de Wöhler original, que reflete o acúmulo de danos em processos que apresentam amplitude constante até que o limite de fadiga seja alcançado (procedimento original de Miner - MO), não fornece resultados razoáveis nos casos em que as amplitudes e as freqüências variam ao longo do tempo. Observe que as variações podem provocar o aumento dos danos (isto é, diminuição do limite de fadiga).

Esta discrepância estimulou o aparecimento de várias curvas modificadas de Wöhler, como mostra a figura 25.



**Figura 25:** Modificações da curva de Wöhler.

Miner elementar (ME) (Corten-Dolan):

A resistência à fadiga para linha de vida finita da curva de Wöhler é estendida à tensão nula. Deste modo, todo o intervalo da amostragem é descrito pela inclinação  $k$  e a seguinte relação é válida:

$$N = N_D \cdot \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{AD}} \right)^{-k} \quad (34)$$

Miner modificada (MM) (Miner Haibach):

A resistência à fadiga para vida finita permanece inalterada. A faixa de limite de fadiga é descrita pela média entre a curva horizontal do limite de fadiga e a linha de limite de fadiga estendida para vida finita. Neste caso, a equação anterior pode ser utilizada, desde que  $k$  seja substituído por  $k_{MM}$ . Esta nova inclinação é definida por:

$$k_{MM} = 2 \cdot k - 1 \quad (35)$$

Miner Liu/Zenner ML:

Uma nova curva de Wöhler é introduzida. O ponto inicial da curva é o de resistência à fadiga original relativo à tensão máxima da amostragem  $\sigma_{a,max}$  e a inclinação da reta passa a ser igual a  $k_{ML}$ . A equação para esta linha reta é dada por:

$$N = N^* \cdot \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{a.máx}} \right)^{-k_{ML}} \quad (36)$$

O valor de  $N^*$  é derivado da relação original para a resistência à fadiga na linha para vida finita:

$$N^* = N_D \cdot \left( \frac{\sigma_{a.máx}}{\sigma_{AD}} \right)^{-k} \quad (37)$$

O expoente  $k_{ML}$  deve ser avaliado com a relação:

$$k_{ML} = \frac{k + k_R}{2} \quad (38)$$

O expoente da curva de Wöhler que leva em consideração a propagação de trincas apresenta valor próximo de e e, para os aços,  $k_R$  pode ser admitido igual a 3,6.

De acordo com o modelo de Miner Liu/Zenner, a resistência à fadiga para a linha de vida finita termina onde a tensão é igual à metade daquela do limite de fadiga  $\sigma_{AD}/2$ . É importante lembrar que os ciclos de vibração que apresentam tensões abaixo deste limite não contribuem, ou contribuem muito pouco, para o dano.

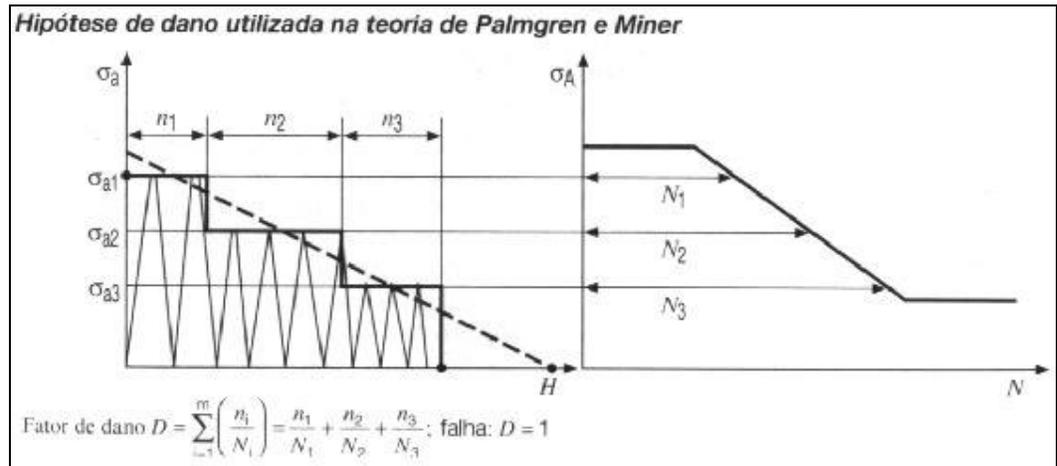
#### 2.1.8.4. Hipótese de acumulação de dano

De acordo com a hipótese de acumulação de dano proposta por Palmgren e Miner, todas as oscilações de carga contribuem para o dano. O compartilhamento de dados  $D_i$  de uma vibração com amplitude  $\sigma_{ai}$  é calculada com o fator do ciclo de vibração  $N_i$  da curva de Wöhler que provoca a fratura:

$$D_i = \frac{1}{N_i} \quad (39)$$

Considere  $n_i$  ciclos de vibração com intensidade de carregamento  $i$ . Nestas condições (veja a figura 26):

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (40)$$



**Figura 26:** Hipótese de dano utilizada na teoria de Palmgren e Miner.

O dano total para o período amostrado é igual a somatória dos fatores de dano  $D_i$  em todas as intensidades de carga  $m$ :

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^m D_i = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} \quad (41)$$

Uma hipótese da formulação original de Palmgren e Miner é que o início das trincas ocorre quando o fator de dano  $D_{tot}$  se torna igual a 1.

Entretanto, vários experimentos mostram que o fator de dano crítico pode ser bem menor do que 1 (em alguns casos também pode ser igual a aproximadamente 10 no momento da falha). Testes mais recentes mostram que, pelo menos, a limitação a  $D_c \leq 0,5$  é necessária.

A regra relativa de Miner é baseada na utilização de fatores de danos críticos adaptados ou aqueles encontrados na literatura.

#### 2.1.8.5. Fator de segurança da vida útil

O fator de segurança da vida útil  $S_N$  de um componente é definida do seguinte modo:

$$S_N = \frac{n_{test}}{n_{EOL}} \cdot \frac{D_C}{D_{test}} \quad (42)$$

Onde  $D_{test}$  é o fator de dano relativo ao período de amostragem,  $n_{test}$  é o número de ciclos no período da amostragem,  $n_{EOL}$  é o número de ciclos previsto no projeto e  $D_C$  é o fator de dano crítico.

## **2.2.Método dos elementos finitos (FEM)**

### **2.2.1. O que é FEM?**

O termo método dos elementos finitos (FEM) foi introduzido em 1960 por R. W. Clough e tem permanecido em uso desde 1970. Virtualmente, todos os procedimentos técnicos podem ser simulados em um computador com o FEM. No entanto, isso envolve a divisão de qualquer corpo (gasoso, líquido ou sólido) em elementos que sejam simples na forma (reta, triângulo, quadrado, tetraedro, pentaedro ou hexaedro), tão pequenos quanto possível e que estejam permanentemente ligados entre si pelos seus vértices (nós). Pequenos elementos são importantes por causa do comportamento formulado por aproximação utilizando equações lineares aplicáveis somente a elementos infinitesimais. No entanto, o tempo de cálculo requer elementos finitos. A aproximação à realidade é melhor quanto menores os elementos.

### **2.2.2. Aplicação do FEM**

Na prática, a aplicação do FEM começou nos anos 60, nas indústrias aeronáuticas e aeroespaciais e logo foi seguida pela manufatura automotiva. O método é baseado em um trabalho feito na Daimler-Chrysler AG, em Stuttgart, Alemanha. Ela usou um programa de FEM próprio chamado ESEM, bem antes do desenho assistido por computador (CAD) entrar em cena no início dos anos 80. Desde então, o método tem sido utilizado em todos os campos da tecnologia, incluído previsão do tempo, medicina, e por muitos setores da produção automotiva, desde motores e componentes de chassis até cálculo de carroceria e comportamento em colisão (para carrocerias de veículos, carros de passageiros, para dinâmica de operação para veículos comerciais).

### **2.2.3. Problemas na aplicação**

O FEM é um processo por aproximação. As causas dos problemas que os usuários encontram são discutidas neste item.

Os corpos movem-se por trajetórias que são, normalmente, curvas de ordem superiores. O princípio básico do FEM reside na linearização de todos os processos (isto é, o comportamento da estrutura real é descrito por equações lineares) e esse movimento está limitado a trajetórias retas. No entanto, como as equações lineares descrevem o comportamento dos elementos dos cantos (nós), eles também se deslocam segundo retas. Daí porque os nós são capazes de executar corretamente apenas deslocamentos muito curtos (os nós torcem  $<3,5^\circ$ ). Todos os processos não-lineares, com o movimento ao longo de uma trajetória qualquer ou o comportamento não-linear de um material deverão ser resolvidos linearmente, passo a passo.

Um elemento descreve apenas aproximadamente o comportamento de um componente real equivalente. Só um elemento infinitesimal fornece resultados corretos. Elementos finitos, como utilizados na prática, fornecem resultados bons ou maus, dependendo da qualidade de sua fórmula e do tamanho da malha.

O sistema de equações lineares é formulado e resolvido com a precisão limitada pelo computador. Normalmente, 8 bytes (=64 bits) são utilizados com uma precisão de 13 dígitos significativos para o número armazenado. O 14º dígito e qualquer outro além dele são números aleatórios. Como resultado, isso exclui a possibilidade de quaisquer diferenças em um modelo. Em um corpo, portanto, as molas devem ser substituídas por apoios rígidos.

O grande perigo reside no fato que um modelo computacional formal formulado corretamente por um iniciante fornecerá imagens coloridas impressionantes, mas os resultados estarão centrados em torno de fatores próximos à realidade e estarão completamente errados. Se os problemas resultantes das limitações citadas forem identificados pelo programa, o usuário menos experiente também será capaz de obter resultados corretos facilmente.

#### **2.2.4. Garantia da qualidade, erro do modelo**

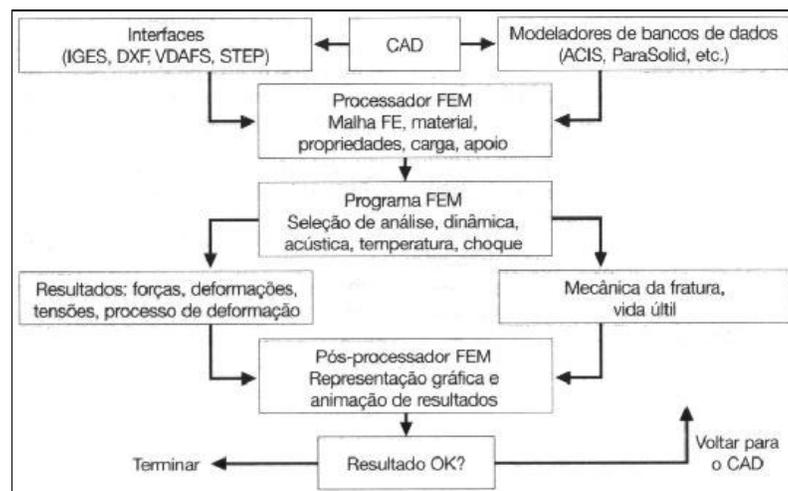
As variedades de modelos com malha excessivamente grosseira podem ser identificadas e mostradas por um avaliador de erros contido no programa – por análise de tensão no caso de problemas estáticos, e por análise de fluxo no caso de problemas potenciais. Isso cria o problema de que um usuário experiente modelará, propositalmente, áreas sujeitas à baixa tensão com aproximação grosseira para ganhar

tempo de cálculo. O avaliador de erro deve qualificar o erro por meio de máxima tensão ou máximo fluxo. Deve-se ter em mente que o erro é função do tipo de carregamento.

Esse erro de modelo é dado como porcentagem, em que há diferentes modos de definir a quantidade de referência. O erro relativo, isto é, ponderado, do modelo é escrito em uma tabela contendo detalhes dos números do nó ou do elemento e, em muitos casos, como uma opção ao arquivo de resultados para representação gráfica. Se existirem erros em demasia, a malha nas áreas modeladas com aproximação excessiva deverá ser refinada no processador e a análise repetida (em alguns programas isso é feito automaticamente).

### 2.2.5. Sistema de programa FEM

A criação da rede é feita, sobretudo, automaticamente no processador, em sua maioria baseada em uma geometria CAD. O programa FEM calcula o modelo formulado de computação dessa maneira e mostra o resultado obtido em uma forma gráfica a partir de um pós-processador. Logo, um programa FEM consiste de processador, um pós-processador e um programa FEM propriamente dito (ver figura 27).



**Figura 27:** Sistema de programa do FEM.

### Áreas de aplicação do FEM

Em termos tecnológicos, a física é geralmente dividida em cinco áreas: mecânica, vibração e oscilação, termodinâmica, elétrica e óptica. Devido às funções do programa no FEM, é sempre feita uma distinção entre problemas de estática e de dinâmica linear e não-linear, e entre problemas potencialmente estáticos (independentes do tempo) e não estáticos (dependentes do tempo) (também como material não-linear) que são resolvidos como problemas não lineares. Uma função importante de um programa FEM é ligar essas áreas diferentes, por exemplo, calcular o campo de temperatura como um problema potencia, e as deformações resultantes, tensões e forças na estática linear.

### 2.2.6. Estática linear e não-linear

A mecânica, sendo a ciência de forças e movimentos em gases, líquidos e sólidos, se reflete em estática linear e não linear. A estática linear é a área dos problemas nos quais as tensões nos componentes calculados ocorrem no campo elástico, isto é, no campo linear da lei dos materiais e onde alterações são relativamente pequenas, associadas com mínimas torções nos nós.

