DARIO ABILIO CRUZ

ANÁLISES PARA AVALIAÇÃO DE CONFORTO TÉRMICO EM CABINE DE AERONAVE : SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Trabalho de conclusão de curso apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

São Paulo
2008

DARIO ABILIO CRUZ

ANÁLISES PARA AVALIAÇÃO DE CONFORTO TÉRMICO EM CABINE DE AERONAVE : SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Trabalho de conclusão de curso
apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de
Engenheiro Mecânico.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Guenther Carlos Krieger
Filho

São Paulo
2008

FICHA CATALOGRÁFICA

Cruz, Dario Abilio
Análises para avaliação de conforto térmico em cabine de aeronave : simulação numérica / D.A. Cruz. – São Paulo, 2008. 62 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica

1.Dinâmica dos fluidos 2.Métodos numéricos (Simulação) 3.Interior de aeronaves I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t

Aos meus pais Vera e Valdemir, e aos meus irmãos Daiana e Douglas.

AGRADECIMENTOS

Ao meu professor orientador Guenther Carlos Krieger Filho pelo incentivo e ajuda na realização desse trabalho e toda atenção dispensada.

Ao meu professor ex-orientador Arlindo Tribess por integrar a banca, pelo incentivo e ajuda no projeto de iniciação científica e toda atenção dispensada.

Ao meu amigo Tales da EPUSP pelos “infinitos” finais de semana de trabalhos, estudos, provas e discussões.

A todos os meus colegas de turma por todos os trabalhos, estudos, provas e discussões.

À minha namorada Graziela Fregonez Baptista pela paciência, compreensão e incentivo.

Enfim, a todos que de alguma maneira ajudaram para que esse trabalho pudesse ser bem finalizado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

k	Energia cinética turbulenta
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
i,j,k	Indices que indicam as direções x, y, z
y^+	Admensional
t_{eq}	Temperatura equivalente do ambiente padrão
R	Troca de calor por radiação
C	Troca de calor por convecção
h_r	Coeficiente de transferência de calor por radiação
t_s	Temperatura da superfície
t_r	Temperatura radiante média
h_c	Coeficiente de transferência de calor por convecção
t_{ar}	Temperatura do ar ambiente
$\dot{Q}$	Troca de calor por radiação e convecção
h	Coeficiente de transferênca de calor por convecção e radiação
h_{cal}	Coeficiente de troca de calor calibrado
x,y,z	Direções das coordenadas cartesianas
ρg_i	Força de campo por unidade de volume na direção i
ρ	Densidade do fluido
U,V	Velocidades média nas direções x,y
∂	Derivada parcial
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
T	Temperatura local
β	Coeficiente da expansão térmica volumétrica
ν	Viscosidade cinemática do fluido
Gr	Número de Grashof
g_i	Gravidade na direção i
T_0	Temperatura de referência
l	Comprimento caracteristico
Gr*	Número de Grashof modificado

Nu_x	Número de Nusselt
q	Fluxo de calor
Ra	Número de Rayleigh
Δ	Variação
α	Difusividade de calor
Pr	Número de Prandtl
Ri	Número de Richardson
Re	Número de Reynolds
U_∞	Velocidade do escoamento ao longe
δ	Espessura da camada limite
$\overline{u_i u_j}$	Termo da tensão de cisalhamento devido a turbulência
$\overline{u_i T'}$	Termo do transporte de calor turbulento
G_k	Geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade
u*	Velocidade em um dado instante
u	Flutuação da velocidade
t	Tempo
p	Pressão hidrostática
p*	Pressão instantânea
dt	Periodo de flutuação
δ_{ij}	Delta de Kronecker
C_μ	Constante ou função do número de Reynolds
P_k	Taxa de produção da tensão turbulenta
Re_t	Número de Reynolds turblento local
Re_y	Número de Reynolds turblento
μ_t	Viscosidade dinâmica turbulenta do fluido
σ_k	Número de Prandtl turbuento ara k
G_b	Geração de energia cinética devido ao empuxo
Pr_t	Número de Prandtl turbulento
Y_M	Dissipação devido a dilatação do fluido
S_k , S_ε	Termos fontes
$C_{1\varepsilon}$	Constante empírica

$C_{2\varepsilon}$	Constante empírica
$C_{3\varepsilon}$	Constante empírica
S	Taxa de deformação do tensor principal
σ_{ε}	Número de Prandtl turbulento para ε
C_1	Constante
C_2	Constante
A_0	Constante do modelo da viscosidade turbulenta
A_s	Função de ângulo de fase
Ω_{ij}	Tensor da taxa de rotação
ω_k	Velocidade angular
u_{τ}	Velocidade devido ao cisalhamento
u_{ε}	Velocidade de Kolmogorov
H	Comprimento característico
$\vec{u}$	Vetor velocidade
u_i	Velocidade na direção i
x_i	Coordenada cartesiana na direção i
u'_i	Velocidade instantânea na direção i
u'_j	Velocidade instantânea na direção j
u_p^+	Velocidade adimensional no cálculo do ponto mais próximo à parede
T_p^+	Teperatura adimensional no cálculo do ponto mais próximo à parede
y	Distância normal da parede ao centro dos elementos
λ_{ε}	Função de unificação
C_l*	Constante
Γ	Fator de unificação
Φ	Função de dissipação
a,b	Constantes
γ	Representa a influência dos gradientes de efeitos térmicos
c_p	Calor específico a pressão constante
y_s^+	Distância em que o declive da lei logaritmica permanece fixo
τ_0	Tensão de cisalhamento na parede
R	Constante universal dos gases
M_W	Massa molar do gás

Ω'	Ângulo sólido

LISTA DE ABREVIATURAS

CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
HVAC	Heat Ventilation and Air Conditioning
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
RSM	Reynolds Stress Model
SST	Shear Stress Transport
PIV	Particle Image Velocimetry
ISO	International Organization for Standartization
SST	Shear Stress Transport
LES	Large Eddy Simulation
RNG	Renormalization Group

RESUMO

Condições adequadas de conforto térmico em cabines apresentam importante diferencial de competitividade na indústria automotiva e, em particular, na indústria aeronáutica. Adicionalmente, o desenvolvimento de ferramentas computacionais de análise permite redução de tempo e custos de projeto, com obtenção de novos produtos com preços mais competitivos. Assim, neste trabalho, é discutido o modelo k-ε padrão que, de acordo com a literatura é o mais indicado para a simulação de ambientes como a cabine de aeronave e através de simulações numéricas no software de CFD FLUENT Inc são feitas algumas análises para avaliação de conforto térmico em cabine de aeronave. É apresentado também o modelo k-ε para número de Reynolds baixo como uma possibilidade de obtenção de resultados numéricos mais confiáveis. As simulações são realizadas para a cabine com três fileiras de poltronas e para a versão simétrica da cabine.

ABSTRACT

Conditions suitable for thermal comfort in cabins have important gap of competitiveness in the automotive industry, and particularly in the aeronautics industry. Additionally, the development of computational tools for analysis allows reduction of time and cost of project, to obtain new products with more competitive prices. Thus, in this work, the standard k-ε model is discussed, according to the literature is the most suitable for the simulation of environments such as aircraft cabin and through numerical simulations in FLUENT CFD software, Inc. are made some analyses to evaluate thermal comfort in the aircraft cabin. It also presented the model for low-Reynolds-number as a possibility of obtaining numerical results more reliable. The simulations are carried out to the cabin with three rows of seats and the symmetrical version of cabin.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

Os seres humanos têm necessidades que, dispostas hierarquicamente, apresentam na sua base as necessidades fisiológicas. Quando essas necessidades começam a ser atendidas, o homem deixa de se preocupar com elas e passa a se preocupar com os níveis hierárquicos superiores, que se tornam importantes, e estes motivam e determinam o comportamento do indivíduo. Quando tais necessidades são, até certo ponto, atendidas, outras emergem, e assim por diante, até que o homem percorra toda a hierarquia de necessidades. No alto desta pirâmide está a auto-realização. Quando o indivíduo a atingir, significa que todas as necessidades inferiores já foram atendidas. Um homem auto-realizado está motivado para o trabalho e o executa com satisfação. Para atingir a satisfação a necessidade do conforto térmico deve estar satisfeita, dentre outras necessidades.

Visando atender a essa necessidade foram desenvolvidas técnicas para melhoria do conforto térmico humano, definido pela norma ASHRAE 55:2004 como sendo "um estado de espírito que reflete satisfação com o ambiente térmico que envolve a pessoa".

Nesse sentido, condições adequadas de conforto térmico em cabines apresentam importante diferencial de competitividade na indústria automotiva e, em particular, na indústria aeronáutica. Adicionalmente, o desenvolvimento de ferramentas computacionais de análise permite redução de tempo e custos de projeto, com obtenção de novos produtos com preços mais competitivos.

Em função da acirrada concorrência na indústria aeronáutica, existe pouca (quase nenhuma) informação na literatura aberta quanto a modelos de avaliação de condições de conforto térmico em cabines de aeronaves.

1.2. Objetivos do Trabalho

Esse trabalho tem por objetivo analisar os modelos de turbulência k-ε padrão e realizável e de baixo Reynolds e os modelamentos junto a parede desses modelos de turbulência. São realizadas simulações numéricas do escoamento do ar em cabine de aeronave, com três fileiras de poltronas, com insuflamento de ar por seis entradas, três próximas à fuselagem superior e outras três próximas à “janela”, com retorno por uma grelha próxima ao pé do passageiro da janela (Figura 1). Inicialmente são feitas simulações para a mesma geometria de cabine com apenas uma fileira de poltrona e simétrica, com insuflamento por duas entradas, uma próxima à fuselagem superior e outra próxima à “janela”, com retorno por uma grelha próximo ao pé do passageiro da janela, e avaliar a influência das malhas (análise de independência de malhas) no escoamento. Na Figura 2, têm-se as superfícies da geometria da cabine que será simulada, com indicação das entradas e retorno do ar.