A segunda limitação está baseada no fato de que os deslocamentos nos pontos de aplicação de carga no elemento são ignorados quando da formulação das condições de equilíbrio dos nós. Se essas pré-condições não forem satisfeitas porque os elementos são muito grandes ou as deformações são excessivas em arranjos de apoios elásticos nos movimentos dos corpos rígidos em questão, os resultados serão somente utilizáveis parcialmente.

O princípio básico da estática não-linear envolve resolução em estágios lineares pela solução do sistema linear de equações. Esse sistema consiste em uma matriz  $\underline{K}_K$  de rigidez elástica linear da estrutura, que descreve o comportamento elástico do componente, complementado pela matriz geométrica  $\underline{K}_L$  de rigidez. Isso leva em conta o estado de tensão nos passos anteriores, em cada caso. Isso é seguido pela adição de deformações após cada passo e (se desejado) mudando o material de acordo com a curva do material especificado. Isso significa a solução passo a passo:

$$\underline{f}_i = [\underline{K}_K + \underline{K}_L]^* \cdot \underline{v}_i \quad (43)$$

Para  $i = 1 \dots n$ , onde  $\underline{f}_i$  é vetor das forças no nó (máximo três forças  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  e três momentos  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$ ) e  $\underline{v}_i$  o vetor de deformações do nó (máximo três direções  $v_x$ ,  $v_y$  e  $v_z$  e três torções  $d_x$ ,  $d_y$  e  $d_z$ ) no passo  $i$  referido em cada caso para o sistema global de coordenadas  $x, y, z$ .

O primeiro passo em que  $\underline{K}_L = 0$  corresponde à estática linear, para cada passo seguinte, as condições pré-definidas na estática linear são aplicáveis.

Tanto os materiais não-lineares como as não-linearidades geométricas podem ser levados em consideração na estática não linear. A tensão total expressa como força, momento, deformação ou temperatura é aplicada por etapas, por incrementos de carga. A soma de todos os incrementos de carga é igual a tensão total. Os incrementos não precisam ser da mesma magnitude. Na maioria dos programas, existe uma quebra dos incrementos de carga juntamente com uma adaptação de incremento. Programas especiais são utilizados para cálculo de choques.

### 2.2.7. Dinâmica linear e não-linear

Vibração e oscilação, sendo uma ciência dependente do tempo, movimento em forma de onda de corpos gasosos, líquidos e sólidos como massas inertes, e o caso especial do som, são refletidos em dinâmica linear e não-linear e acústica. Problemas de dinâmica não-linear, como amortecimento dependente do tempo, material não linear ou problemas de choque (batida), geralmente necessitam de um programa especial.

Para problemas lineares, as frequências naturais e as formas de oscilação naturais da estrutura, em conjunto com uma matriz de massa feita de pesos e possíveis massas adicionais para um sistema elástico não amortecido são determinadas utilizando-se a seguinte equação:

$$\underline{M} \cdot \underline{\ddot{v}} + [\underline{K}_K + \underline{K}_L] \cdot \underline{v} = 0 \quad (44)$$

Onde  $\underline{M}$  é a matriz de massa de toda a estrutura,  $\underline{\ddot{v}}$  é o vetor de aceleração em todos os nós,  $\underline{K}_K$  é a matriz de rigidez elástica linear da estrutura,  $\underline{K}_L$  é a matriz de rigidez geométrica ou de pré-tensão da estrutura (apenas com pré-tensão) e  $\underline{v}$  é o vetor dos movimentos de todos os nós.

A porção da matriz de rigidez geométrica contém o estado inicial de tensão da estrutura e é somente levada em conta no caso de pré-tensão.

Ao se solucionar a equação geral do movimento, é possível representar casos especiais diferentes da equação de movimento, baseados em análise modal executada, levando em conta o amortecimento. Esses casos incluem força harmônica, excitação do ponto básico e análise do espectro de respostas para testes sísmicos.

$$\underline{M} \cdot \underline{\dot{v}} + [\underline{K}_K + \underline{K}_L] \cdot v + \underline{C} \cdot \underline{w} = \underline{f}_r \quad (45)$$

Onde  $\underline{C}$  é a matriz de amortecimento de toda a estrutura na forma diagonal,  $\underline{w}$  é o vetor de velocidades em todos os nós e  $\underline{f}_r$  é o vetor de excitação (vetor força)

### 2.2.8. Problemas estáticos e não-estáticos potenciais

Com respeito a problemas potenciais, é feita uma diferença entre problemas estáticos e não-estáticos. No caso de problemas estáticos, tudo está em equilíbrio, e o tempo não importa (por exemplo, fluxo de calor constante). No caso de problemas não-estáticos, tudo é dependente do tempo (por exemplo, aquecimento de um corpo).

### 2.2.9. Analogia de problemas potenciais

Os problemas potenciais mais comuns são (ver tabela 10):

- a) Distribuição da temperatura  $T$  do fluxo de calor
- b) Fluxo  $s$  estável de líquido ou gás
- c) Distribuição de pressão  $p$  (por exemplo pressão sonora em acústica)
- d) Campo magnético  $\Phi$
- e) Campo elétrico  $U$

**Tabela 10:** Analogia de problemas potenciais

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	
$\underline{T}$	$\varepsilon$	$p$	$\Phi$	$U$	Potencial
grad $\underline{T}$	grad $\varepsilon$	-	$\underline{H}$	$E$	Gradiente
$\lambda$	$\lambda = l$	$\lambda = l$	$\mu$	$\varepsilon$	Material
$\underline{a}$	$\underline{a}$	$\underline{a}$	$\underline{B}$	$D$	Quantidade de fluxo
$\underline{Q}$	$\underline{Q}$	$\underline{Q} = 0$	div $\underline{B} = 0$	$\underline{Q}$	Nível da fonte

Quando se calculam problemas de potencial não-estático, é necessário resolver a seguinte equação dependente do tempo:

$$\underline{P} \cdot \underline{T} + \underline{C} \cdot \delta \underline{T} / \delta t + \underline{F} = 0 \quad (46)$$

Onde, em relação ao problema de condução de calor,  $\underline{P}$  é a matriz do potencial,  $\underline{T}$  é o vetor dos potenciais dos nós (por exemplo, temperaturas),  $\underline{C}$  é a matriz de capacidade,  $\delta \underline{T} / \delta t$  é o vetor de mudanças potenciais por unidade de tempo e  $\underline{F}$  é o vetor fluxo (por exemplo, fluxo de calor, fontes de calor dissipadores)

Um procedimento totalmente implícito de acréscimo de tempo serve para resolver a equação.

Se a matriz  $\underline{C}$  de capacidade e o vetor de mudanças de potencial por unidade de tempo  $\delta \underline{T} / \delta t$  forem omitidos, o problema será estático. A equação pode ser comparada à estática linear. Nesse caso, a matriz  $\underline{P}$  de potencial corresponde à matriz  $\underline{K}$  de rigidez, o vetor  $\underline{T}$  de potenciais, à deformação  $v$  do nó, e o vetor  $\underline{F}$  de quantidades de fluxo, às forças no nó.

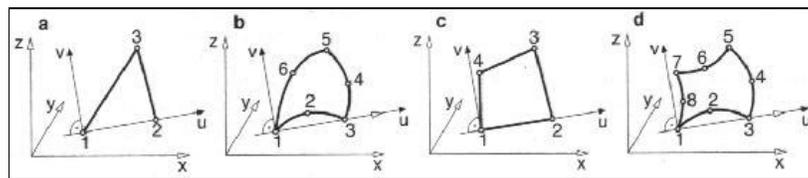
Uma das aplicações de mais alta prioridade dessa parte do programa reside em resolver problemas de fluxo de calor. Quando o problema for reconhecido, será possível resolver todos os problemas potenciais comuns na base da analogia mencionada anteriormente.

### 2.2.10. Elementos do FEM

As propriedades dos elementos disponíveis definem os dados de empenho mais importantes de um programa FEM. A qualidade do elemento define a fórmula. Aqui, a distinção é feita entre elementos com uma forma linear ou quadrática ao longo da aresta do elemento. O ultimo pode ser identificado nos nós intermediários. A qualidade de um modelo de computação é dependente não apenas do tamanho da malha utilizada, mas da fórmula. Os elementos existentes podem ser divididos em unidades com projeção bidimensional, elementos com projeção tridimensional e barras com projeção linear.

#### 2.2.10.1. Elementos unitários

Os elementos unitários podem ser triangulares ou retangulares (veja a figura 28) – idealmente um triângulo equilátero ou um quadrado. Se os elementos sem nós intermediários (fórmula de deslocamento linear) possuem relações desfavoráveis entre altura e largura, tem sido possível prevenir extensivamente (por um máximo de 30%) o efeito enrijecedor causado pelo cisalhamento (travamento de cisalhamento) de tal forma que bons resultados podem ser obtidos mesmo com elementos retangulares. Elementos retangulares em casca podem frequentemente estar levemente torcidos (máximo 10° muito rígido). Para elementos triangulares, o ângulo incluído não deverá ser menor que 12° ou maior que 156°; para elementos retangulares, não deverá ser menor que 24° ou maior que 156°. No entanto estes limites estabelecidos em testes dependem do programa de FEM utilizado.



**Figura 28:** Elementos unitários (a, b Elementos triangulares. c, d Elementos retangulares).

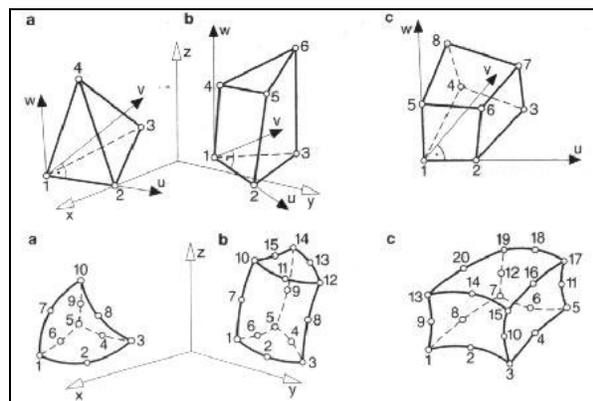
No caso de elementos unitários, é feita uma distinção entre as seguintes tensões, independentemente da forma geométrica ou fórmula:

- Só forças seccionais no plano do elemento (disco ou membrana), estado plano de tensões, ou deformações planas.

- Rotacionamento simétrico, tensão tridimensional, e deformação como um problema bidimensional (carga rotacionalmente simétrica) com caso especial de força geral (elemento de Fourier).
- Só momentos seccionais no plano do elemento (chapa) com ou sem deformação por cisalhamento originada de uma força transversal perpendicularmente.
- Forças e momentos seccionais tridimensionais (casca) com ou sem deformação por cisalhamento.

### 2.2.10.2. Elementos de volume

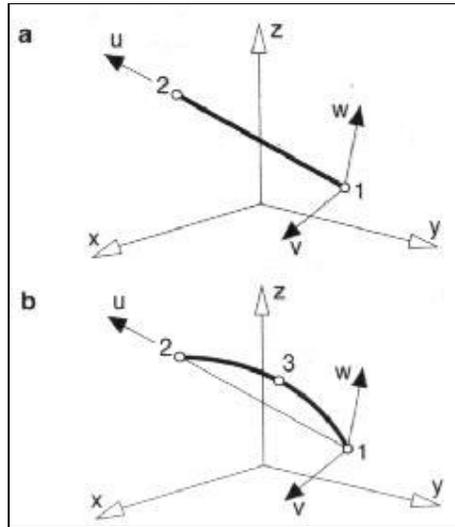
Elementos de volume aparecem, na maioria das vezes, na forma de tetraedros, pentaedros ou hexaedros (veja figura 29). Alguns programas também apresentam pirâmides com bases retangulares. Se os elementos sem nós intermediários (fórmula de deslocamento linear) possuem razões desfavoráveis entre altura e largura, será possível prever extensivamente (máximo de 30%) o efeito de enrijecimento causado pelo cisalhamento (travamento por cisalhamento) de tal forma que bons resultados sejam alcançados, particularmente com elementos hexaédricos. No entanto, se uma maior precisão for desejada, elementos com uma fórmula de deslocamento quadrática deverão ser utilizados. Isso é aplicável principalmente a elementos tetraédricos, que são criados durante uma malha tridimensional automática.



**Figura 29:** Elementos de volume (Linha superior: função de fórmula linear. Linha inferior: função de forma quadrática. *a* Tetraedro, *b* Pentaedro, *c* Hexaedro).

### 2.2.10.3. Elementos de barras

Assim como elementos unitários e de volume, a maioria dos programas FEM oferece dois tipos de elementos: um elemento retilíneo (barra) com fórmula linear e um elemento curvo (barra) com fórmula quadrática (veja a figura 30).



**Figura 30:** Elementos de barras (a reta com fórmula linear, b curva com fórmula quadrática).

O comprimento do elemento barra é determinado por seus dois nós de conexão. As seções transversais são descritas especificando-se valores numéricos para:

- Área da seção transversal ( $A$ )
- As seções transversais de cisalhamento  $A_{red}$  (área de cisalhamento)
- Os momentos principais de inércia ( $I_x, I_y$ )
- O momento de inércia torsional ( $I_t$ ) com o módulo torsional da seção ( $W_t$ )
- O momento de inércia do setor para força de torção
- A posição dos eixos principais de inércia ( $\alpha$ )
- E os quatro pontos de tensão máxima ( $S_x, S_y$ ) para cálculo de tensão

Esses valores são carregados no pré-processador sob a definição das propriedades, ou calculadas automaticamente pelas formas delineadas. Quando o pré-processador também mostrar a forma delineada na forma gráfica, essa forma de entrada deve ser preferida.

Para se definir uma função particular, é possível formular uma barra geral, como uma barra de tração-compressão, como uma barra fletida em torno do 1º ou 2º eixo principal de inércia, ou como uma barra de torção.

Essas opções podem ser combinadas conforme desejado. As condições limites de um elemento especial para uma barra são fornecidas para definir ligações e junções, por exemplo. As barras podem ser combinadas com todos os tipos de elementos restantes da mesma fórmula.

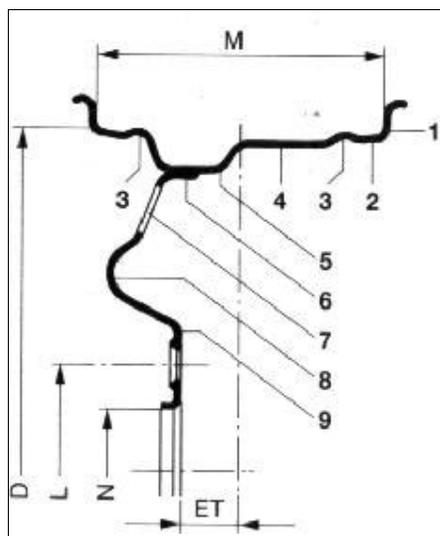
## 2.3.Elementos das rodas

### 2.3.1. Visão geral

O tamanho da roda é determinado fundamentalmente pelos requisitos do sistema de freios, pelos componentes do eixo e pelo tamanho do pneu utilizado (veja figura 31).

Os principais termos são:

- Diâmetro do aro,
- Largura do aro,
- Diâmetro do furo central (formato),
- Offset da roda,
- Circunferência dos furos de fixação,
- Número de furos de fixação,
- Superfície de apoio dos elementos de fixação (esférica, cônica).



**Figura 31:** Roda de disco de chapa de aço (1 Flange do aro, 2 Assento do talão, 3 Nervura, 4 Aro, 5 Canal, 6 Junção do disco, 7 Furo de ventilação, 8 prato da roda, 9 disco da roda.  $D$  Diâmetro do aro,  $L$  Diâmetro do círculo dos furo de fixação,  $M$  Largura do aro,  $N$  Furo central,  $ET$  Offset da roda)

### 2.3.2. Tipos de aro

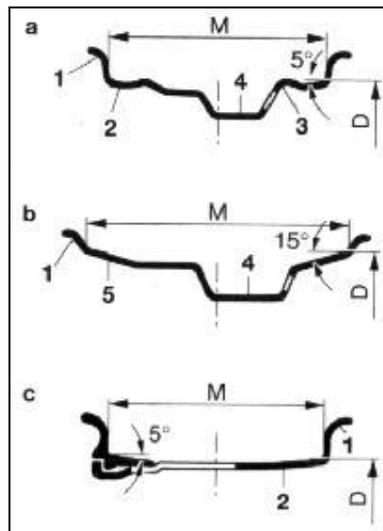
Dependendo da finalidade de aplicação e do tipo de pneu, estão disponíveis diversas formas de seção transversal do aro:

- Centro rebaixado (automóveis de passageiros),
- Aro plano (aplicações especiais, aros segmentados),
- Assento inclinado  $5^\circ$  (caminhões)
- Assento inclinado  $15^\circ$  (caminhões, principalmente com pneus sem câmara).

Os termos mais importantes para o aro são:

- Flange (forma do flange do aro),
- Assento do talão,
- Centro rebaixado,
- Base do aro e
- Nervura (forma da nervura)

A figura 32 mostra com detalhes as estruturas dos aros.



**Figura 32:** Sistemas de aros (*a* Aro acanalado, automóvel, *b* Assento do talão 15°, caminhão (sem câmara), *c* Assento do talão 5°, caminhão. 1 Flange, 2 Assento do talão 5°, 3 Nervura, 4 Centro rebaixado, 5 Assento do talão 15°, *M* Largura do aro, *D* Diâmetro)

### 2.3.3. Estrutura da roda

A concepção e a estrutura da roda, assim como os elementos estruturais, precisam satisfazer os requisitos de segurança sob quaisquer condições operacionais do veículo. As forças sobre roda, resultantes da tração, frenagem, carga da roda e forças direcionais devem ser absorvidas por todos os elementos estruturais sem prejudicar a durabilidade ou a função das rodas e dos componentes do eixo.

### 2.3.4. Rodas para automóveis de passageiros

Como material básico, são empregadas chapas de aço especial ou diversas ligas de alumínio. Ligas de magnésio não conseguiram se estabelecer na produção em seriem, mas são utilizadas em veículos especiais e automóveis esportivos. Rodas de chapa de alumínio, devido aos custos, não conseguem competir com as de chapa de aço.

Materiais e métodos de fabricação especiais oferecem um grande potencial para redução do peso. A roda de alumínio estampado como concepção mais leve permanece, portanto, como opção em vários tipos de acabamento e diversos estilos de calota.

Outros potenciais podem ser desenvolvidos através da laminação progressiva (espessura da parede variável do centro da roda à junção do disco). Feita a partir de um disco de alumínio a “roda bipartida” oferece igualmente um grande potencial de economia, mas, dependendo da aplicação e do tamanho da roda, atingirá relativamente cedo seus limites técnicos e econômicos.

Os processos de produção das rodas de chapa de aço e de alumínio são do ponto de vista do procedimento, bastante idênticos. A clássica roda de aço forjado e a roda “bipartida” possuem em comum apenas o processo de laminação. Neste processo um disco em bruto ou uma arruela forjada nas bordas são separados através de uma operação de laminação e na mesma operação é formado o aro. O material inicial para a roda forjada é uma arruela recortada de um perfil extrudado que após várias operações de forjamento, se transforma em peça bruta pronta para laminação. Finalmente a roda é submetida à usinagem e tratamento superficial. Outro potencial para a redução de peso é oferecido pelo processo “flow forming”, no qual a matéria-prima fundida é laminada aproveitando o aperfeiçoamento das propriedades do material e fundição para a economia do material.

A tecnologia de raios ocios com núcleo de areia também oferece potencial de economia, mas exige estilo apropriado. Rodas “estruturais” são empregadas, entre outras finalidades, como rodas sobressalentes ou como rodas normais com cobertura de plástico. O objetivo no caso é utilizar, sem restrições de estilo, somente o material suficiente para garantir a segurança operacional e funcional e limitar os custos de produção destas rodas.

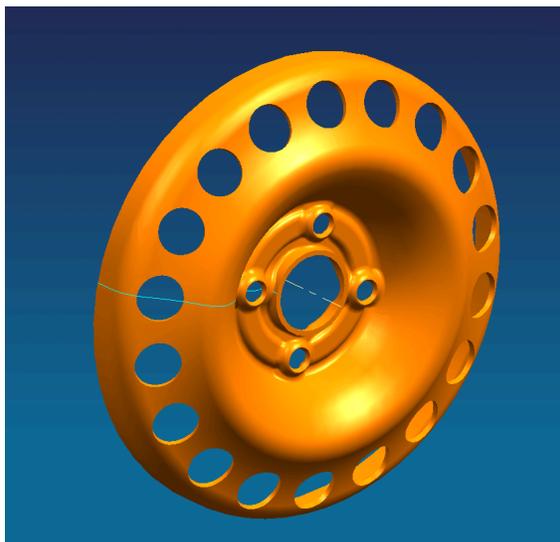
O plástico devido principalmente à resistência térmica insuficiente e aos problemas de fixação e fabricação das rodas, ainda se encontra em estágio inicial de desenvolvimento. Nas rodas de chapa, os raios e o aro são soldados, as rodas de liga-leve forjadas e fundidas são produzidas em peça única. Concepções com peças múltiplas, também em materiais diferentes (por exemplo, raios de magnésio e aro de alumínio) estão disponíveis apenas em casos especiais de carros de corrida. Automóveis de passeio são equipados quase que exclusivamente com aros de centro rebaixado, com nervura dupla  $H_2$  (raramente com nervura plana  $FH$ ), assento do talão inclinado e formato do flange  $J$ . O formato baixo do flange  $B$  é encontrado

frequentemente em veículos pequenos, os formatos altos de flanges *JK* e *K* são raros nos veículos modernos e somente existem em veículos pesados.

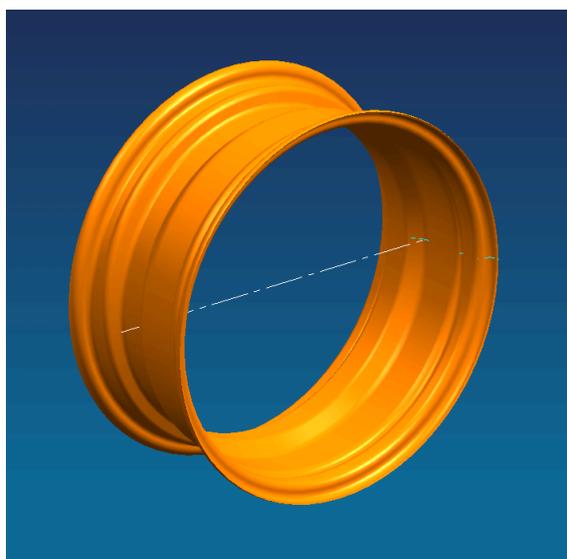
### 3. Materiais e métodos

#### 3.1 Modelo de roda utilizado

Para este estudo, foi realizada a modelagem de uma roda de aço que possui duas partes, o aro e o prato (ou disco) soldados entre si. O layout dessa roda é apresentado nas suas duas partes nas Figuras 33 e 34.



**Figura 33:** Disco da roda de aço.



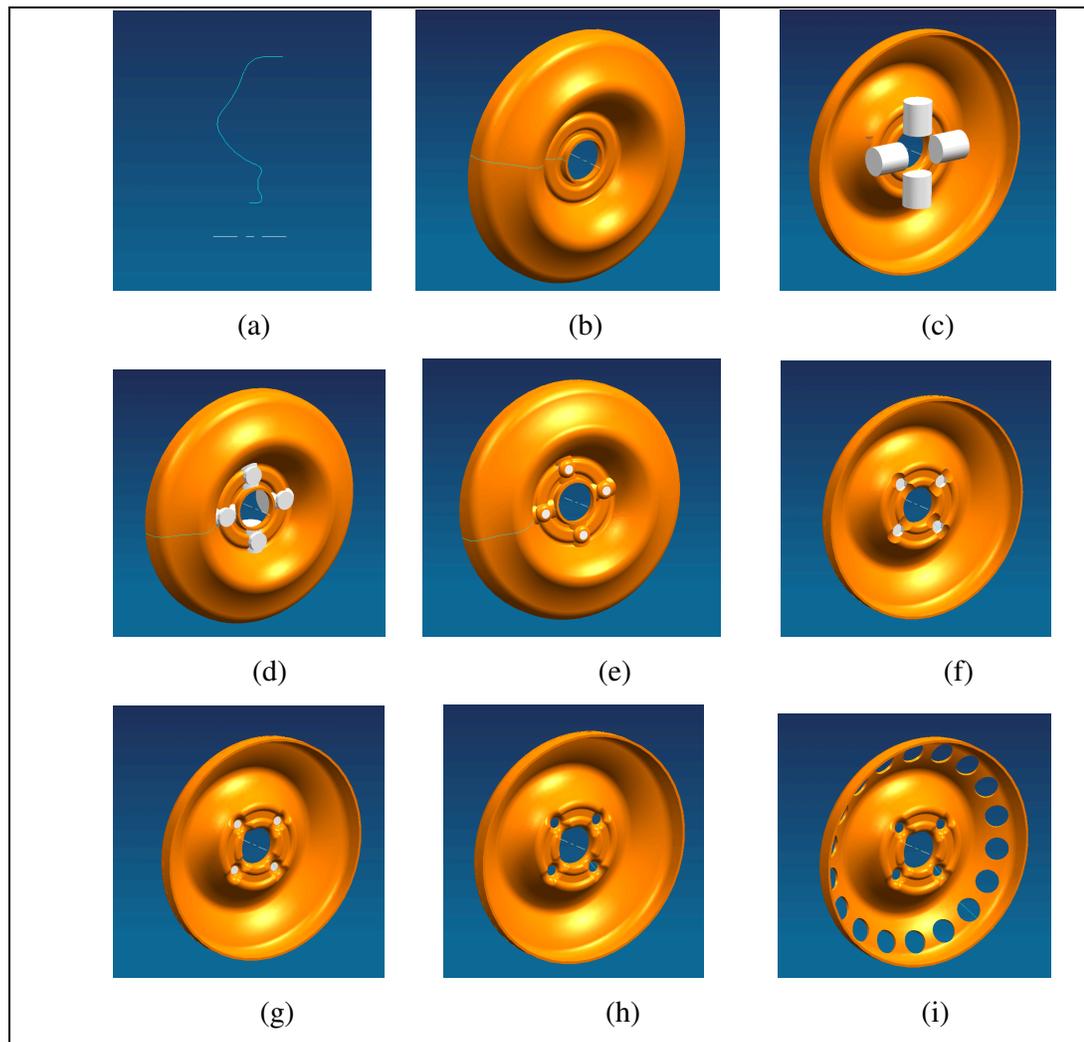
**Figura 34:** Aro da roda de aço.