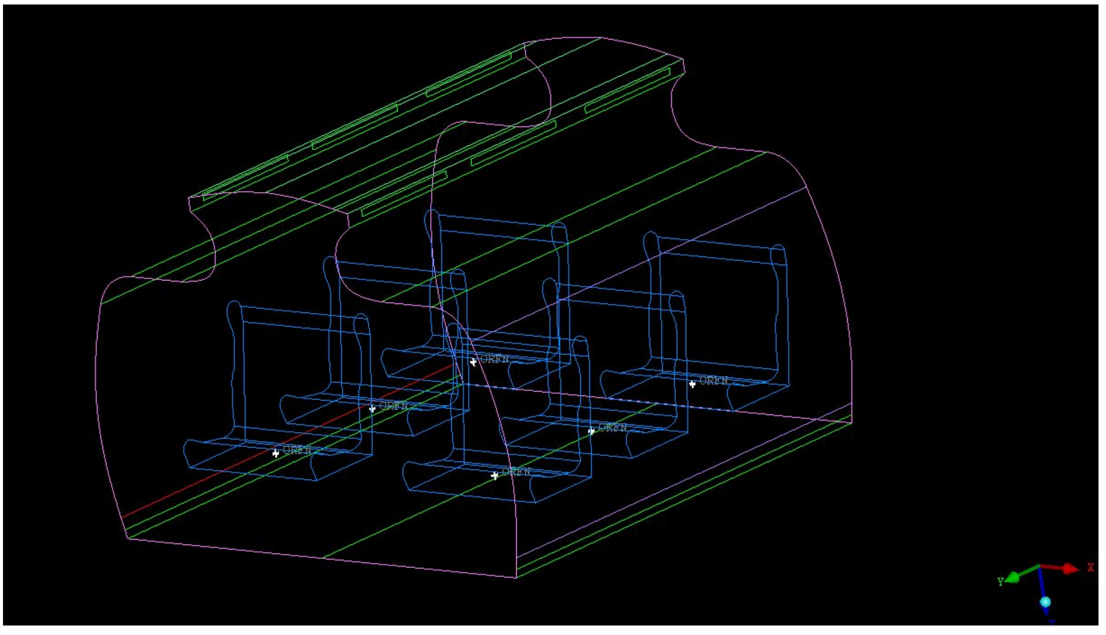

Figura 1: Geometria utilizada na simulação

A geometria simulada é composta dos elementos principais da cabine de aeronave do modelo correspondente, em que algumas superfícies e sua função são descritas na Tabela 1:

Tabela 1-Superfícies da geometria em estudo e suas funções

Cor da Superfície	**Descrição da função**
Verdes superiores	Entrada de ar
Verde inferiore	Saída de ar
Azuis	Poltronas

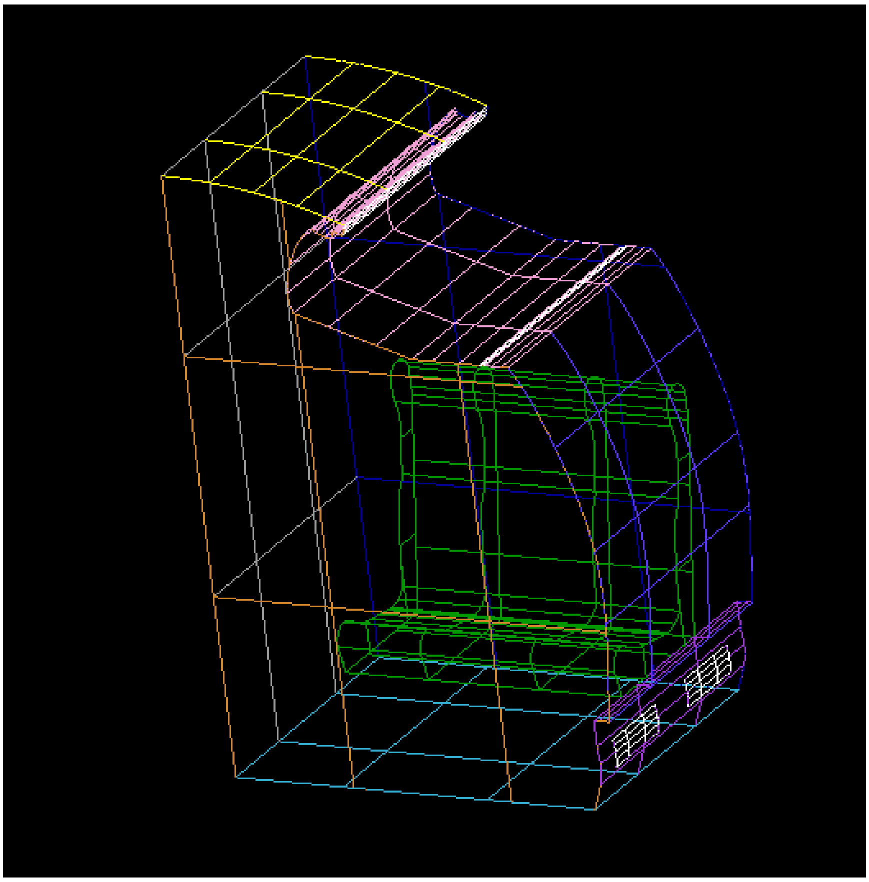

Figura 2: Superfícies da geometria simétrica utilizada na simulação

Foi estudada também a geometria da cabine considerando suas simetrias. Isto é esquematizado na Figura 2 e Tabela 2.

Tabela 2-Superfícies da geometria simétrica em estudo e suas funções

Cor da Superfície	**Descrição da função**
Brancas superiores	Entrada de ar
Brancas inferiores	Saída de ar
Cinza	Simetria
Laranja e azul escuro	Periódicas

Para avaliar o escoamento as demais superfícies são simuladas como parede.

1.3. Revisão Bibliográfica e de Material Técnico

Seo (2001) faz um estudo numérico dos efeitos de empuxo nos fluxos convectivos usando o modelo de k-ε padrão e o modelo k-ε para número de Reynolds baixo, que não emprega funções de parede. É feito um estudo da disposição da malha e de independência de malha. Um ajuste para cada caso é realizado, de tal modo a não ter um ponto da malha na subcamada viscosa, onde o y^+ é menor que 13 para o ar. Para o modelo de k-ε padrão, se o primeiro ponto junto à parede está na subcamada viscosa, os cálculos numéricos tendem a sobreestimar os valores das quantidades na região da subcamada viscosa e subestimar na região logarítmica. Resultados sem e com efeitos do empuxo para os dois modelos são comparados com dados experimentais e dados da simulação numérica direta (DNS).

Nilsson (2004) descreve a teoria de conforto térmico humano e avaliação utilizando manequins térmicos e numéricos, mostrando vantagens e desvantagens do método da temperatura equivalente com a utilização desses manequins. Apresenta métodos para estudos experimentais de assentos comuns e ventilados. Utilizando três manequins, dois reais e um virtual, Nilsson realiza o estudo de três casos: câmara climatizada, ambiente de escritório e cabine de um veículo, obtendo boa concordância entre os dados experimentais e numéricos. A simulação foi realizada com um modelo de turbulência de zero equação, não explicitado pelo autor.

Pustelnik (2005) realiza a simulação do escoamento do ar em ambiente com insuflamento pelo piso, do laboratório de conforto térmico da EPUSP, utilizando ferramentas CFD (FLUENT e ICEM CFD). As simulações são feitas com diferentes condições de insuflamento de ar pelo piso, e como parâmetro de comparação para validação utiliza-se dos dados experimentais dos campos de velocidade e temperatura. Um dos objetivos do trabalho é a comparação do desempenho entre os diversos modelos de turbulência presentes no Fluent. Observou boas concordâncias quando os modelos k-ε padrão e dos tensores de Reynolds (RSM – "Reynolds Stress Model") são utilizados; especialmente o último, que demanda um tempo de simulação quase três vezes superior aos demais para atingir a convergência.

Também utilizando técnicas de CFD, Tribess et al. (2005) realizaram a simulação numérica do resfriamento de componentes eletrônicos em um compartimento de aeronave, onde foram estudados os efeitos da geração de calor volumétrica e superficial pelos equipamentos. Foram geradas malhas tetraédricas e o software Fluent foi utilizado na resolução das equações. Concluiu-se que a geração superficial é a melhor alternativa quando somente o escoamento no interior do compartimento for de interesse. A abordagem utilizando geração de calor volumétrica é mais adequada se a preocupação for com relação a aspectos de segurança (temperaturas simuladas maiores).

O artigo que melhor aborda a questão da simulação numérica (com avaliação experimental) em cabines de aeronaves é o de Pennecot et al. (2004), que apresentam resultado de estudo comparativo do escoamento em uma parte da fuselagem de um Airbus 380, utilizando simulação numérica e medidas de velocidade com técnica PIV (*particle image velocimetry*). Nas simulações foi utilizado o software comercial StarCD. Foram realizadas simulações com diferentes tipos de malhas e modelos de turbulência. Resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais. As simulações de Pennecot et al. (2004) mostraram que, para uma descrição correta do escoamento na cabine, é de fundamental importância ter-se especial cuidado ao se considerar as condições de fluxo nos difusores de insuflamento do ar na cabine.

Recentemente, em abril de 2006, foi concluído projeto PICTA Embraer/Fapesp "Advanced applications of computational fluid dynamics to high performance aircraft (Processo 2000/13768-4)", e em um dos sub-projetos da fase 2, "Thermal comfort", foi desenvolvido modelo numérico para avaliação de condições de conforto térmico. O modelo numérico desenvolvido é baseado nas trocas de calor entre manequins digitais e o ar da cabine (sem incluir o modelo termorregulador). Naquele estudo foi utilizada geometria de aeronave de domínio público (Figura 3). Inicialmente, foram realizados estudos do escoamento do ar considerando quatro manequins simples, não digitais (*sticks*). Foi realizado estudo de independência de malha e de sensibilidade considerando diferentes modelos de turbulência.

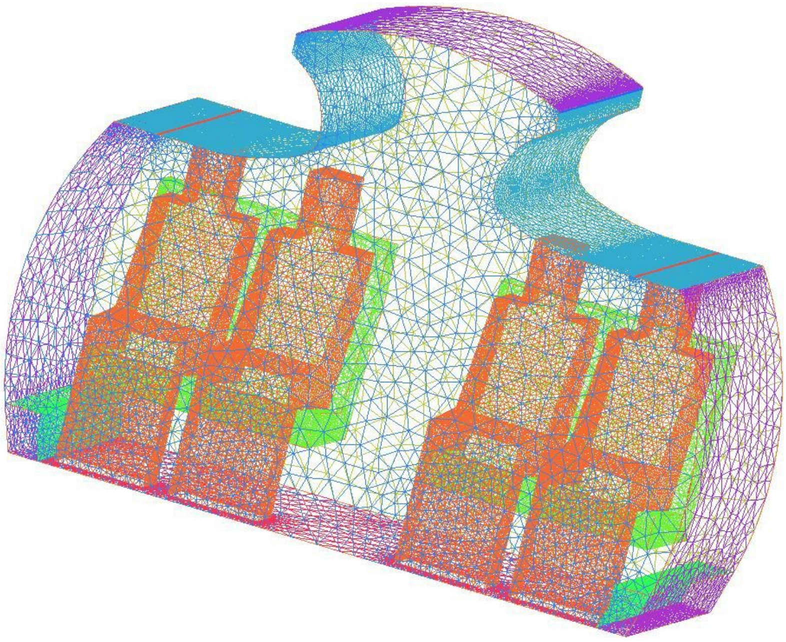

Figura 3: Cabine com malha tetraédrica e manequins tipo *stick*

Em seguida, foi realizado estudo de construção e calibração de manequim digital (Figura 4). Inicialmente foi construído um manequim digital, apresentado por Nilsson (2004), de forma cúbica e com o tamanho, número de zonas e áreas de troca de calor o mais próximo possível do manequim utilizado por Nilsson (2004) no procedimento experimental de obtenção de coeficientes globais de troca de calor (calibração).