No modelo final da roda de aço, as duas partes serão unidas, representando uma roda soldada, típico das rodas de aço ela é apresentada na Figura 35.



**Figura 35:** Modelo final da roda de aço utilizado nas simulações

A modelagem foi realizada utilizando o software *Unigraphics NX4*, um programa de modelagem paramétrica 3-D. Na Figura 36 serão apresentadas algumas imagens do processo de modelagem do disco da roda de aço, mostrando de maneira bem breve alguns passos, tais como o rascunho (sketch) do perfil para a geração de superfície de revolução, arredondamento de arestas, operações booleanas, furos, etc.



**Figura 36:** Modelagem passo a passo: (a) Perfil utilizado na revolução; (b) Resultado da revolução; (c) e (d) Cilindros auxiliares para a modelagem da região dos furos; (e) Arredondamentos de arestas; (f) Operações booleanas com os cilindros; (g) Mais arredondamentos; (h) Furação de fixação; (i) Furação de ventilação (modelo do disco pronto).

### 3.2 Material utilizado para a fabricação da roda – Principais Propriedades Mecânicas

A roda utilizada é fabricada com o aço SAE 1015 que possui como principais propriedades mecânicas:

Módulo de elasticidade (E): 207 GPa

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,3

Densidade ( $\rho$ ): 7850 kg/m<sup>3</sup>

Tensão limite ao escoamento ( $S_y$ ): 190 MPa

Tensão limite de resistência à tração ( $S_u$ ): 340 MPa

Coefficiente de tensão real para uma deformação real unitária ( $\sigma_0$ ): 621MPa

Coefficiente de encruamento ( $m$ ): 0,25

Coefficiente de deformação real normal no momento da ruptura ( $\epsilon_{Tf}$ ): 1,0

Uma vez conhecidos os limites os limites de resistência à tração e de fadiga do material, pode-se ter uma boa estimativa para a curva S-N do material empregado na fabricação da roda, uma vez que esta tem um comportamento típico muito semelhante entre os aços- carbono. Para a maioria dos aços, a curva S-N pode ser expressa em função do limite de resistência à tração e do limite de fadiga através da seguinte equação [3]:

$$S = \frac{(0,9S_u)^2}{S_f} N^{-\left(\frac{1}{3}\right)\log(0,9S_u/S_f)} \quad (47)$$

Porém para avaliarmos o valor da tensão limite de fadiga devemos antes avaliar o grau de trabalho a frio, que é função da deformação equivalente e é dada pela seguinte equação [3]:

$$A_r = 1 - \frac{1}{1 + \epsilon} \quad (48)$$

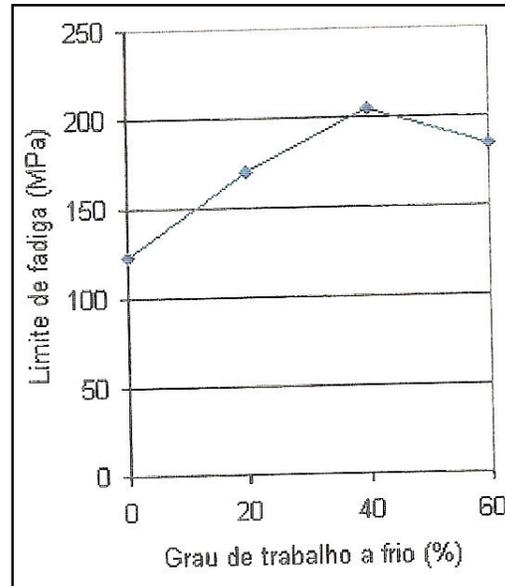
Sendo a deformação plástica equivalente  $\epsilon$  dada por:

$$\epsilon_e = \frac{\sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)(\epsilon_2 - \epsilon_3)(\epsilon_3 - \epsilon_1)}}{\sqrt{2}(1 + \nu)} \quad (49)$$

Em que  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$  são as componentes de deformações de engenharia e que para o estado totalmente plástico de deformação  $\nu = 0,5$ .

Nota-se que a Equação 48 indica que o grau de trabalho a frio é numericamente igual a redução da área ocorrida durante o processo de conformação à frio.

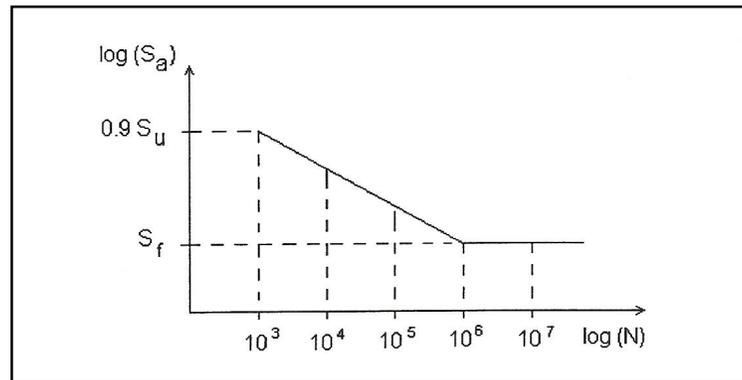
A relação entre o grau de trabalho a frio e o limite de vida a fadiga para o aço é mostrado na Figura 37 [3].



**Figura 37:** Influência do grau de trabalho a frio sobre o limite de fadiga para o aço 1015.

Como na roda possuímos regiões sujeitas a deformações elevadas como, por exemplo, nas bordas do flange do aro, as componentes de deformação de engenharia obtidas serão convertidas em deformações reais consideradas no momento do cálculo da deformação equivalente. Desta forma, as regiões sobre as quais serão estimadas as propriedades mecânicas referentes aos limites de resistência ao escoamento, à tração e à fadiga, modificados devidos ao trabalho à frio, serão selecionadas em função dos resultados das análises de tensões atuantes devidas aos carregamentos de pressão de inflação do pneu e à carga vertical.

A Equação 47 representa o comportamento da curva S-N no domínio entre  $10^3$  e  $10^6$  ciclos. A Figura 38 apresenta o comportamento da curva S-N para os aços, em função da aplicação da Equação 47. Nela, a tensão  $S_f$  representa o limite de fadiga do material.



**Figura 38:** Modelo da curva S-N para os aços carbono [3].

### 3.3 Carregamento atuante sobre a roda

Definimos agora os carregamentos que serão considerados para a análise da roda. Essa tarefa é necessária para o projeto de qualquer estrutura ou componente mecânico. Existem dois tipos básicos de carregamento que podem ser considerados em uma análise estrutural: o carregamento estático e o dinâmico.

Para uma estrutura que suporta um carregamento estático, basta dimensionarmos a geometria da estrutura de forma que a intensidade do carregamento suportado esteja abaixo do limite de resistência do material. Já para um componente submetido à tensões dinâmicas, torna-se necessária a consideração do efeito prejudicial causado pela variação alternada do carregamento.

Para o caso de uma roda, a definição do carregamento quanto a estático ou dinâmico é mais complexa comparada a maioria dos componentes de um veículo, pois mesmo considerando um carregamento vertical estático, devido ao movimento de rotação da roda em torno de seu eixo, um ponto qualquer na roda terá uma tensão variável ao longo de uma rotação da roda em função de sua posição angular em relação ao ponto de contato entre pneu e via trafegável.

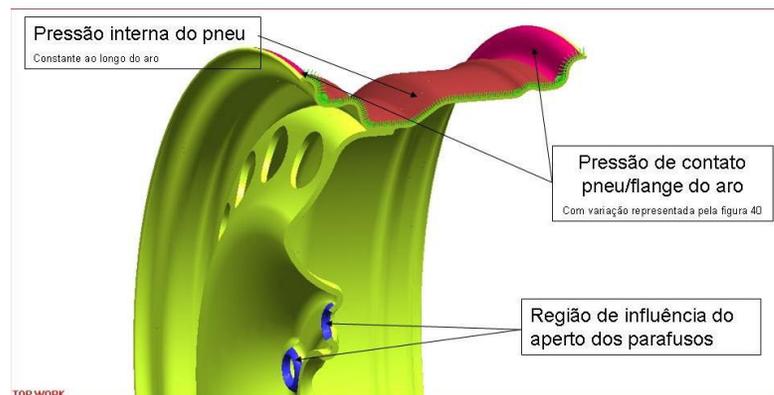
Para este trabalho consideraremos para cada posição angular da roda um carregamento estático e o carregamento dinâmico será caracterizado pela simulação de cada posição angular no tempo aparecendo assim uma tensão variável em cada ponto.

Outros tipos de carregamentos dinâmicos tais como influência das irregularidades da via trafegável e devido à execução de manobras pelo veículo não serão estudadas no presente trabalho.

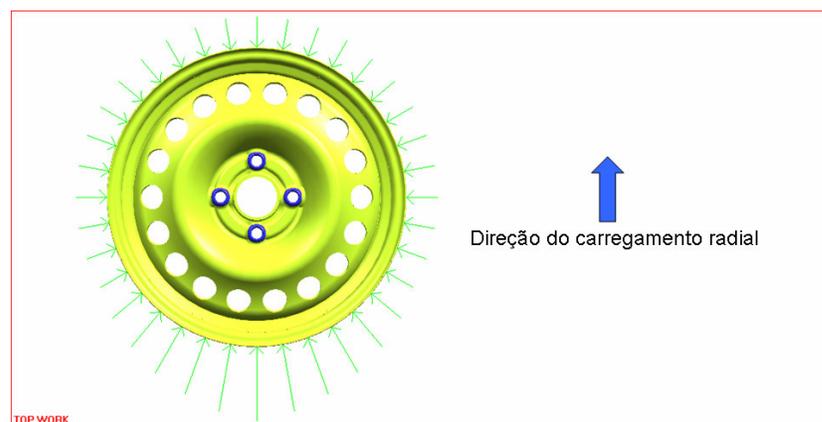
O carregamento estático atuante na roda pode ser dividido em função da região da roda sobre o qual este atua. Estas regiões podem ser definidas como tais:

- Região de fixação do disco: pressão de aperto dos parafusos;
- Parte externa do aro: pressão interna do pneu;
- Região de encosto do talão do pneu sobre o flange: pressão de contato entre o pneu e a roda devido à pressão interna do pneu e a distribuição do peso suportada pela roda.

As Figuras 39 e 40 mostram de forma esquemática a disposição do carregamento estático sobre a roda.



**Figura 39:** Distribuição dos esforços sobre a seção transversal



**Figura 40:** Distribuição da pressão de contato sobre o flange do aro

Para o caso da pressão de fixação do parafuso, será considerada que a superfície de influência da cabeça do parafuso está engastada.

Com respeito à ação da pressão de inflação do pneu sobre a parte externa do aro da roda, esta pode ser modelada como um carregamento axissimétrico, de magnitude constante, atuando, portanto ao longo de todo o comprimento do aro.

Quanto ao carregamento atuante no flange do aro, devido à pressão de contato entre o pneu e o próprio flange foi considerado um carregamento parabólico na região próxima ao do ponto de contato entre pneu e via trafegável.

O carregamento dinâmico que será considerado nesse estudo é o relacionado ao movimento de rotação da roda. Durante o rolamento, a distribuição das pressões de contato pneu/superfície de apoio não é mais simétrica com relação ao ponto de aplicação do carregamento, tendendo a ser maior na parte dianteira da superfície da banda de rodagem do pneu em contato com a superfície de apoio. Isso ocorre devido ao comportamento visco-elástico do pneu que gera uma resistência ao rolamento.

Estudos obtidos a partir de experimentos com uma roda 15x6 instrumentada mostram a distribuição da pressão de contato em função da posição angular  $0^\circ$ . Nesse estudo observa-se que ao longo da seção transversal do flange da roda há variação de pressão de contato. Os pontos submetidos à magnitudes de pressões mais elevadas estão posicionados em seções transversais localizadas a aproximadamente  $-20^\circ$  em relação a posição angular zero, ou seja, o ponto de contato do pneu com a via trafegável. Observa-se também que a distribuição é quase simétrica em torno desses pontos [3].

A conclusão que se pode tirar desse estudo é que podemos considerar um carregamento simétrico em torno do ponto de contato do pneu com a via trafegável, desconsiderando a defasagem de  $20^\circ$ , uma vez que esse carregamento será aplicado a diferentes posições angulares. E que esse carregamento atua em uma região compreendida entre  $-60^\circ$  e  $60^\circ$  em relação ao ponto de contato.

### **3.4 Análise das tensões atuantes sobre a roda**

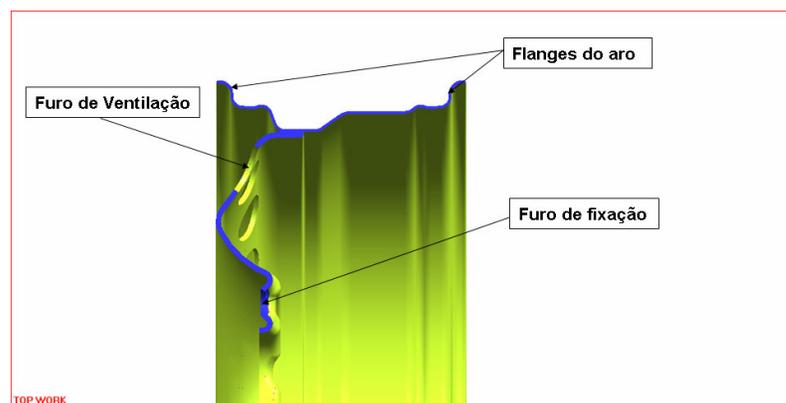
Para um bom resultado na análise estrutural de um componente mecânico o engenheiro tem o papel fundamental de modelar o sistema em estudo com a finalidade de melhor representar a realidade. Para isso, existe um estudo bastante complexo para a determinação e aplicação dos carregamentos atuantes na estrutura, assim como a determinação de uma malha para a discretização do modelo a fim de aplicar-lhe o método dos elementos finitos. Com a malha e o carregamento temos um modelo

matemático que será resolvido com recursos computacionais, que torna o estudo rápido e confiável. Através do computador, este modelo matemático será resolvido por meio dos procedimentos numéricos empregados no método dos elementos finitos e, após a análise da resposta, são tomadas as decisões quanto as modificações possíveis no modelo matemático para se obter um resultado com melhor qualidade. A Figura 27 apresenta esquematicamente um possível processo para análise utilizando o método dos elementos finitos.

### 3.4.1 Discretização das rodas

A discretização de um componente em estudo consiste no grau de refinamento de sua malha e no tipo de elemento que será utilizado. Através de uma boa escolha destes dois aspectos é possível conseguir uma boa correlação entre o comportamento previsto pelo modelo matemático e o problema físico analisado. Dependendo da resposta obtida na análise, esses dois aspectos podem ser modificados para a fim de se encontrar uma resposta mais adequada.

Devido à grande complexidade da geometria do componente em estudo, como pode ser verificado pelo perfil da roda na Figura 41, optou-se a utilização de um elemento tetraédrico parabólico ou, como o *software* de geração de malha o chama, elemento sólido tetraédrico de 10 nós, pois eles possibilitam uma boa representação dessa geometria e que são de fácil aplicação por serem gerados automaticamente.



**Figura 41:** Perfil transversal da roda em estudo

Neste ponto vale citar uma simplificação importante que foi feita visando uma convergência melhor dos resultados devido uma singularidade existente na roda que é o furo da válvula que gerava uma região com elementos irregulares que causavam

problemas numéricos na solução. Com certeza, esta simplificação pode causar inconsistências no resultado, uma vez que a região de rasgo da válvula é uma região bastante propícia ao aparecimento de trincas pela concentração de tensões causada pelo furo. Neste trabalho não foi alcançado uma solução para remediar este problema, podendo ser tema de um estudo posterior.

O grau de refinamento da malha definido para a análise deve ser tal que proporcione uma resposta de qualidade a um custo computacional de qualidade.

A malha foi toda gerada com o *software* pré-processador comercial PATRAN® da MSC *Softwares* e está apresentado na Figura 42. O modelo final é uma malha com 89941 nós que definem 44650 elementos. Essa quantidade elevada de elementos é justificada pela alta complexidade da geometria em estudo.



**Figura 42:** Modelo em elementos finitos da roda em estudo

### 3.4.2 Condições de contorno

- Pressão de fixação dos parafusos

O modelo matemático estabelecido para a roda quanto sua fixação ao cubo do eixo não prevê a presença dos parafusos de fixação, bem como os esforços localizados por eles gerados. Assim, a simplificação feita prevê a fixação do modelo por meio de engaste dos nós presentes nas regiões desses furos. Esse modelo é utilizado uma vez

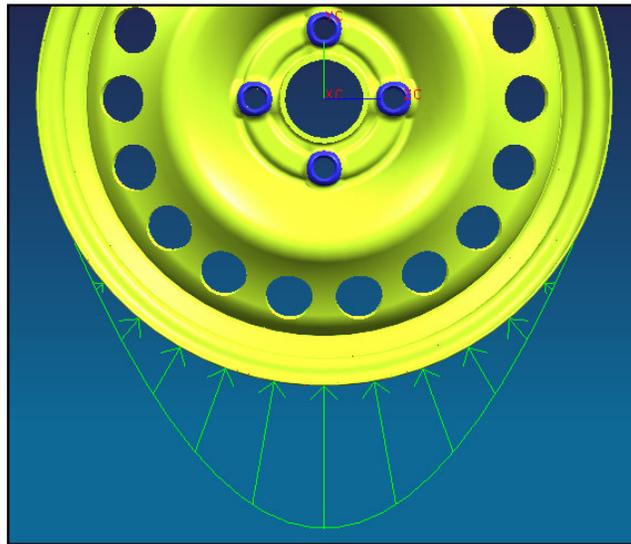
que no problema físico a função desses parafusos é fazer com que a face do disco da roda exerça uma pressão sobre a face do cubo do eixo e, assim, a fixação é obtida por meio do atrito entre as duas faces, o que tornaria um problema de complexa simulação.

- Condições de carregamento

Para as condições de carregamento, foram utilizados valores usuais de pressão de inflação de pneu e de peso do veículo parâmetros esses que definem o carregamento estático na roda, como visto no item 3.3.

A carga vertical foi aplicada como uma condição de contorno de pressão que age na região do flange do aro compreendida entre os ângulos de  $-60^\circ$  e  $60^\circ$  em relação ao ponto de contato do pneu com a via trafegável. Para a determinação do perfil desta pressão, foi admitido um carregamento parabólico simétrico como representado na Figura 43, ou seja, do tipo:

$$p(y, z) = az^2 + b = p(z) \quad (50)$$



**Figura 43:** Esquema de carregamento utilizado para modelar o carregamento vertical na roda

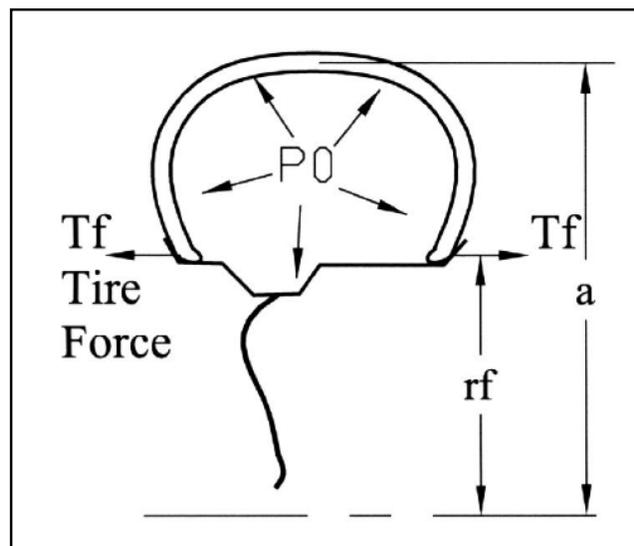
As condições utilizadas para encontrarmos  $a$  e  $b$  são que este carregamento é nulo para as posições angulares  $-60^\circ$  e  $60^\circ$  e que a integral deste carregamento na superfície projetada verticalmente da atuação desta pressão na roda seja equilibrada com o esforço vertical aplicado na roda. Esse carregamento vertical foi considerado

como sendo igual a  $V=1200\text{N}$  considerando um veículo leve. Desta forma chegamos a um carregamento:

$$p(z) = -1,82 \cdot 10^7 z^2 + 440205 \quad (51)$$

O carregamento devido ao contato entre o pneu e o flange resultante da pressão de inflação do pneu foi aplicado na forma de uma força resultante a uma altura média do flange como indicado na Figura 43. Essa força por unidade de comprimento resultante obedece a seguinte equação [11].

$$T_f = (a^2 - r_f^2) \frac{P_0}{4r_f} \quad (52)$$



**Figura 43:** Esquema da força de contato entre o pneu e o flange.

Nesta equação temos que  $a$  é raio do perfil do pneu,  $r_f$  é o raio da região de aplicação da força, que foi considerada como sendo a altura média do flange e  $P_0$  é a pressão de inflação do pneu. Esta equação corresponde à parcela da pressão de inflação do pneu que age exclusivamente no flange por unidade de comprimento.

A pressão de inflação dos pneus foi modelada como uma pressão constante atuante de forma radial ao longo de toda a superfície do aro compreendida entre os

flanges. Essa pressão foi considerada como sendo igual a  $P_0 = 200kPa \approx 29psi$  valor usualmente utilizado em veículos leves.

### 3.4.3 Avaliação das tensões atuantes sobre a roda

Com a simulação numérica utilizando um programa de elementos finitos, mais precisamente o *software* MSC Nastran® da MSC *Softwares* obtemos os valores das tensões componentes  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ , e  $\tau_{xz}$  em cada nó da estrutura do modelo. Para efeito de análise de tensões, serão utilizadas as tensões equivalentes calculadas de acordo com o Critério da Máxima Energia de Deformação ou, Critério de von Mises conforme explicitado no item 2.1.5.6. Como mostrado na Tabela 5 a tensão equivalente é calculada da seguinte forma:

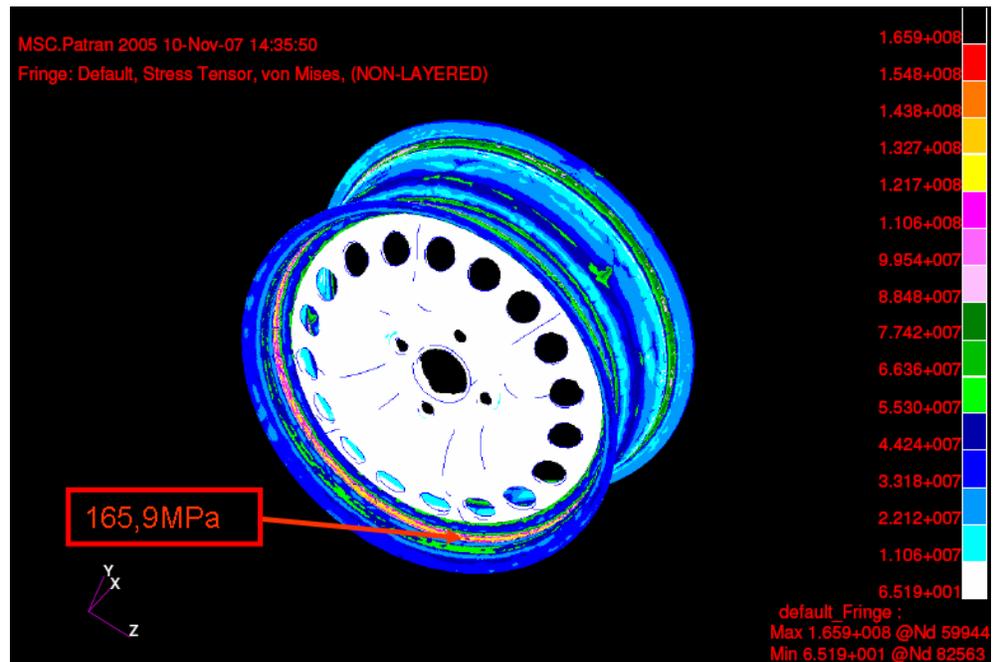
$$\sigma_{vM} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right)} \quad (53)$$

Que caracteriza um estado genérico multiaxial de tensões, conforme o sistema cartesiano de coordenadas apropriado.

Esta tensão equivalente tem grande utilidade, pois ela pode ser comparada diretamente com valores limite de resistência ao escoamento e à tração do material utilizado.

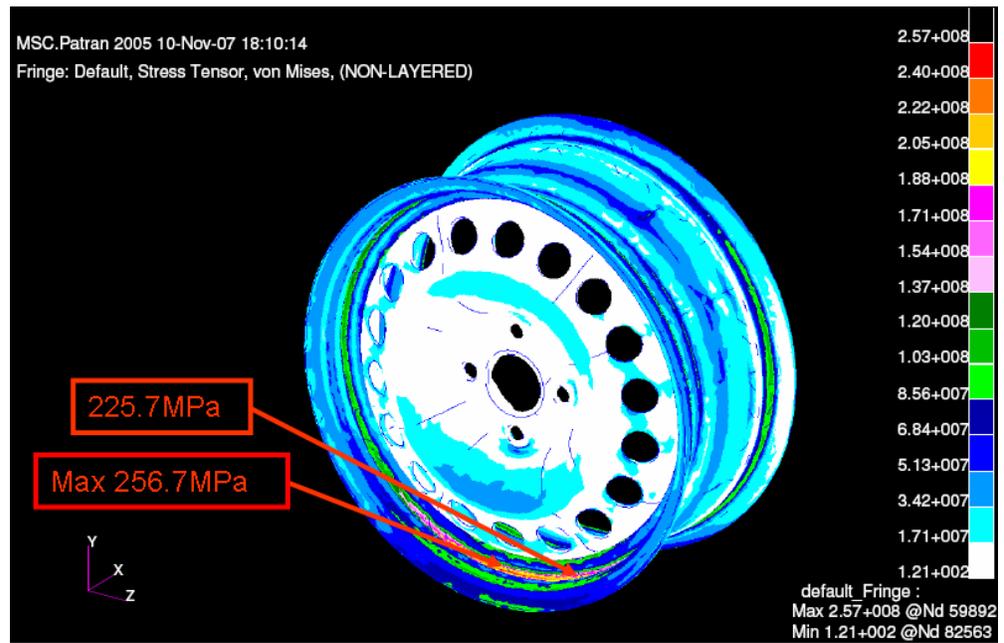
A seguir, serão apresentados os resultados das análises de tensões atuantes sobre os modelos. A primeira simulação realizada levava em consideração apenas o carregamento devido a inflação do pneu. Esta análise foi realizada a fim de encontrarmos o ponto (nó) com a maior tensão equivalente, para que seja analisado com outros carregamentos para se determinar sua tensão devido à carga dinâmica.