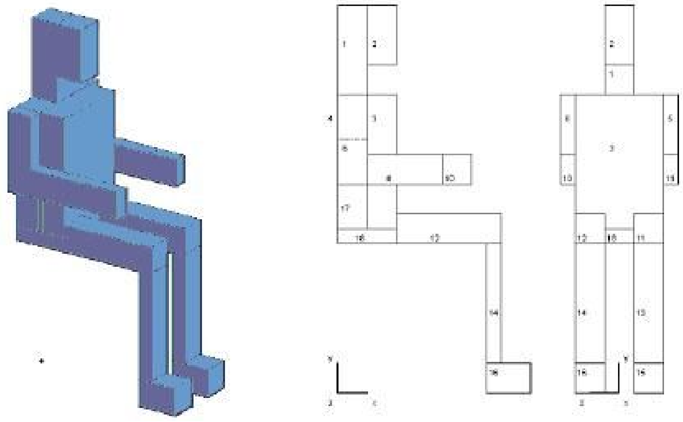

Figura 4: Manequim digital com 18 zonas (Nilsson, 2004)

Este manequim foi construído no computador (Figura 5), considerando dimensões do ambiente utilizado por Nilsson (2004) no processo de calibração para aplicação do conceito de temperatura equivalente[1]. Foram geradas malhas e realizado estudo de independência de malha na comparação de resultados numéricos e experimentais de coeficientes de troca de calor.

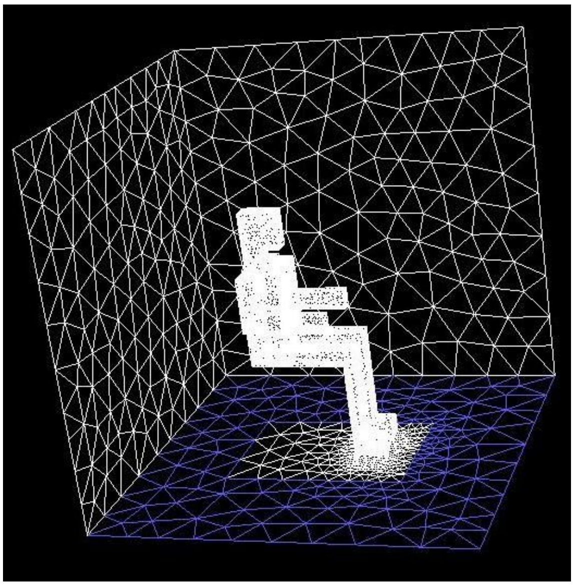

Figura 5: Manequim no ambiente de calibração

Uma vez realizado o estudo de calibração do manequim, este foi introduzido na cabine (Figura 6) e realizados novamente estudos de independência de malha para obtenção de temperaturas equivalentes no ambiente "real" (cabine).

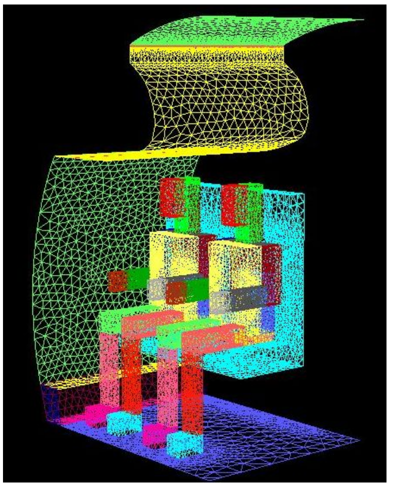

Figura 6: Manequins na cabine simétrica

A partir da determinação de temperaturas equivalentes nos diversos segmentos do manequim (procedimento descrito a seguir) e da comparação destes resultados com aqueles de diagramas de sensação térmica, foram avaliadas condições de conforto térmico. Verifica-se no procedimento descrito anteriormente, que o processo desenvolvido ressente-se de valores experimentais obtidos sem e com a avaliação de pessoas.

Diferentemente dos procedimentos experimentais para avaliação de conforto térmico, a metodologia computacional ainda se encontra em fase de desenvolvimento (Pustelnik e Tribess, 2002; Tanabe, 2004; Pustelnik, 2005; Nilsson, 2004). Basicamente, busca-se representar com modelos computacionais tanto o escoamento do ar como o comportamento do corpo humano em resposta a variações de condições térmicas de um ambiente e/ou corpo.

Para ambientes não homogêneos, onde diferentes partes do corpo experimentam diferentes condições térmicas, o conceito de conforto térmico mais amplamente utilizado (Gameiro da Silva, 2002; Hosni et al., 2003a; Nilsson, 2004) é o de temperatura equivalente (t_{eq}), definida como sendo a temperatura uniforme de um ambiente imaginário com velocidade do ar igual a zero, no qual a pessoa troca a mesma quantidade de calor sensível, por radiação e convecção, que no ambiente real. O manequim virtual possibilitará a determinação da temperatura equivalente para diferentes geometrias de cabine e condições térmicas. O manequim deverá ser calibrado pela simulação de uma câmara com as características previstas na norma ISO 14505-2 (2004) de determinação de temperatura equivalente.

A determinação de t_{eq} é baseada na transferência de calor por convecção e radiação para manequins com vestimentas padrão. A transferência de calor por condução é assumida como sendo pequena e a perda de calor por evaporação de suor não é considerada já que em condições normais de uso do veículo/cabine de aeronave (atividade leve) a quantidade de suor é pequena. Assim, as trocas de calor se limitam às trocas de calor por radiação R e por convecção C , dadas pelas equações 1 e 2:

$$R = h_r (t_s - \bar{t}_r) \tag{1}$$

$$C = h_c (t_s - t_{ar}) , \tag{2}$$

em que,

h_r é o coeficiente de transferência de calor por radiação, h_c é o coeficiente de transferência de calor por condução, t_s é a temperatura da superfície, $\bar{t}_r$ é a temperatura radiante média e t_{ar} é a temperatura do ar ambiente.

Estas trocas de calor por convecção e radiação ocorrem simultaneamente. Assim, a temperatura equivalente, t_{eq}, definida pela norma é função das trocas de calor por convecção e radiação e é dada por:

$$t_{eq} = t_s - \frac{\dot{Q}}{h} \tag{3}$$

em que,

$$\dot{Q} = R + C \tag{4}$$

e $\dot{Q}$ é a troca de calor por radiação e convecção, t_{eq} é a temperatura do ambiente padrão, t_s é a temperatura da superfície, h é o coeficiente de transferência de calor combinado, devido a convecção e radiação.

1.4. O Uso de CFD

O grande avanço da capacidade de processamento e armazenamento de dados que os computadores obtiveram nas últimas décadas permitiu uma grande difusão das técnicas de CFD, tanto nas universidades como nas indústrias. Em ambos os casos o objetivo é a pesquisa e o desenvolvimento de produtos ou processos em que o escoamento de um ou mais fluidos está envolvido.

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995), as principais vantagens da simulação numérica em relação à construção de protótipos são:

- Redução substancial de tempo e custo de novos projetos;
- Habilidade de estudar sistemas nos quais experimentos controlados são difíceis ou impossíveis de se realizar (por exemplo, sistemas de grande porte);
- Obter as condições de ótimo desempenho no projeto;
- Habilidade de estudar sistemas sob condições perigosas e além das condições limites de desempenho (por exemplo, acidentes e estudos de segurança);
- Nível de detalhes dos resultados praticamente ilimitado e;
- Como item de importância extremamente significativa, pode-se citar a inovação, ou seja, a geração de novas idéias que podem ser transpostas para outros desenvolvimentos.

Porém, mesmo com todas essas vantagens, a simulação utilizando CFD não substitui os dados experimentais, pois são com esses últimos que as simulações são validadas e somente a partir da validação que resultados de simulações de alterações em relação ao modelo original podem ser considerados consistentes.

Além disso, é necessária mão-de-obra especializada (engenheiros ou técnicos experientes) para operar os softwares de CFD. Isso porque geralmente esses softwares são de fácil domínio da interface gráfica, e de algoritmos bem robustos, o que pode levar o usuário despreparado a obter soluções falsas e que não seja capaz de identificar.

1.4.1. Etapas de uma análise de CFD

Um estudo utilizando CFD consiste basicamente de quatro etapas detalhadas a seguir: construção da geometria, geração de malha, processamento e pós-processamento.

- Construção das geometrias: etapa extremamente trabalhosa, consiste em construir, em um software adequado, a geometria do domínio a ser simulado, no caso a cabine de aeronave e, posteriormente, o manequim numérico. Vale ressaltar que já nessa etapa são empregadas algumas hipóteses simplificadoras, pois nem todos os componentes do domínio são desenhados exatamente como são.

- Geração das malhas: uma das etapas mais importantes em uma análise CFD, a geração da malha consiste em discretizar a geometria construída na etapa anterior em vários elementos volumétricos para que a utilização do método dos volumes finitos pelo *solver* seja possível.
- Processamento: etapa principal, a análise propriamente dita, é a resolução das equações de conservação das quantidades físicas e energia por um software de CFD apropriado. É nessa etapa que são inseridas as condições de contorno no modelo e tem-se como resultado as variáveis desejadas.
- Pós-processamento: nessa etapa os resultados provenientes da etapa anterior são analisados. Nessa fase são identificados problemas relacionados a todas as etapas anteriores, como inconsistências na geometria, baixo nível de refinamento da malha em regiões de grandes gradientes, ou ainda erros na determinação das condições de contorno. Encontrados os problemas, volta-se ao passo referente, corrige-se e a análise é reiniciada.