A Figura 44 apresenta o resultado desta análise. Nesta condição de carregamento observa-se que as tensões de maior magnitude estão situadas no pé do flange, com um pico de tensão de 165.9 MPa. Essa condição poderia ser prevista uma vez que com a pressão de inflação do pneu os flanges tendem a se afastar um do outro, criando uma grande tensão em sua base. Pôde se verificar também com esta análise que ao longo do restante do aro, as tensões ficaram compreendidas em um intervalo de 22 MPa até 110 Mpa enquanto que no disco da roda, obteve-se tensões relativamente baixas atingindo até 11 Mpa.

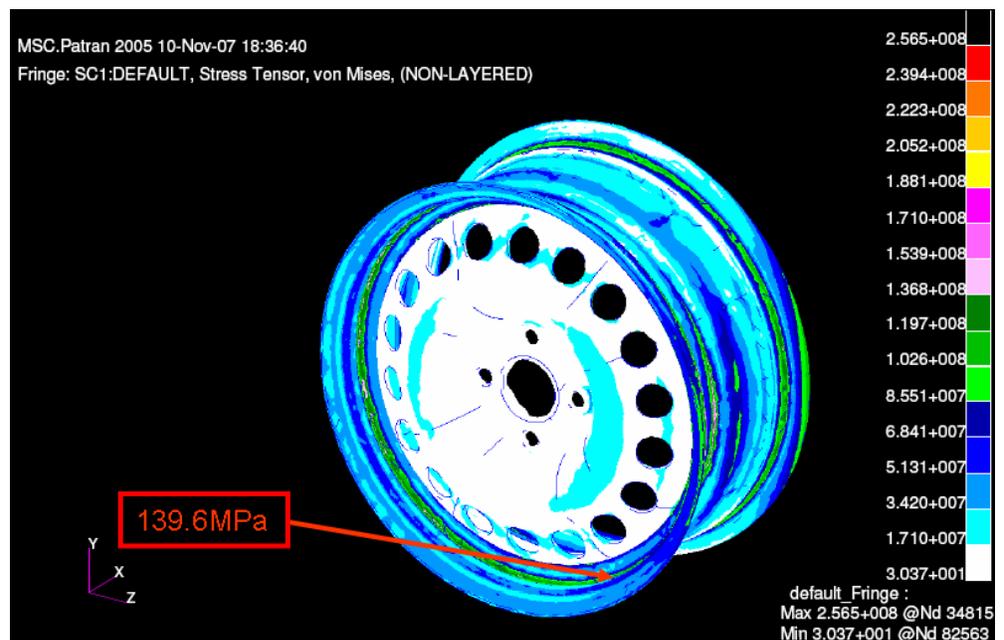


**Figura 44:** Roda submetida apenas à pressão de inflação

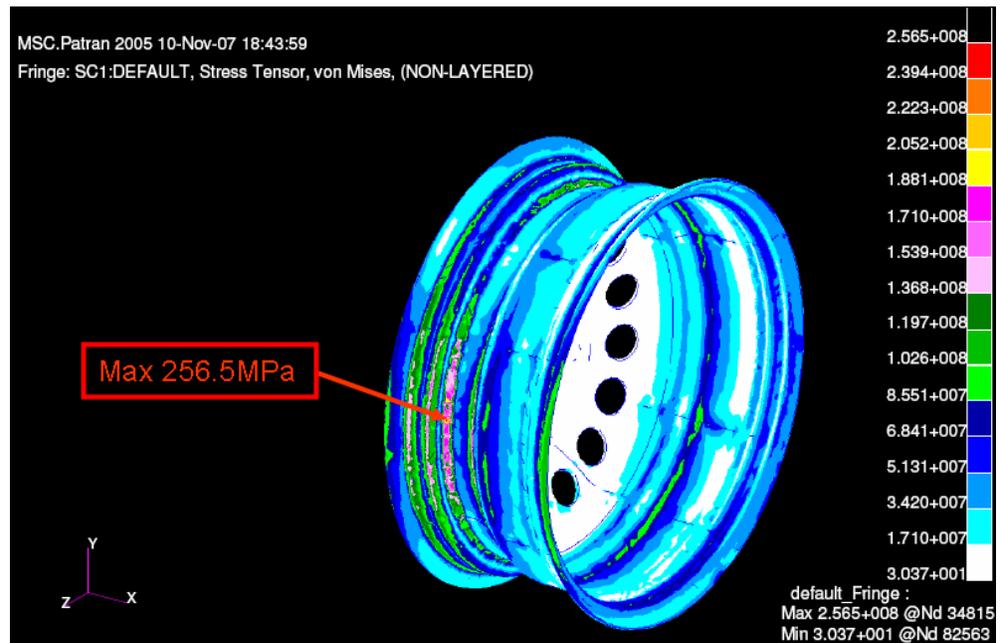
Nas próximas 45 a 50 são apresentados os resultados obtidos das simulações de carregamentos estáticos, atuante sobre o modelo da roda, representando a roda submetida ao carregamento de pressão de inflação e carga vertical. Essas simulações representam também a condição de carregamento observada durante o movimento de revolução da roda, de modo que foram analisadas as tensões atuantes sobre o modelo da roda em três direções da carga vertical em relação a um ponto 0° arbitrário.



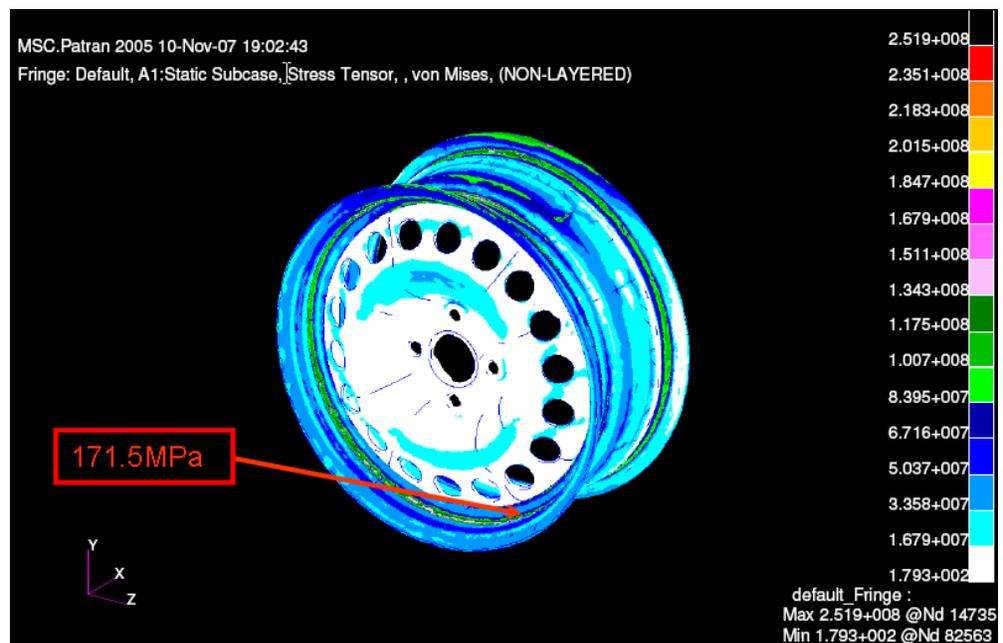
**Figura 45:** Carregamento a  $0^\circ$



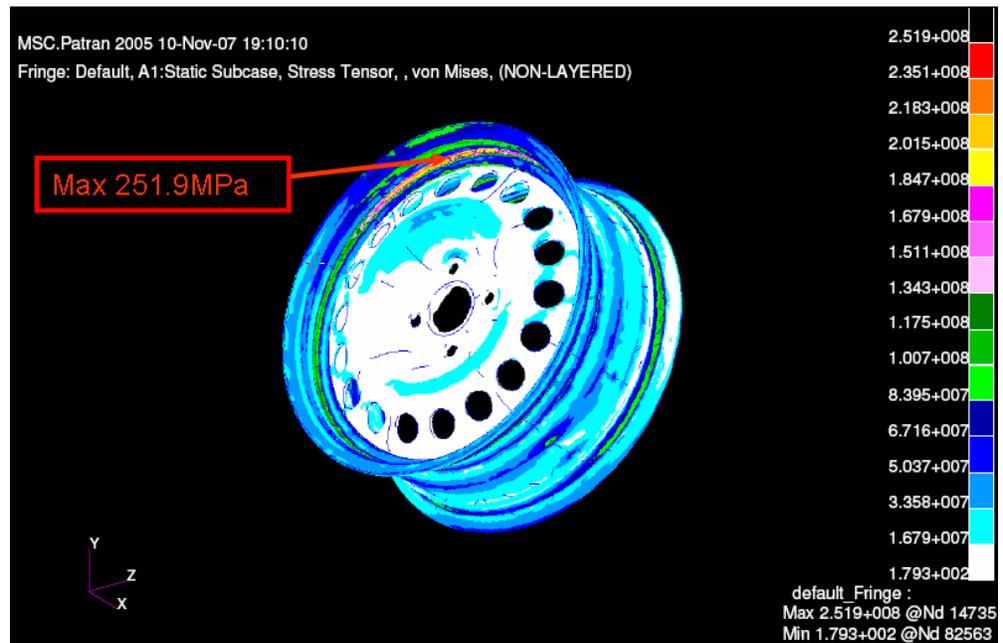
**Figura 46:** Carregamento a  $90^\circ$  (vista frontal)



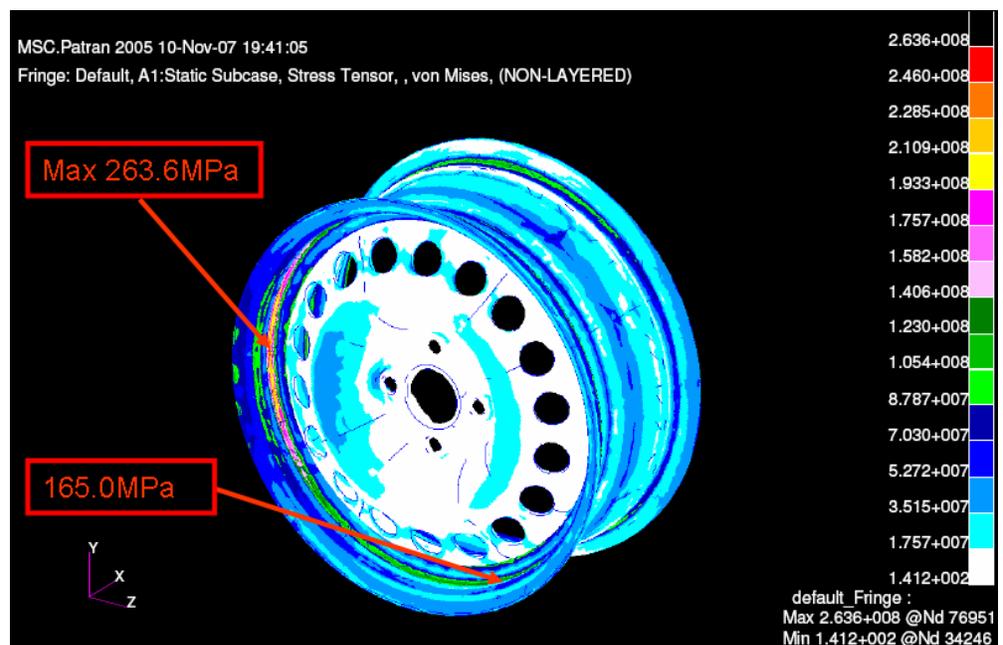
**Figura 47:** Carregamento a 90° (vista traseira)



**Figura 48:** Carregamento a 180° (vista frontal)



**Figura 49:** Carregamento a 180° (vista por baixo)



**Figura 50:** Carregamento a 270°

Como pode ser visto nessas análises, as regiões com maiores tensões equivalentes aparecem no pé do flange como visto anteriormente. Nota-se também que

na região do disco da roda as tensões não chegam a atingir 60MPa podendo ser considerado então uma região segura quanto à intensidade das tensões que agem nela. Uma região que possui consideráveis valores de tensões equivalentes é na extremidade do flange do aro, porém, nesta região o gradiente de tensões é menor do que na região do pé do flange devido à brusca variação da geometria nesta região.

Conforme foi visto na seção 3.2, o processo de fabricação da roda em estudo, que consiste na conformação a frio do aro e do disco causa diferentes graus de trabalho a frio, e têm-se assim diferentes níveis de resistência. A seguir será apresentado um estudo para a estimativa das novas propriedades mecânicas das regiões da peça conformadas a frio.

#### **3.4.3.1 Estimativa do grau de trabalho à frio e novas propriedades mecânicas dos materiais nas regiões mais solicitadas**

Como pode ser visto nas figuras 45 a 50 as regiões mais solicitadas do modelo correspondem ao pé do flange, aonde chega a atingir um valor de 263,6MPa como pode ser visto na Figura 50. Nessa região, os limites de resistência à tração e o limite de resistência à fadiga serão determinados de acordo com o estudo apresentado na seção 3.2 deste trabalho.

Na simulação feita com o programa MSC Patran® podemos reportar os valores das deformações principais, e assim com a Equação 49 podemos calcular a deformação equivalente através da equação 49. Com isso chegamos a:

$$\varepsilon_1 = -0,0104 \quad (54)$$

$$\varepsilon_2 = -0,0314 \quad (55)$$

$$\varepsilon_3 = 0,0433 \quad (56)$$

Assim, chegamos a:

$$\varepsilon_e = 0,0444 \quad (57)$$

Considerando os valores dos coeficientes  $\sigma_0 = 621MPa$ ,  $m=0,25$  e  $\varepsilon_T = 1,0$  podemos obter o valor para o novo limite de deformações plásticas através de:

$$\sigma_{lim,df} = \sigma_0 \cdot \varepsilon_T^m \quad (58)$$

Assim, obtemos:

$$\sigma_{\text{lim}df} = \sigma_0 \cdot \varepsilon_T^m \Rightarrow \sigma_{\text{lim}df} = 621 \cdot 0,0444^{0,25} \Rightarrow \sigma_{\text{lim}df} = 285,0 \text{MPa} \quad (59)$$

Admitindo-se o valor de  $\sigma_0$  como limite de resistência à tração real, o novo valor limite de resistência à tração de engenharia será estimado considerando-se que tanto para o material no estado original como trabalhado a frio, o quociente obtido da diferença entre os limites de resistência à tração e resistência ao escoamento de engenharia pela diferença entre o valor de  $\sigma_0$  e limite de resistência ao escoamento de engenharia permanece constante [3]. Assim, tem-se:

$$\frac{340-190}{621-190} = \frac{\sigma_{\text{lim}} - 285}{621 - 285} \Rightarrow \sigma_{\text{lim}} = 401,94 \text{MPa} \quad (60)$$

O grau de trabalho a frio é estimado através da Equação 48:

$$A_r = 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon} = 1 - \frac{1}{1 + 0,0444} \Rightarrow A_r = 0,0425 = 4,25\% \quad (61)$$

Considerando que o comportamento de variação do limite a fadiga para o aço SAE 1015 em função do grau de trabalho a frio é semelhante ao comportamento apresentado na Figura 37, com o valor obtido em 61 podemos estimar o valor para o limite de fadiga como sendo igual a 130 MPa.

Assim podemos montar a Tabela 11 apresentando as novas propriedades mecânicas do material na região do pé do flange.

**Tabela 11:** Propriedades mecânicas do material na região do pé do flange

Limite ao Escoamento (MPa)	Limite de resistência à tração (MPa)	Limite de fadiga (MPa)	$\sigma_0$ (MPa)	m	$\varepsilon_T$
285	402	130	621	0,25	1

Como o ponto que será utilizado para a análise quanto a vida à fadiga está na região próxima ao pé do flange do aro, podemos utilizar os valores da Tabela 11 para posterior análise.

### 3.5 Análise de fadiga da roda

Na seção 3.4 observa-se a variação na distribuição das tensões atuantes sobre a roda quando submetidas à condição de carregamento definida pela pressão de inflação de 200kPa e carga vertical de 1200N. Através destas análises foi possível identificar

quais os pontos mais solicitados em cada roda e, portanto, os pontos onde haveria maior possibilidade de se iniciar uma trinca, induzida pelo processo de fadiga. É com base nestas observações que será realizada a análise de fadiga para a roda, considerando-se a região do pé do flange do aro da roda como o local com maior probabilidade de surgimento de uma trinca, devido à ação de solicitações cíclicas, já que nesta região o componente é submetido a tensões de elevada magnitude com significativa variação desta magnitude ao longo de um ciclo de giro da roda, o que contribui de forma significativa para a ocorrência do fenômeno de fadiga.

No caso das rodas em geral, é de fundamental importância a previsão do número de ciclos de carregamento necessários para haver a formação da trinca. Para tanto é empregado o modelo de análise de fadiga baseado na curva S-N ou curva de Wöhler como foi apresentado no capítulo 2 deste trabalho. Na análise de fadiga executada nesta seção, procura-se verificar, com o emprego da curva S-N, se a roda irá resistir aos números de ciclos de carregamento acima citado, quando submetida a um ciclo de tensões, cuja magnitude é avaliada a partir da análise dos resultados obtidos com o processamento do programa de elementos finitos, considerando diversas posições angulares de aplicação da carga vertical, tal como já executado na seção anterior.

Para o desenvolvimento do modelo para avaliar a resistência à fadiga da roda, supõe-se que a roda montada com o pneu é submetida a uma carga vertical pré-determinada e posta a girar com uma rotação pré-definida. A carga dinâmica será caracterizada pela ação do carregamento vertical aplicado a diferentes posições angulares de um determinado ponto devido ao movimento de rotação da roda. Como as solicitações dinâmicas na roda são constantes ao longo da análise, devemos definir o valor da flutuação de tensão dinâmica em um ponto considerado crítico na roda para conseguinte definirmos o número de ciclos de carregamento necessários para haver a nucleação da trinca através do emprego da seguinte formulação [3]:

$$N = \frac{k}{S_R^b} \quad (62)$$

Onde:

N – número de ciclos;

$S_R$  – limite de resistência à fadiga em um ponto da roda;

b e k – constantes relativas a curva S-N do material empregado na construção da roda.

Em geral, para componentes mecânicos, são necessárias algumas correções na curva S-N característica do material base, visando a consideração dos seguintes efeitos [3]:

- Presença de esforços combinados (estado multiaxial de tensões) atuantes na roda;
- Presença de uma tensão média, não nula, atuante no componente;
- Caracterização do efeito do acabamento superficial da roda sobre a resistência à fadiga do material;
- Variabilidade dos dados experimentais utilizados para caracterizar a curva S-N do material.

Os dois últimos itens acima citados são considerados na correção do limite à fadiga do material da roda, sendo que o último, referente à variabilidade dos dados experimentais, não será considerado em nosso estudo.

### **3.5.1 Efeito da presença de tensões multiaxiais**

Cada ponto da roda está submetido a um estado tri-axial de tensões. Da mesma forma que se utiliza uma tensão equivalente para comparar a sollicitação atuante no componente com o limite de escoamento do material empregado na fabricação do mesmo, sugere-se a utilização de uma tensão equivalente cíclica para analisar o processo de fadiga relacionado à ação de tensões cíclicas multiaxiais.

Verificando-se os resultados das tensões atuantes sobre a roda, observa-se que, para um dado ponto da roda, além da variação da magnitude das tensões, ocorre uma variação da direção das tensões principais que atuam no ponto, ao longo de uma rotação completa da roda. Para estes casos não existe ainda uma solução para análise de fadiga sobre o qual não se possa vir a colocar restrições [3].

Para tanto, será utilizado uma técnica para análise de fadiga de componentes sujeitos à tensões cíclicas multiaxiais denominada critério de Sines. Neste método utiliza-se o cálculo de uma tensão alternada equivalente e uma tensão média equivalente definidas a partir do histórico de tensões alternadas sobre o componente, ao longo de um ciclo de carregamento.

Para a determinação deste método no caso específico da roda foi utilizado o seguinte roteiro:

- Executar a análise estrutural da roda considerando a aplicação da carga em diversas posições angulares da mesma.
- Levantar as componentes das tensões atuantes em um ponto específico da roda utilizando o sistema de referência global o modelo.
- Definir a amplitude e o valor médio de cada componente de tensões atuantes em um dado ponto ao longo de um ciclo de rotação da roda.
- Calcular as tensões equivalentes média e alternada atuantes em um dado ponto da roda com o emprego do critério de von Mises.

Este método para o cálculo da tensão alternada equivalente tende a ser conservador uma vez que as tensões máximas para cada uma das seis componentes de tensão alternada não são necessariamente simultâneas, e nesse modelo a tensão equivalente alternada é calculada a partir de cada uma das componentes de tensão alternada, maximizando, portanto esse valor.

### 3.5.2 Efeito da tensão média

Um fator que afeta significativamente o comportamento da curva S-N é o valor da razão de tensão (R), definida como a razão entre os valores mínimo e máximo das tensões atuantes em um ciclo de carregamento. Como as estruturas normalmente são submetidas a um valor de tensão média diferente de zero, tem-se que a correta determinação da influência do fator R é fundamental para a avaliação da vida em fadiga da estrutura [3].

Existem diversas relações empíricas propostas para corrigir a curva S-N em função da variação de R. para o estudo de componentes fabricados em aço aconselha-se a relação proposta por Gerber, apresentando assim, resultados satisfatórios. Essa relação é apresentada na Equação 63.

$$\sigma_a = S_f \left( 1 - \left( \frac{\sigma_m}{S_u} \right)^2 \right) \quad (63)$$

Onde :

$\sigma_m$  – Tensão Média;

$\sigma_a$  – Tensão Alternada;

$S_f$  – Tensão limite de fadiga para um dado número de ciclos, com  $\sigma_m = 0$  ou

$R=-1$ ;

$S_u$  – Tensão limite de resistência à tração do material.

Esta relação deve ser empregada quando a tensão média é positiva, ou seja, de tração, condição favorável à nucleação de trincas. Quando a tensão média é de compressão, embora possa haver um aumento na resistência à fadiga do material, sugere-se que a presença da mesma seja desconsiderada, tornando-a nula. Outro cuidado a ser tomado nesta condição de tensão média de compressão, é deve-se verificar se a soma da tensão média com a tensão alternada não atinge um valor que possa causar escoamento do material. No caso da aplicação do Critério de Sines devemos considerar apenas tensões médias positivas uma vez que estão sendo empregadas tensões equivalentes para representar as tensões médias e alternadas. Podemos assim aplicar a Equação 63 para corrigir a resistência à fadiga do material.

### 3.5.3 Efeito do acabamento superficial

Uma vez que a formação de trincas ocorre usualmente sobre a superfície, onde as tensões são maiores e existem mudanças de geometria, a ocorrência de trincas sobre a superfície do corpo de provas no ensaio padronizado suportará uma quantidade de ciclos significativamente maior do que a necessária para o surgimento das mesmas na superfície de um componente real sujeito à uma condição de carregamento igual à empregada no ensaio do corpo de prova, porém com um acabamento superficial de menor qualidade que a deste último.

O acabamento superficial de um componente é função do tipo de processo de fabricação empregado em sua produção, assim, utilizaremos um coeficiente de correção a ser utilizado para caracterizar a resistência à fadiga do material em função do acabamento superficial esperado para o componente. Este coeficiente é determinado a partir de gráficos em que o coeficiente de correção de acabamento –  $k_a$  é definido em função do limite de resistência à tração do material e do tipo de processo de fabricação do componente. Esse gráfico é apresentado na Figura 51 [3]. Assim, obtemos:

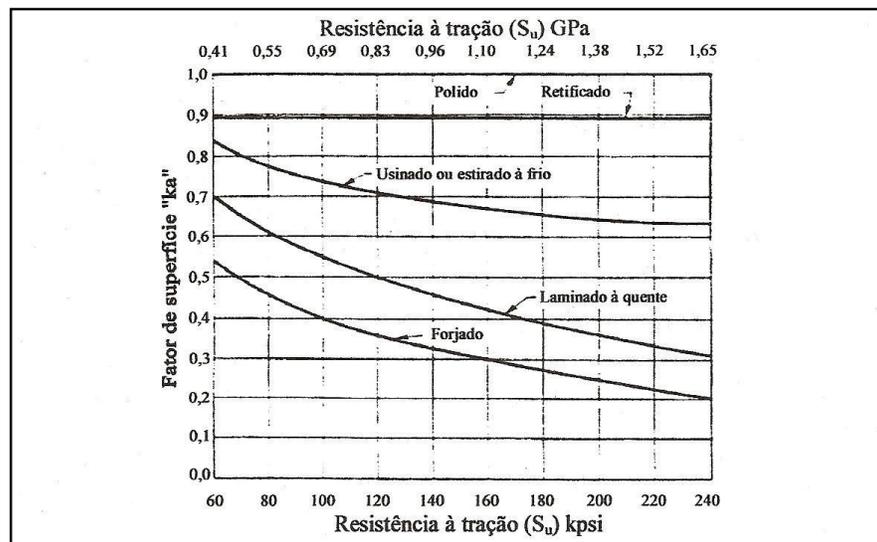
$$S'_f = k_a S_f \quad (64)$$

Onde:

$S'_f$  - Limite de fadiga corrigido de acordo com o acabamento superficial;

$S_f$  - Limite de fadiga do material obtido através do ensaio de fadiga padronizado;

$k_a$  - Coeficiente de acabamento superficial



**Figura 64:** Coeficiente para correção do limite à fadiga em função do acabamento superficial da peça.

### 3.5.4 Considerações sobre a correção da curva S-N

Para os aços em geral, autores como Shigley [12] recomendam a estimação da curva S-N a partir do limite de fadiga corrigido. Para tanto o autor em referência sugere que o limite de resistência à fadiga para  $10^3$  ciclos corresponde à 90% do limite de resistência à tração do material, obtido através da análise da curva tensão x deformação de engenharia, e para  $10^6$  ciclos tem-se o limite de fadiga. Com esses dados conseguimos obter os coeficientes  $b$  e  $k$  da Equação 62.