Dessa forma a espiral de projeto para as análises e conseqüentemente para o trabalho inteiro fica da seguinte forma (Figura 7):

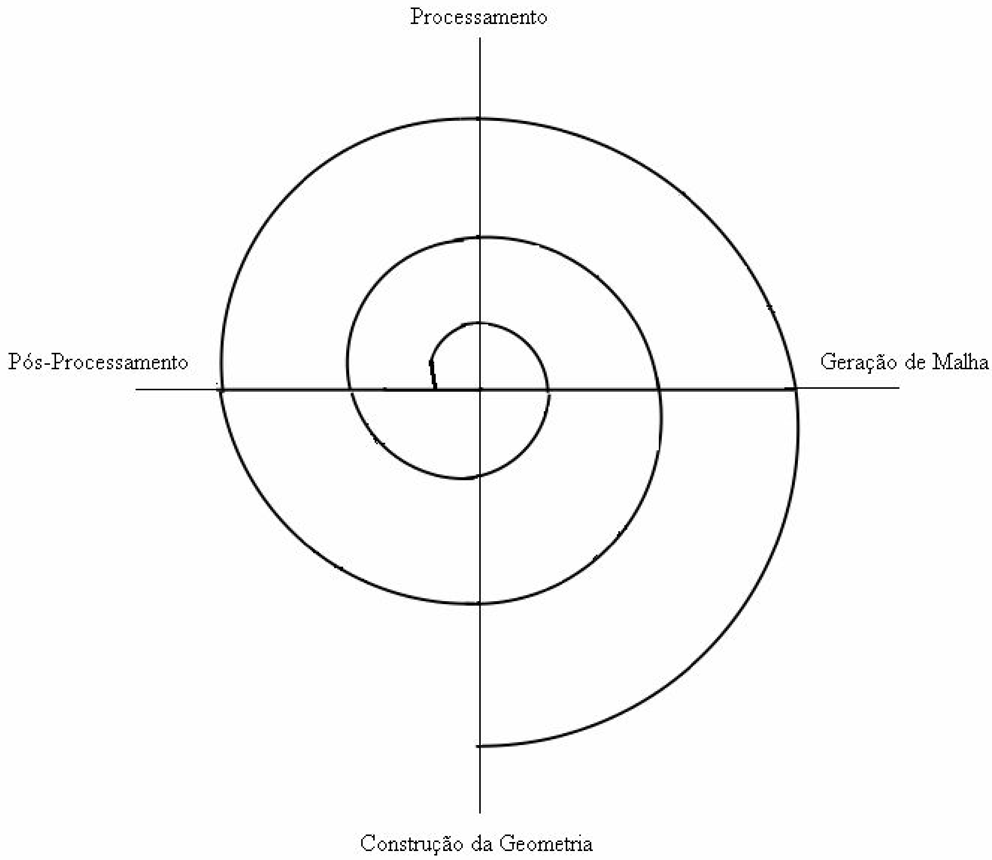

Figura 7: Espiral de projeto

CAPÍTULO 2

DISCUSSÃO DO EMPUXO

2.1. O Empuxo no Escoamento

2.2.1. Introdução

A “flutuação do escoamento” (empuxo) é causada pela gravidade. Empuxo é a força motriz para o mecanismo da convecção natural. Por isso, quando o efeito da temperatura sobre a densidade de um fluido é levado em conta, as partes menos densas do fluido aquecido tem um escoamento ascendente e as mais densas tem um escoamento descendente em relação a uma referência no estado de equilíbrio. A maior parte dos empuxos nos fluidos são freqüentemente encontrados na refrigeração eletrônica, sistemas de climatização e incêndios de larga escala.

Muitos pesquisadores têm realizado estudos sobre escoamento em diversas geometrias. Neste capítulo do trabalho são discutidos a camada limite laminar, a região de transição e o escoamento turbulento com relação ao empuxo.

2.2. Empuxo, a camada limite laminar do escoamento

Para o escoamento na camada limite laminar, no qual a gravidade está no sentido negativo de x, a força de campo por unidade de volume é ρg_x. Com a força de campo gravitacional atuando, a equação da quantidade de movimento no estado padrão para a camada limite laminar pode ser escrita como segue,

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial U}{\partial y}\right) - \rho g_x \tag{5}$$

O termo do gradiente de pressão pode ser definido pela pressão fora da camada limite, onde a pressão hidrostática pode ser aplicada, e é dada pela equação

$$\partial P / \partial x = -\rho_0 g_x \tag{6}$$

e a equação da quantidade de movimento torna-se

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial U}{\partial y}\right) - g_x\left(\rho - \rho_0\right) \tag{7}$$

Se a densidade é uma função da pressão e temperatura, a densidade pode ser escrita usando a expansão da série de Taylor como segue

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P (T - T_0) + \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_T (P - P_0) + \ldots \tag{8}$$

O termo devido variação de pressão e os termos de ordem superior são omitidos e a densidade fica apenas como função da variação da temperatura

$$\rho_0 - \rho = \beta(T - T_0) \tag{9}$$

em que,

$$\beta = -(\partial\rho / \partial T)_P \tag{10}$$

é o coeficiente da expansão térmica volumétrica, ρ_0 e T_0 são a densidade e a temperatura de referência (ambiente que estaria a uma temperatura uniforme e por isso não haveria convecção).

Assim a equação da quantidade de movimento para a convecção natural pode ser escrita como segue

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial y}\right) + g_x\beta(T - T_0) \tag{11}$$

Na convecção natural, alguns parâmetros adimensionais são introduzidos para caracterizar o empuxo do fluido. Um dos parâmetros adimensionais mais importantes é o número de Grashof que é freqüentemente interpretado como o parâmetro que descreve a razão de empuxo para as forças viscosas,

$$Gr = \frac{g\beta(T_W - T_\infty)l^3}{\nu^2}, \tag{12}$$

em que l é o comprimento característico. O número de Grashof é independente da velocidade e é algumas vezes escrito na seguinte forma modificada para ser Express como função do fluxo de calor na parede

$$Gr^* = Gr_x Nu_x = \frac{g\beta}{k\nu^2} q l^4 \tag{13}$$

Outro parâmetro, o número de Rayleigh, pode ser usado para contabilizar os saldos da energia e da quantidade de movimento

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T l^3}{\nu\alpha} = Gr \Pr \tag{14}$$

Este número de Rayleigh para a convecção natural é o oposto do número de Reynolds para a convecção forçada. Para a convecção natural, sabe-se que a transição da camada laminar para a turbulenta ocorre na posição em que $Ra \sim 10^9$, independentemente do valor do número de Prandtl. Este critério de transição universal pode ser suportado por muitas evidências experimentais.

Quando é considerada convecção natural e forçada, o número de Richardson pode ser definido como a contabilização da razão do empuxo para a variação na quantidade de movimento,

$$Ri = \frac{g\beta\Delta Tl}{U_\infty^2} = \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2}, \tag{15}$$

em que,

$$\mathrm{Re} = \frac{U_\infty l}{\nu} \tag{16}$$

é o número de Reynolds e U_∞, a velocidade do escoamento ao longe. Sabe-se que se o número de Richardson for bem menor que 1 para escoamento externo, os efeitos do empuxo podem ser desconsiderados. No entanto, a função do número de Richardson na separação do escoamento não tem sido estudada por muitos pesquisadores.

A transferência de calor pela combinação da convecção natural e forçada acopladas com a condução térmica e a recirculação do fluido tornou-se importante nos últimos anos, tanto na área acadêmica quanto na indústria.

Na convecção natural, no perfil de velocidade, ocorre pico de valores próximo a parede enquanto na convecção forçada o perfil de velocidade é parabólico e tem velocidade máxima nos locais mais afastados das paredes. Para a convecção natural, assume-se a seguinte forma para os perfis de velocidade e temperatura, admitindo por hipótese que a quantidade de movimento e a camada limite térmica tem mesma espessura,

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{y}{\delta}\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \tag{17}$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad . \tag{18}$$

Devido ao empuxo, a quantidade de calor transferida pelo fluido pode ser expressa em função do número de Grashof e pelo número de Prandtl ($\Pr$), dada por uma correlação, que é o número de Nusselt local como função de $\Pr$ e Gr_x ,

$$Nu_x = \frac{3}{4}\left[\frac{2\Pr}{5\left(1 + 2\Pr^{1/2} + 2\Pr\right)}\right]^{1/4}\left(Gr_x \Pr\right)^{1/4} \tag{19}$$

A equação de correlação para a constante de troca de calor do escoamento no regime laminar, dado pelo número de Nusselt que é função explicita do fluxo de calor q é

$$Nu_x = \left[\frac{\Pr}{4 + 9\Pr^{1/2} + 10\Pr}\right]^{1/5}\left(Gr_x^* \Pr\right)^{1/5} \tag{20}$$

Observar a equação (13).

Na comparação das equações (19) e (20) foi obtido que o número de Nusselt da equação (20) é cerca de 15% mais alto na camada limite laminar para a convecção natural.

2.3. Empuxo, escoamento turbulento

As equações de Navier-Stokes para o número médio de Reynolds e a equação da energia contêm dois novos termos, $\overline{u_i u_j}$ e $\overline{u_i T'}$ que representam o transporte da quantidade de movimento turbulenta e o transporte do calor turbulento, respectivamente. Estes dois termos precisam ser modelados a fim de ter um conjunto de equações que representem esse fluxo turbulento.

Em analogia direta ao transporte de quantidade de movimento turbulenta, assume-se que o transporte de calor turbulento está relacionado ao gradiente de temperatura,

$$-\overline{u_j T'} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{21}$$

em que α_t é a difusividade de calor turbulento. Esta difusividade pode ser modelada pela analogia entre o transporte de calor e da quantidade de movimento,

$$\alpha_t = \frac{\nu_t}{\Pr_t} \tag{22}$$

em que ν_t e $\Pr_t$ são a difusividade de ε e o número de Prandtl turbulento, respectivamente. Pode-se notar que essas duas propriedades não são propriedades do fluido, mas dependem do estado da turbulência. A energia cinética turbulenta e a dissipação da equação de transporte para o empuxo contém o termo de produção/destruição de empuxo, G_b, que pode ser escrito como segue,

$$G_b = -g_x \beta \overline{u_i T'} \tag{23}$$

Substituindo as equações 21 e 22**,** a equação 23 pode ser escrita como segue

$$G_b = -g_x \beta \frac{\nu_t}{\Pr_t} \frac{\partial T}{\partial y} \tag{24}$$

O termo de produção/destruição da variação do empuxo representa a troca entre a energia potencial e a energia cinética turbulenta e pode ser definido como um sumidouro de energia cinética se for negativo e como uma fonte se for positivo. Esse termo de produção/destruição é adicionado nas equações de k e ε para levar em consideração o escoamento devido ao empuxo causado pela turbulência. Um conjunto das equações de Navier-Stokes e de transporte turbulento serão discutidas no próximo capítulo.

A variação dos perfis da velocidade e temperatura turbulentas é similar aos assumidos para o fluxo laminar da convecção natural.

$$\frac{U}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^4 \tag{25}$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = 1 - \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \tag{26}$$

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1. Introdução

Ao analisar locais em que ocorre a separação de escoamento, equações mais complexas que regem tal movimento devem ser resolvidas em comparação com aquelas que descrevem o escoamento sem separação. A separação do escoamento pode ocorrer por diferença de pressão sem a mudança súbita de geometria, mas a separação normalmente ocorre devido à mudança de escoamento imposta pela geometria. Por exemplo, no escoamento incidente na poltrona, ocorre separação deste com relação à parte que está atrás da poltrona. Uma das principais diferenças entre a separação ou não do escoamento é no perfil de velocidade. Quando não ocorre a separação a velocidade tem um perfil monotônico e podem ser feitas hipóteses razoáveis aplicáveis para simulação numérica.

Casos de separação de escoamento podem ser observados em muitas aplicações da engenharia, como a súbita expansão de um tubo ou parede e em várias regiões da cabine. Nesse estudo foi utilizado o modelo k-ε como método numérico, é citado também a possibilidade da utilização do modelo numérico para número de Reynolds baixo.

3.2. CFD – Introdução

O capítulo contém a apresentação de alguns dos conceitos teóricos envolvidos no desenvolvimento do projeto e explicitadas algumas das equações que são resolvidas pelo solver Fluent. O programa utiliza o Método dos Volumes Finitos, que é um método de resolução de equações a derivadas parciais, baseado na resolução de balanços de massa, energia e quantidade de movimento a um determinado volume de meio contínuo. Este método evoluiu das diferenças finitas, outro método de resolução de equações diferenciais, e garante que, em cada volume discretizado, a propriedade em questão (por exemplo, a massa) obedece à lei da conservação.

3.3. Equações de Transporte

A turbulência tem como características ser tridimensional, a aleatoriedade, a difusividade e a dissipação. A Figura 8 mostra a variação da velocidade turbulenta no tempo.

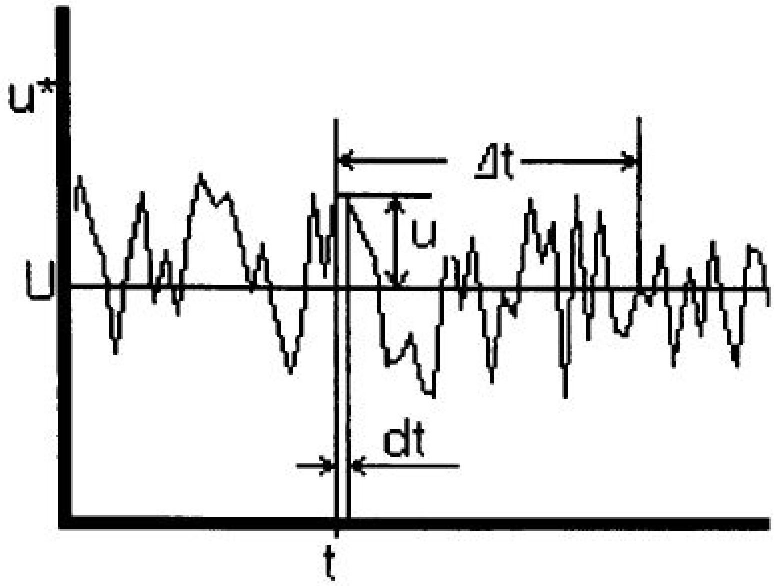

Figura 8: Componente da velocidade turbulenta instantânea com relação ao tempo

Na Figura 8 a velocidade em um dado instante pode ser dada como a soma da velocidade média com a flutuação da velocidade:

$$u^{*} = U + u \tag{27}$$

em que U é a velocidade média e u a flutuação da velocidade.

Para ρ e μ constantes, as equações de Navier-Stokes podem ser expressa como seguem.

Equação da continuidade

$$\frac{\partial u_i^{*}}{\partial x_i} = 0 \tag{28}$$

Equação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial u_i^{*}}{\partial t} + u_j^{*}\frac{\partial u_i^{*}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}^{*}}{\partial x_\mathrm{i}} + \frac{\partial}{\partial x_\mathrm{j}}\left\{\nu\left(\frac{\partial u_i^{*}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{*}}{\partial x_i}\right)\right\} + g_x\beta\left(T - T_0\right) \tag{29}$$

em que

$$p^{*} = P + p \tag{30}$$

é a pressão instantânea.

Em aplicações da engenharia, no entanto, uma aproximação mais prática para descrever o escoamento turbulento seria modelar a quantidade média da turbulência nas equações de transporte. Usando uma média do número de Reynolds para um pequeno intervalo de tempo Δt, que é pequeno, mas ainda bem maior que qualquer período da flutuação, dt, as equações que governam a velocidade em u podem ser arranjada como segue.

Equação da continuidade

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{31}$$

Equação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right\} + g_x \beta (T - T_0) \tag{32}$$

Na equação (32), o termo $\overline{u_i u_j}$ resulta da operação de média no termo advectivo e é conhecido como termo do “Reynolds Stress” ou o termo da tensão de cisalhamento devido à turbulência. O termo do “Reynolds Stress” torna o sistema de equações aberto. Entretanto o termo da tensão de cisalhamento devido à turbulência tem que ser modelado em termos de quantidades conhecidas com o objetivo de “fechar” este conjunto de equações para a turbulência.

Muitos modelos têm sido introduzidos para modelar o termo desconhecido do “Reynolds Stress” como o modelo da equação-zero ou o modelo de primeira ordem:

Modelo da viscosidade turbulenta de Boussinesq $$-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \tag{32a}$$

Modelo do comprimento de mistura de Prandtl $$-\overline{uv} = l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \tag{32b}$$

Modelo do comprimento de mistura de Von Karman $$-\overline{uv} = k^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} / \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \tag{32c}$$

em que l é um comprimento característico com escala de acordo com a transferência de quantidade de movimento dos turbilhões. O modelo da viscosidade turbulenta de Boussinesq é utilizado em uma forma generalizada,

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij} k \tag{33}$$

em que k é a energia cinética turbulenta, δ_{ij} é a função delta de Kronecker e ν_t é a viscosidade turbulenta.

Substituindo a equação (33) na equação (32) obtém-se

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial k}{\partial x_j} + g_x \beta (T - T_0) \tag{34}$$

A relação entre a viscosidade cinemática turbulenta ν_t, a energia cinética turbulenta, k, e sua taxa de dissipação, ε, por análise dimensional é dada por

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{35}$$

em que C_μ é considerado uma constante para alto números de Reynolds. Para um escoamento simples como o de um tubo ou canal, o termo do Reynolds Stress pode ser modelado pelo simples modelo de comprimento de mistura de Prandtl chamado modelo da equação-zero. O modelo de equação-zero pode ser modelado diretamente sem quaisquer equações diferenciais adicionais. No entanto, um escoamento mais geral e sofisticado precisa ter um modelo mais sofisticado que inclua k e ε. Este modelo mais sofisticado é o modelo de segunda ordem. Um dos mais populares modelos de turbulência com várias combinações das variáveis propostas é o modelo k-ε modelado por Launder e Spalding (1974).

Equações de transporte para a energia

Análogo à equação média de momento, a equação da energia tem um termo extra devido à turbulência, conhecido como fluxo de Reynolds

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j T'} \right] \tag{36}$$

O fluxo de Reynolds na equação (36) também precisa ser modelado. O modelo do fluxo de Reynolds foi discutido. Substituindo a equação (21) na equação (36) a equação da energia pode ser rearranjada como segue

$$\frac{\partial T}{\partial \mathrm{t}} + U_j \frac{\partial T}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}}\left[\left(\alpha + \alpha_t\right)\frac{\partial T}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}}\right] \tag{37}$$

Esta equação da energia é fortemente acoplada com a equação do momento.

3.4. Modelos de Turbulência

Turbulência é o estado do fluido em movimento caracterizado por vorticidade tridimensional e aparentemente randômica. Quando a turbulência está presente, ela costuma dominar todos os outros fenômenos e resulta num acréscimo, por exemplo, de dissipação de energia, transferência de calor e massa e arrasto. Isso ocorre devido ao pequeno tamanho e a alta freqüência das flutuações do campo de velocidades, principal característica do escoamento turbulento.

A grande maioria dos escoamentos presentes na natureza e aplicações industriais é em regime turbulento. Entretanto, por mais que a tecnologia computacional tenha avançado nos últimos anos, ainda não é possível discretizar os domínios de problemas práticos de tal forma que o menor elemento da malha seja menor ou igual ao menor vórtice que dissipa sua energia de forma térmica, sem causar movimento nas partículas fluidas ao seu redor (escala de Kolmogorov) e dessa forma utilizar a simulação numérica direta (DNS – Direct Numerical Simulation). Assim, são necessários modelos para contabilizar a maneira randômica com a qual a turbulência influencia nas propriedades do fluido, os chamados modelos de turbulência. Contudo ainda não existe um modelo geral, que produza bons resultados para as infinitas formas de um escoamento turbulento. Nesse contexto, uma escolha equivocada do modelo utilizado para determinada aplicação pode resultar desde dificuldade na convergência, tempo de processamento extremamente elevado, até resultados que não condizem com a realidade.

3.4.1. Modelo k-ε padrão

Como previamente mencionado, a energia cinética e sua taxa de dissipação são introduzidas para calcular a viscosidade turbulenta. O modelo k-ε padrão tem sido aplicado para diferentes escoamentos, tais como para aviões a jato, misturas de camadas, fluxos na camada limite, entre outros. Apesar da existência de modelos de turbulência mais avançados, tais como o “Direct Numerical Simulation” (DNS), “Large Eddy Simulation” (LES) ou “Reynolds Stress Model” (RSM), o k-ε padrão tem sido estudado por muitos pesquisadores por causa de sua fácil adaptação e menor custo computacional. Este modelo foi desenvolvido assumindo escoamento plenamente turbulento e há um equilíbrio local em que a taxa de produção da tensão turbulenta, P_k, iguala a taxa de dissipação turbulenta, ε, próximo à parede. O fato de assumir escoamento turbulento plenamente desenvolvido exige que o número de Reynolds turbulento local, $Re_t = k^2/\nu\varepsilon$, seja alto. Por esta razão, o modelo de k-ε padrão é algumas vezes chamado de modelo k-ε para alto número de Reynolds, em contrapartida ao modelo k-ε para baixos números de Reynolds em que os cálculos são feitos até a parede, incluindo a subcamada viscosa. É necessário ao modelo k-ε padrão ter o primeiro ponto de cálculo distante da parede, onde o número de Reynolds é grande o suficiente para satisfazer a condição descrita acima. Funções de parede empíricas são usadas no espaço entre a parede e o primeiro nó da malha adjacente a parede. Estas funções de parede são discutidas adiante.