#### **4. Resultados e Discussões**

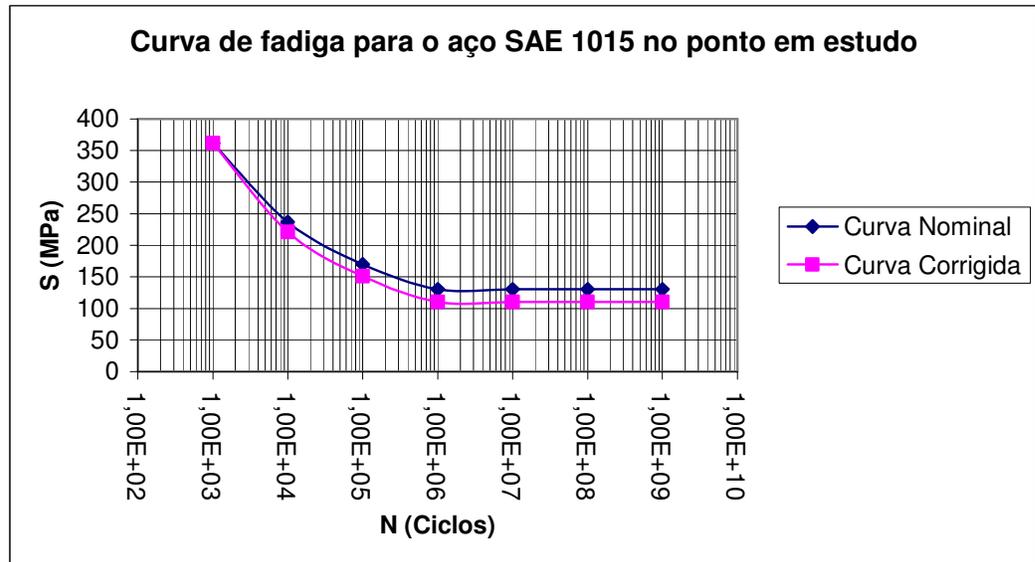
A seguir serão apresentados os resultados obtidos a partir das simulações numéricas e feito o pós-processamentos dos mesmos, ou seja, a manipulação desses resultados a fim de adquirirmos o objeto de estudo, que no caso é a verificação da vida do elemento.

##### **4.1 Análise da roda**

Conforme já apresentado anteriormente, a roda em estudo é fabricada em aço SAE 1015. Também vimos que a região com maiores magnitudes de tensões está no pé do flange do aro da roda, sendo assim uma região com maior probabilidade de ocorrência de trincas. Com isso o ponto a qual será realizada a análise pôde ser definido, e trata-se do ponto que apresentou as tensões como maiores magnitude na roda quando carregada apenas com a pressão devida a inflação do pneu. As tensões equivalentes desse ponto foram apresentadas nas figuras 45 a 50.

Utilizando-se dos valores limites de resistência à tração e de limites de fadiga calculados anteriormente e apresentados na Tabela 11, podemos estimar a curva S-N para o ponto analisados sobre a roda, utilizando a metodologia apresentada na seção anterior.

Com relação ao efeito do acabamento superficial sobre o limite de fadiga da peça, esta será incluída considerando-se o processo de fabricação da roda e o limite de resistência à tração estimados no item 3.4.3.1. Sabendo-se que o processo de fabricação da roda em estudo é o de conformação à frio, devemos procurar no diagrama da figura 64 o valor de  $k_a$  para material “usinado ou estirado a frio” e com uma resistência à tração igual 402 MPa e, assim, chegamos a um valor de 0,85 para o ponto analisado. Desta forma podemos gerar também a curva S-N corrigida quanto ao efeito de acabamento superficial. As duas curvas S-N, tanto a nominal quanto a corrigida são apresentadas na figura 65.



**Figura 65:** Curvas S-N Nominal e Corrigida para o Ponto em estudo (ponto pertencente à região do pé do flange)

Finalmente, uma análise referente às tensões média e alternada será realizada. Lembrando que estas são dependentes da região do componente em análise. Em conformidade com o procedimento apresentado na seção 3.5.1, é necessário definir as tensões atuantes nessa região da roda, em função da rotação da roda de forma a permitir a definição das tensões equivalentes média e alternada, a serem empregadas no cálculo de fadiga. Neste caso optou-se por não corrigir a curva segundo a tensão média e sim obtermos uma tensão alternada equivalente corrigida e verificarmos a vida do componente de acordo com ela.

Para tanto, utilizamos a relação de Gerber dada pela Equação 63, assim chegamos a:

$$\sigma_{acorr} = \frac{\sigma_{vMa}}{\left(1 - \left(\frac{\sigma_{vMm}}{S_u}\right)^2\right)} \quad (65)$$

Calculando esta tensão, podemos verificar o número de ciclos de carregamento necessários para haver a fadiga da roda com emprego da curva S-N corrigida.

A Tabela 12 apresenta os resultados obtidos com a simulação da roda para alguns valores de posição angular da roda em relação a um ponto zero arbitrário, e os valores calculada de tensões média e alternada para cada componente de tensão no ponto e tensões média e alternada equivalentes para o ponto em estudo.

**Tabela 12:** Resultados da análise à fadiga da roda em um ponto na região do pé do flange (Pressão de Inflação: 200kPa e carga vertical: 1200N)

Limite de resistência à tração ( $S_u$ ): 402 MPa							
Posição angular	Tensões componentes em MPa						Tensões equivalentes (von Mises)
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$	
0°	189,0	37,6	29,6	76,3	-13,4	-53,8	225,7
90°	116,7	26,1	15,8	51,7	-5,1	-26,5	139,6
180°	143,3	33,4	18,0	63,8	-7,7	-31,6	171,5
270°	141,2	30,2	23,0	58,8	-5,3	-34,5	165,0
$\sigma_{Max}$	189,0	37,6	29,6	76,3	-5,1	-26,5	
$\sigma_{Min}$	116,7	26,1	15,8	51,7	-13,4	-53,8	
$\sigma_m$	152,9	31,9	22,7	64,0	-9,3	-40,2	<b>182,2</b>
$\sigma_{alt}$	36,2	5,8	6,9	12,3	4,2	13,7	<b>44,2</b>
$\sigma_{acorr}$	<b>55,7</b>	MPa					

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 13, podemos verificar que a tensão alternada equivalente em um ponto no pé do flange do aro da roda tem uma magnitude de 55,7 MPa, que é inferior ao valor limite de fadiga corrigido do material nesta região da roda. Isso quer dizer que não é esperado o fenômeno da nucleação de trincas nesta região. Podemos ainda definir um coeficiente de segurança à fadiga para a roda que é representado pela relação entre a tensão limite de fadiga e a tensão alternada corrigida, para a região do pé do flange, esse coeficiente vale 1,98.

## 5. Conclusões e recomendações

Como pode ser visto ao longo deste trabalho, uma metodologia completa foi realizada a fim de se obter a curva S-N e, por conseguinte a vida de um determinado componente, no caso uma roda automotiva. Este componente ofereceu um grande desafio ao longo do estudo que serviu para abranger a metodologia utilizada para componentes menos complexos, tal desafio foi a natureza de seu carregamento, que é um carregamento estático que gera um carregamento dinâmico devido ao movimento de rotação da roda ao redor de seu eixo. Tal comportamento requer uma série de simulações numéricas, no caso com um programa que utiliza o método dos elementos finitos, considerando diferentes posições angulares do carregamento em relação a um ponto fixo arbitrário da roda.

Para o levantamento da vida do componente, foi levado em consideração que o mesmo viria a falhar devido ao fenômeno da fadiga. Para tanto, a cada simulação realizada, o que foi extraído de informação do programa foram os pontos mais solicitados e as componentes das tensões e deformação destes. Com esses dados foi possível, primeiramente, com a ajuda da teoria da resistência dos materiais, estimar o grau de trabalho a frio, que aparece devido à fabricação da roda em estudo, na região mais solicitada, cálculo esse realizado de forma segura, utilizando os valores de deformações na região estudada. Esta análise foi necessária para estimarmos o valor da tensão limite de fadiga apresentado na Figura 37, que prevê o valor da tensão do limite à fadiga em função do grau de trabalho a frio do componente. A partir dos valores de deformação obtemos também as tensões limites de resistência corrigidos, e com as componentes das tensões no elemento calculamos as tensões solicitantes equivalentes, necessárias para o levantamento da curva S-N do material em determinado ponto da roda assim como a vida do componente neste determinado ponto.

Neste trabalho, porém, não foi realizado um estudo mais a fundo quanto à otimização da geometria do componente, visando a redução do peso do mesmo. Para esta finalidade, poderíamos ter analisado mais pontos, a fim de analisar a vida em diferentes pontos da geometria da roda. No caso do presente trabalho, o ponto que foi analisado apresentou as maiores tensões, explicado por estar em uma região com grande variação de geometria. Mesmo assim, de acordo com o estudo feito neste

trabalho este ponto apresentou um coeficiente de segurança à fadiga no valor de 1,98. De acordo com a Tabela 7, esse valor está abaixo do valor do coeficiente de segurança da falha crítica do aço, que é o caso de fratura dúctil. Porém, não podemos dizer muito a respeito desse valor, uma vez que sua obtenção está ligada a muitos aspectos probabilísticos, além de que problemas com os resultados podem aparecer de acordo com o tipo de elemento utilizado. Ou seja, para uma análise de otimização de geometria visando a redução de massa, devemos, com a metodologia apresentada nesse trabalho, realizar uma série de simulações variando o tipo de elemento utilizado na discretização, levar em consideração aspectos probabilísticos existentes nos carregamentos reais.

### **5.3 Dificuldades encontradas**

Com relação às dificuldades encontradas, podemos dar maior atenção em duas delas: uma delas é quanto à modelagem da roda e a outra é quanto a determinação e implementação do carregamento no modelo. Nos dois processos o que mais pesou foi o aprendizado de técnicas específicas para utilização dos *softwares*. Pode-se dizer que cerca de 60% do tempo de execução de todo este trabalho foi despendido nestas duas atividades. Porém, uma vez adquiridas essas técnicas o trabalho se torna mais fluente, podendo se aproveitar mais o tempo de trabalho. Quanto à aplicação do carregamento no modelo o autor teve que criar um tipo de carregamento que se adequava ao conhecimento que este tinha no manuseio do programa, e para tanto várias simulações foram realizadas a fim de adequar o modelo de carregamento à realidade, o que foi muito dispendioso quanto ao tempo de trabalho. Com este trabalho e mais especificamente com essas dificuldades encontradas, fica comprovado que para uma análise numérica satisfatória não basta apenas saber utilizar o *software* de simulação, mas sim o que o programa está fazendo. Tendo isso em mente, existe uma maior segurança para a geração do modelo a ser simulado com os devidos tipos de elementos.

### **5.4 Propostas para trabalhos futuros**

Uma recomendação para a realização de trabalhos futuros seria a de aperfeiçoar a malha tanto como sua disposição no modelo quanto a uma parametrização da mesma a fim de se conhecer melhor a disposição dos nós no modelo. Isso facilitaria o estudo de otimização da geometria da roda, uma vez que se poderia mapear a malha do modelo

permitindo uma facilidade na modificação da geometria do mesmo. Assim outra sugestão seria a de analisar diversos pontos ao longo da geometria a fim de otimizá-la visando a redução do peso da roda. Para esta análise mais ampla, seria interessante a criação de algoritmos que possam ler os resultados das simulações e fazer os cálculos tanto de vida à fadiga como de coeficientes de segurança, reduzindo o trabalho do analista a possíveis modificações na geometria do componente.

### Referencias bibliográficas

[1] Vários autores – “Manual de Tecnologia Automotiva”, 25ª ed., Robert Bosch GmbH/SAE, Alemanha, 2005.

[2] Miyashiro, Silvio. Análise de tensão em rodas, São Paulo, 1991, Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

[3] Arcanjo Santana, Flávio. Análise de fadiga de rodas para veículos de transporte de carga, São Paulo, 2000, Tese de Mestrado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

[4] ANSYS TUTORIALS – Cornell University, disponível em: <http://instruct1.cit.cornell.edu/courses/ansys/> - acessado em 16/04/2007

[5] Unigraphics NX4, software para modelagem 3D. Unigraphics.

[6] Gillespie, T.D. “Fundamentals of vehicle dynamics”, New York, Society of Automotive Engineers (SAE), INC 1992.

[7] Bathe, K.J. “Finite Elements Procedure”, Simon & Schuster Company, New Jersey, 1996.

[8] Alves Filho, Avelino. “Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE”, Érica, São Paulo, 2005.

[9] Timoshenko, S.P.; Goodier, J.N. - "Teoria da Elasticidade" - Guanabara Dois - 3a. Edição, 1980

[10] FMK – Richtlinie: Rechnerischer Sicherheitsnachweis für Maschinenbauteile (Orientações FKM: Avaliação da segurança dos componentes utilizados na Engenharia) 3, Frankfurt, VDMA – Verlag, 1998.

[11] An Investigation of Stress and Displacement Distribution in a Aluminum Alloy Automobile Rim disponível em:  
<http://www.angelfire.com/oh4/psychfea/stearnsPHD.pdf> - acessado 08/10/2007

[12] Shigley, J. E.; MITCHELL, L. D. Mechanical Engineering Design. 3<sup>a</sup> ed., Tokyo, McGraw-Hill, 1983.

[13] JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. Fundamentals of Machine Component Design. 5<sup>th</sup> ed., New York, John Wiley & Sons, 1991.

[14] Patran®, *Software* de pré-processamento do FEM, MSC Software

[15] Nastran®, *Software* de processamento do FEM, MSC Software