O modelo turbulento, incluindo o termo de empuxo, originalmente desenvolvido por Launder e Spalding (1974), é descrito pelas seguintes equações.

A equação de k-ε

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+G_k+G_b-\rho\varepsilon-Y_M+S_k \qquad (38)$$

A equação de ε

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}(G_k+C_{3\varepsilon}G_b)-C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon}{k}+S_\varepsilon \qquad (39)$$

em que

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{40}$$

representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade. Avaliando G_k de uma maneira consistente com a hipótese de Boussinesq

$$G_k = \mu_t S^2 , \tag{41}$$

em que S é o módulo da taxa de deformação do tensor principal dado pela equação

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \tag{42}$$

e

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{\mathrm{Pr}_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{43}$$

é a geração de energia cinética turbulenta (produção/destruição) devido ao empuxo.

Para os modelos k - ε padrão e k - ε realizável o valor deixado no FLUENT de Pr_t (número de Prandtl turbulento para a energia) é 0.85.

O coeficiente de expansão térmica é dado pela seguinte equação

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \tag{44}$$

Pode-se notar da equação de k que se $G_b > 0$ a energia cinética turbulenta tende aumentar na estratificação instável. Para a estratificação estável o empuxo tende suprir a turbulência $G_b < 0$. No FLUENT os efeitos de empuxo na geração de k são sempre inclusos quando há um campo gravitacional e um gradiente de temperatura (ou densidade).

Enquanto os efeitos do empuxo na geração de k são relativamente bem entendidos, o efeito em ε é menos claro. No FLUENT, os efeitos de empuxo sobre ε são omitidos simplesmente fazendo $G_b = 0$ na equação de transporte de ε. No entanto, pode-se incluir os efeitos de empuxo em ε no modelo de viscosidade. A intensidade com que ε é afetado pelo empuxo é determinada pela constante $C_{3\varepsilon}$.

Mais uma constante, $C_{3\varepsilon}$, é necessária. Sugere-se que $C_{3\varepsilon}$ deveria ser próximo a 1 na camada limite que está na direção da gravidade e próximo a 0 na camada limite que está na direção perpendicular a gravidade, pois assim a direção principal do fluxo está alinhada com a direção da gravidade. Uma aproximação que satisfaz esta condição é dada por

$$C_{3\varepsilon} = \tanh\left|\frac{\upsilon}{u}\right|, \tag{45}$$

em que υ é a componente do fluxo de velocidade paralelo ao vetor gravidade e u é a componente do fluxo de velocidade perpendicular ao vetor gravitacional.

em que Y_M representa a contribuição do empuxo na dilatação na turbulência compressível para a taxa de dissipação, é diretamente proporcional ao número de Mach turbulento ao quadrado. O número de Mach turbulento ao quadrado é diretamente proporcional à energia cinética e inversamente proporcional à velocidade do som ao quadrado. Portanto, esse efeito é pouco significante no caso em estudo.

Para as constantes empíricas, obtidas de dados experimentais, são adotados seus valores usuais que tem bom desempenho para certos escoamentos canônicos

$$(C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{\mu}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon) = (1.44, 1.92, 0.09, 1.0, 1.3)$$

σ_k e σ_ε são os números de Prandtl turbulento para k e ε, respectivamente.

3.4.1.1 Modelo da viscosidade turbulenta k-ε padrão

A viscosidade turbulenta, μ_t, é computada por combinar k e ε como segue:

$$\mu_t = \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{46}$$

3.4.2. Modelo k-ε realizável

O modelo k-ε realizável é um desenvolvimento relativamente recente e difere do modelo k-ε padrão em dois aspectos importantes: a formulação da viscosidade turbulenta e para o termo de produção de ε.

Uma nova equação de transporte para a taxa de dissipação ε é derivada da equação da média quadrática da flutuação de vorticidade.

Um benefício imediato do modelo k - ε realizável é que ele prediz com mais precisão a taxa de difusão de jatos. Observa-se também um melhor desempenho para escoamentos envolvendo rotação, camada limite sob forte gradiente adverso de pressão, separação e recirculação.

As equações de transporte de k e ε para este modelo são:

A equação de k é idêntica à do modelo k - ε padrão

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+G_k+G_b-\rho\varepsilon-Y_M+S_k \qquad (47)$$

A equação de ε torna-se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\varepsilon u_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+\rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2\frac{\varepsilon^2}{k+\sqrt{\nu\varepsilon}}+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}C_{3\varepsilon}G_b+S_\varepsilon$$

(48)

Um dos melhoramentos é que o termo de produção ($\frac{\varepsilon^2}{k+\sqrt{\nu\varepsilon}}$) na equação de ε não envolve a produção de k, não contém o mesmo termo G_k como no modelo k - ε padrão. Acredita-se que esta formulação represente melhor a transferência de energia, com a constante C_1 dada pela expressão:

$$C_1 = \max\left[0.43, \frac{\eta}{\eta+5}\right], \qquad (49)$$

em que

$$\eta = S\frac{k}{\varepsilon}, \qquad (50)$$

sendo

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}\ , \qquad (51)$$

e G_k representa a taxa de geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade (representado pela mesma equação do modelo k - ε padrão).

As constantes que não são aludidas neste tópico, apresentam as mesmas propriedades e são expressas pelas mesmas equações do modelo k - ε padrão.

As constantes do modelo C_2, σ_k e σ_ε foram estabelecidas de acordo com o bom desempenho do modelo para escoamentos canônicos. As constantes para este modelo são:

$$\left(C_{1\varepsilon}, C_2, \sigma_k, \sigma_\varepsilon\right) = \left(1.44, 1.9, 1.0, 1.2\right)$$

3.4.2.1 Modelo da viscosidade turbulenta para o modelo k-ε realizável

A viscosidade turbulenta para o modelo k-ε realizável é discutida a seguir. Em outros modelos k-ε, a viscosidade turbulenta é computada da equação (35). A diferença entre o modelo k-ε realizável e os modelos de k-ε padrão e RNG é que C_μ não é mais uma constante e sim dado pela equação

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S \frac{kU^*}{\varepsilon}} \tag{52}$$

em que

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}}\,, \tag{53}$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k \tag{54}$$

e

$$\Omega_{ij} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ijk}\omega_k \tag{55}$$

sendo que $\overline{\Omega_{ij}}$ é o tensor médio da taxa de rotação tendo como referência de rotação a velocidade angular ω_k. As constantes do modelo A_0 e A_S são $A_0 = 4.04$ e

$$A_S = \sqrt{6}\cos\Phi \tag{56}$$

sendo

$$\Phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}\left(\sqrt{6}W\right), \tag{57}$$

$$W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \tag{58}$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}\,, \tag{59}$$

e

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{60}$$

3.4.3. Funções de parede

Funções de parede são uma coleção de fórmulas semi-empiricas que acoplam as soluções variáveis no volume de controle junto à parede às condições de contorno na parede.

A função de parede foi originalmente desenvolvida com as condições de contorno para escoamentos com Número de Reynolds altos. Esses modelos foram feitos assumindo-se que o valor de Re_y (número de Reynolds turbulento) é tão alto que os parâmetros turbulentos C_1, C_2, C_μ e C_3 poderiam ser tratados como constantes.

Esta característica não se verifica na região perto dos contornos sólidos. Por isso, uma função de parede é necessária para conectar as condições de contorno com os parâmetros físicos do domínio onde o modelo de turbulência é valido.

A distribuição de velocidade e temperatura na camada limite de uma placa plana ou o escoamento de Couette tem sido selecionado como a função de parede. Em um modelo teste Chen (1988) – (Fan (1995)) – obteve que se a distribuição de velocidade e temperatura dentro da camada limite for expressa por equações linear e logarítmica, o coeficiente convectivo de transferência de calor obtido perto da parede de uma sala ventilada pode ser cerca de 40 a 50% menor que o medido experimentalmente.

Posteriormente, a função de parede foi melhorada dividindo a camada limite em três regiões, a subcamada viscosa, a zona tampão e a zona totalmente desenvolvida descrita pela lei logarítmica. Assim, é avaliada a distribuição de velocidade e temperatura usando diferentes equações para cada região.

Foi concluído que uma função de parede modificada poderia reduzir as diferenças entre os valores do coeficiente convectivo de transferência de calor obtido e o medido experimentalmente para cerca de 20%, mas é uma diferença significativa ainda. A distribuição de velocidade em toda a camada limite de uma placa plana foi deduzida por Spalding (1974) – (Fan (1995)) – há mais de 30 anos e é expressa pela equação (61).

$$y^+ = u^+ + 0.1108 \times \left[\exp^{0.4u^+} - 1 - 0.4u^+ - \frac{(0.4u^+)^2}{2!} - \frac{(0.4u^+)^3}{3!} \right] \tag{61}$$

Uma comparação de diferentes funções de parede é mostrada na Figura 9.

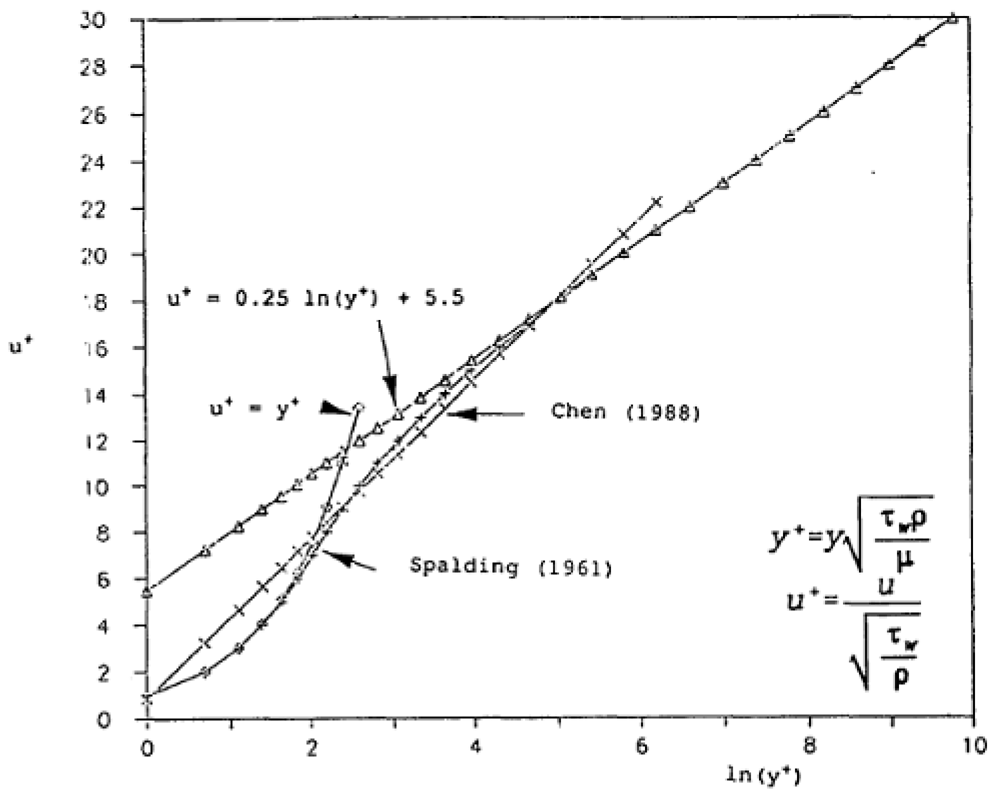

Figura 9: Comparações de diferentes funções de parede

O escoamento de ar sobre a parede raramente é paralelo à superfície da parede. Entretanto, para cada função de parede, de fato, assume-se que o escoamento paralelo. Assim, qualquer modelo que adicione a função de parede tem certas dificuldades e/ou imprecisões.

Os modelos de turbulência para o número de Reynolds baixo tem progressivamente abandonado a função de parede. Embora ainda exitam alguns problemas que não foram resolvidos, os modelos de baixo Reynolds oferecem uma oportunidade para lidar com o fluxo do ar ambiente.

Fan (1995) reviu o modelo k - ε na simulação do escoamento de ar no ambiente que pode ser considerado similar ao ambiente da cabine de aeronave. Ele conclui que os parâmetros de turbulência deveriam ser funções do número de Reynolds turbulento, mesmo no caso em que as funções de parede foram utilizadas.

É evidente que o escoamento de ar no ambiente em estudo é muito lento. Então, o pressuposto básico de fluxo totalmente turbulento na região “distante” das paredes para modelo de número de Reynolds alto não será levado em consideração. A correlação recomendada em Fan (1995) é baseada na média entre as equações de N-S e a teoria da micro escala de Kolmogorov. Se as constantes nesta equação pudessem ser definidas por análises de CFD ou por experimentos, melhores resultados poderiam ser esperados.

Verificou-se que a função de amortecimento dos coeficientes turbulentos que contêm os parâmetros y^+ não consegue lidar com o escoamento de ar ambiente. A função de amortecimento dos coeficientes turbulentos deverá afetar não só o fluxo de ar da região próxima à parede, mas também o fluxo de ar nas zonas centrais da cabine.

Para predizer a distribuição da quantidade de movimento e da energia sobre um volume de controle, servirá de base um cálculo pelo método das equações diferenciais parciais. Esses tipos de distribuições são geralmente consideradas como sendo lineares. Patankar (1980) propôs uma distribuição exponencial da convecção e difusão em suas simulações bidimensionais. Para verificar se estas funções são válidas para casos tridimensionais, mais modelos de testes e demonstrações serão necessárias.

A fim de melhorar a capacidade do modelo no escoamento com “swirl”, a função de parede deve ser gradualmente eliminada. Deve-se salientar que o uso do modelo de baixo número de Reynolds aumenta o custo computacional.

A seguir são discutidas a funções de parede disponíveis no FLUENT e utilizadas no presente trabalho.

3.4.4. Funções de parede padrão

Na formulação de função de parede padrão, é admitido que os fluxos da quantidade de movimento e calor na parede obedecem às funções de parede propostas por Launder e Spalding (1974), equações (62), (66) e (6)

$$\frac{U_P}{(\tau/\rho)_W} C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ln\left[E y_P \frac{\left(C_\mu^{1/2} k_P\right)^{1/2}}{\nu} \right] \tag{62}$$

A lei logarítmica para velocidade é válida para $30 < y^* < 300$. No FLUENT a lei logarítmica é empregada quando $y^* > 11.225$. As variáveis adimensionais são definidas como:

$$y^* = y_P \frac{\left(C_\mu^{1/2} k_P\right)^{1/2}}{\nu} \tag{63}$$

e

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \tag{64}$$

Quando a malha é tal que $y^* < 11.225$ nas células adjacentes à parede, o FLUENT aplica a relação tensão-deformação laminar que pode ser escrita como $U^* = y^*$.

No FLUENT as leis de parede para velocidade e temperatura são baseadas na unidade de parede y^*. As quantidades y^* e y^+ são aproximadamente iguais para as camadas de contorno no equilíbrio turbulento,
sendo

$$y^+ = \frac{u_T y}{\nu}, \tag{65}$$

$$\frac{(T_P - T_W) C_P \rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{q_W} = \mathrm{Pr_t} \left\{ \frac{1}{\kappa} \ln\left[E y_P \frac{\left(C_\mu^{1/2} k_P\right)^{1/2}}{\nu} \right] + P \right\}, \tag{66}$$

e

$$P = 9.24\left[(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr_t})^{0.75} - 1 \right]\left[1 + 0.28 \exp(-0.007 \mathrm{Pr}/\mathrm{Pr_t}) \right]. \tag{67}$$

O P no lado direito da equação (66) tem sua origem em uma análise de dados experimentais. As Equações (62) e (66) são formas modificadas de u^+ e T^+ para evitar uma velocidade de cisalhamento, $u_\tau = \sqrt{\tau_W / \rho}$, que altera seu sinal em regiões de recirculação. Entretanto, k na Equação (62) ainda torna-se zero nos pontos de separação e recolamento. A velocidade de Kolmogorov, $u_\varepsilon = (\nu\varepsilon)^{1/4}$, é introduzida para evitar esta lacuna ao usar a aproximação de equilíbrio local para alto número de Reynolds turbulento. De acordo com dados experimentais, ε têm valores finitos não zeros, mesmo junto à parede, enquanto k torna-se zero.

$$\varepsilon_P = \left[\left(C_\mu{}^{3/4} K_P{}^{3/2}\right) / \kappa y_P\right] \tag{68}$$

O P subscrito na equação (68) denota o primeiro ponto de cálculo onde a função de parede é aplicada. As equações (62) e (66) podem ser rearranjadas usando a equação (68) e a velocidade de Kolmogorov como segue:

$$\frac{\mu_P}{(\tau / \rho)_W} \mu_\varepsilon \kappa^{1/3} \operatorname{Re}^{*1/3} = \frac{1}{\kappa} \ln\left[E\kappa^{1/3} \operatorname{Re}^{*4/3}\right] \tag{69}$$

$$\frac{(T_P - T_W) C_P \rho \kappa^{1/3} \operatorname{Re}^{*1/3}}{q_W} = \Pr_t \left\{\frac{1}{\kappa} \ln\left[E\kappa^{1/3} \operatorname{Re}^{*4/3}\right] + P\right\} \tag{70}$$

em que

$$\operatorname{Re}^* = \frac{y_P u_\varepsilon}{\nu} \tag{71}$$

Usando os parâmetros relacionados às funções de parede, o número de Nusselt pode ser encontrado

$$Nu_H = \frac{hH}{k} = \frac{\dot{q}''_w H}{k(T_W - T_\infty)} = \frac{(T_W - T_P u_\tau H)}{T_P^+ (T_W - T_\infty)\alpha} \tag{72}$$

sendo

$$Cf = \frac{\tau_w}{1/2\rho U_\infty} = \frac{u_P u_\varepsilon \kappa^{1/3} \operatorname{Re}^{*1/3}}{1/2 u_P^+ U_\infty^2} \tag{73}$$

em que H é o comprimento característico, T_∞ é a temperatura de referência, U_∞ é a velocidade de referência, u_P^+ é a velocidade adimensional para o cálculo do ponto mais próximo à parede (primeiro ponto) e T_P^+ é a temperatura adimensional para o cálculo do ponto mais próximo à parede (primeiro ponto).

3.4.5. Tratamento junto à parede aprimorado (“Enhanced wall treatment”)

O método de tratamento junto à parede aprimorado combina o modelo das duas camadas com funções de na parede aprimoradas. Se a malha junto à parede é fina o suficiente para resolver a subcamada laminar (tipicamente $y^+ \approx 1)$, então o “enhanced wall treatment” será idêntico para a região ao modelo das duas camadas. No entanto, a restrição que a malha deve ser suficientemente fina junto à parede em toda a cabine impõe uma exigência computacional grande. Idealmente, busca-se ter uma formulação que possa ser utilizada tanto com malhas grosseiras (usualmente chamada de malhas de função de parede) como com malhas finas (para número de Reynolds baixo). Não deveria haver erros grosseiros para malhas intermediárias que são muito finas para o centróide primeiro volume de controle próximo à parede na região de escoamento turbulento plenamente desenvolvido, mas também muito grosseira para resolver a subcamada laminar. O modelo de duas camadas descrito a seguir procura garantir a adequação do modelo de turbulência e da lei de parede para qualquer malha.

3.4.6. Modelo de duas camadas para tratamento aprimorado na parede

A aproximação por duas camadas é uma parte integral do tratamento reforçado junto à parede e é usado para especificar ε e a viscosidade turbulenta nos elementos junto à parede. Nessa aproximação, o domínio todo é subdividido na região que tem a viscose e na região plenamente turbulenta. A demarcação das duas regiões é determinada por uma distância da parede baseada no número de Reynolds turbulento,

$$\mathrm{Re}_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}, \tag{74}$$

onde y é a distância normal da parede ao centro das células. No FLUENT y é interpretado como a distância da parede mais próxima. Essa interpretação permite y

ser unicamente definido no domínio do fluxo de formas complexas envolvendo múltiplas paredes. Além do mais, y definido desta maneira é independente da topologia da malha usada, e é valido mesmo para malhas não-estruturadas.

Na região plenamente turbulenta ($\mathrm{Re}_y > \mathrm{Re}_y^*$; $\mathrm{Re}_y^* = 200$), o modelo k - ε e o "Reynolds Stress Model" podem ser utilizados.

Na região viscosa junto à parede ($\mathrm{Re}_y < \mathrm{Re}_y^*$) o modelo da única equação de Wolfstein é empregado. No modelo da única equação, as equações da quantidade de movimento e de k são mantidas. No entanto, a viscosidade turbulenta é contabilizada da equação .

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \tag{75}$$

onde o comprimento de escala é computado pela equação (76)

$$l_\mu = y C_L^* \left(1 - e^{-\mathrm{Re}_y / A_\mu}\right) \tag{76}$$

A formulação das duas camadas para viscosidade turbulenta acima descrita é usado como uma parte do tratamento aprimorado junto à parede, em que a definição das duas camadas é suavemente unificada com a definição de μ_t por:

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1 - \lambda_\varepsilon)\mu_{t,2layer} \tag{77}$$

onde μ_t é definido para número de Reynolds alto como descrito no Modelo k - ε realizável. Uma função de unificação, λ_ε, é definida de modo que é igual à unidade na região distante da parede e zero muito perto da parede. A função de unificação escolhida é

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{2}\left[1 + \tanh\left(\frac{\mathrm{Re}_y - \mathrm{Re}_y^*}{A}\right)\right]. \tag{78}$$

A constante A determina a largura da função de unificação. Por definir a largura tal que o valor de λ_ε estará dentro de 1% de erro com relação ao valor exato dada uma variação do número de Reynolds turbulento ($\Delta \mathrm{Re}_y$), o resultado é

$$A = \frac{|\Delta \mathrm{Re}_y|}{\tanh(0.98)} \tag{79}$$

Tipicamente, a $\Delta \mathrm{Re}_y$ é atribuído um valor que está entre 5% e 20% de Re_y^*.

O valor da dissipação é computado por

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \tag{80}$$

A escala de comprimento que aparece na equação (80) é novamente calculado pela equação (81)

$$l_\varepsilon = y C_l^* \left(1 - e^{-\mathrm{Re}_y / A_\varepsilon}\right) \tag{81}$$

Se toda a região próxima da parede estiver na região viscosa ($\mathrm{Re}_y^* < 200$), ε não é obtido por resolver a equação de transporte, e sim algebricamente da equação (80). FLUENT usa um processo para a especificação de ε que é similar a unificação μ_t a fim de assegurar uma transição suave entre o ε obtido algebricamente e o ε obtido da solução da equação de transporte na região exterior.

As constantes nas equações (76) e (81) são

$$C_l^* = \kappa C_\mu^{-3/4} \qquad A_\mu = 70 \qquad A_\varepsilon = 2C_l^* . \tag{82}$$

3.4.7. Funções de parede aprimorada (“enhanced wall functions”)

Para se ter um método aplicavel além da região junto à parede, é necessário formular a lei de parede como uma única lei de parede para a toda a região. FLUENT realiza esta lei de parede considerando a parte linear (laminar) e logarítmica (turbulenta) usando :

$$u^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} u_{turb}^+ \tag{83}$$

$$\Gamma = \frac{-a(y^+)^4}{1 + b y^+} , \tag{84}$$

em que $a = 0.01$ e $b = 5$.

Analogamente à equação geral tem-se a derivada

$$\frac{du^+}{dy^+} = e^\Gamma \frac{du_{lam}^+}{dy^+} + e^{\frac{1}{\Gamma}} \frac{u_{turb}^+}{dy^+} \tag{85}$$

Esta aproximação permite a lei para escoamento turbulento plenamente desenvolvido ser facilmente modificada para outros efeitos, tais como, gradientes de pressão ou propriedades variáveis. Esta fórmula também garante o comportamento assintótico para grandes e pequenos valores de y^+ e razoável representação do perfil de velocidades nos casos onde y^+ está dentro da região tampão da parede ($3 < y^+ < 10$).

As funções de parede aprimoradas foram desenvolvidas de forma a ligar harmoniosamente a lei de parede turbulenta reforçada com a lei de parede laminar. A lei de parede reforçada turbulenta para o escoamento compressível com transferência de calor e gradientes de pressão é relacionada por:

$$\frac{du^+_{turb}}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+}\left[S'\left(1 - \beta u^+ - \gamma (u^+)^2\right)\right]^{1/2}, \tag{86}$$

onde

$$S' = 1 + \alpha y^+ \text{ para } y^+ < y_s^+ \tag{87}$$

e

$$S' = 1 + \alpha y_s^+ \text{ para } y^+ \geq y_s^+ \tag{88}$$

sendo

$$\alpha = \frac{\nu_w}{\tau_w u^*}\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{\rho^2 (u^*)^3}\frac{dp}{dx}, \tag{89}$$

$$\beta = \frac{\sigma_t q_w u^*}{c_p \tau_w T_w} = \frac{\sigma_t q_w}{\rho c_p u^* T_w}, \tag{90}$$

e

$$\gamma = \frac{\sigma_t (u^*)^2}{2 c_p T_w}. \tag{91}$$

Nas equações (87) e (88) y_s^+ é o local em que o declive da lei logarítmica permanece fixo. Por padrão $y_s^+ = 60$. O coeficiente α na equação (89) representa a influência dos gradientes de pressão enquanto o coeficiente β e γ representa os efeitos térmicos. A equação (86) é uma equação diferencial ordinária e o FLUENT proporcionará uma adequada solução analítica. Se α , β e γ são nulos, uma solução analítica levaria à clássica lei de parede turbulenta logarítmica.

A lei de parede laminar é determinada da seguinte expressão:

$$\frac{du^+_{lam}}{dy^+} = 1 + \alpha y^+ \tag{92}$$

A função de parede térmica aprimorada segue a mesma aproximação desenvolvida pelo perfil de u^+. A formulação térmica de parede unificada unifica os perfis por:

$$T^+ = \frac{(T_w - T_P)\rho c_p u^*}{\dot{q}} = e^{\Gamma} T^+_{lam} + e^{\frac{1}{\Gamma}} T^+_{turb} \tag{93}$$

O fator de unificação Γ é definido como

$$\Gamma = -\frac{a(\Pr y^+)^4}{1 + b \Pr^3 y^+} \tag{94}$$

em que $\Pr$ é o número de Prandtl molecular, e os coeficientes $a = 0.01$ e $b = 5$, já vistos na equação (84).

A parte T^+ da equação (93), função de parede térmica, segue a mesma lógica da função de parede térmica padrão, resultando na seguinte definição para função de parede térmica laminar e turbulenta:

$$T^+_{lam} = \Pr\left(u^+_{lam} + \frac{\rho u^*}{2\dot{q}} u^2\right) \tag{95}$$

$$T^+_{turb} = \Pr_t\left\{u^+_{turb} + P + \frac{\rho u^*}{2\dot{q}}\left[u^2 - \left(\frac{\Pr}{\Pr_t} - 1\right)\left(u^+_c\right)^2\left(u^*\right)^2\right]\right\}, \tag{96}$$

onde a quantidade u^+_c é o valor de u^+ para o fictício "crossover" entre a região laminar e turbulenta.

A condição de contorno para energia cinética turbulenta é a mesma que a da função de parede padrão (a derivada parcial de k imposta na parede com relação a normal local n é zero). No entanto, a produção de energia cinética turbulenta G_k é computado usando os gradientes de velocidade que são consistentes com a lei de parede aprimorada, garantindo uma formulação que seja válida em toda região perto da parede.

3.4.8. Modelo k-ε para número de Reynolds baixo

O primeiro modelo k - ε para número de Reynolds baixo foi proposto por Jones e Launder. Este modelo foi feito pela modificação dos modelos de turbulência anteriores, com a finalidade de torná-lo apto a baixos números de Reynolds e calcular o escoamento perto da parede. Este modelo inclui funções de amortecimento baseado no número de Reynolds turbulento local. A tentativa tem sido feita para predizer os valores apropriados da viscosidade turbulenta e a dissipação junto à parede, onde o número de Reynolds turbulento é pequeno. O modelo k - ε para número de Reynolds baixo proposto por Lam e Bremhorst, Jones e Launder e sua modificação por Launder e Sharma ainda é considerado adequado para modelar a turbulência da convecção natural.

Chien (1982) foi um dos pesquisadores que melhoraram o modelo k - ε para número de Reynolds baixo aplicando a técnica da expansão por série de Taylor para investigar o comportamento das propriedades da tensão de cisalhamento turbulenta e a energia cinética e sua dissipação perto a uma parede. Craft et al. propuseram um modelo para número de Reynolds baixo que tem uma relação não linear entre a tensão e a vorticidade que inclui termos quadráticos e cúbicos. Nagano e Tagawa desenvolveram o modelo k - ε para número de Reynolds baixo para satisfazer os requisitos físicos da parede e da turbulência livre. Abe et al. introduziram a escala de velocidade de Kolmogorov, $u_\varepsilon = (\nu / \varepsilon)^{1/4}$, ao invés da velocidade de atrito, u_τ, para contabilizar os efeitos do baixo número de Reynolds próximo a parede. Dados do DNS (“Direct Numerical Simulation”) são frequentemente usados no desenvolvimento de nosvos modelos de turbulência por causa da quantidade de informações detalhadas do fluxo mesmo junto a parede.

Chen (1998) resumiu os modelos do grupo k - ε. Uma variedade de modelos k - ε para número de Reynolds baixo podem ser escritos da forma geral

$$\frac{\partial k}{\partial \mathrm{t}} + U_j \frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}}\left[\left(\nu + \frac{\nu_\mathrm{t}}{\sigma_\mathrm{k}}\right)\frac{\partial k}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}}\right] - \overline{u_i u_j}\frac{\partial U_i}{\partial \mathrm{x}_\mathrm{j}} - \varepsilon - \mathrm{D} \tag{97}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] - C_{1\varepsilon} f_1 \frac{\varepsilon}{k}\overline{u_i u_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + E \tag{98}$$

sendo que $-\overline{u_i u_j}$ está definido na equação (33). Mas na equação (98) a viscosidade turbulenta é dada pela equação

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \tag{99}$$

A equação do número de Reynolds turbulento local já foi vista no modelo k-ε padrão que é dado pela seguinte equação

$$\mathrm{Re}_t = \frac{k^2}{\nu\varepsilon}, \tag{100}$$

sendo Re_y (número de Reynolds turbulento) dado pela equação (74).

Sendo f_1, f_2 e f_μ são funções do modelo k-ε.

O termo D é introduzido para compensar a condição de contorno da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta junto à parede, ε_w, não é nula.

O modelo de Chien foi desenvolvido basicamente para escoamentos simples, tais como, um canal ou tubo, ou em outras palavras onde não ocorre separação no escoamento. A dissipação na parede $2\nu k / y^2$, na equação de k é igual à difusão molecular para y=0. De maneira análoga, outro termo da dissipação na parede foi incluído na equação de ε. A viscosidade turbulenta foi modificada para incluir o efeito de amortecimento devido à presença da parede. Esta função de amortecimento tem normalmente uma forma exponencial de tal forma que os efeitos de amortecimento podem ser considerados distantes da parede.

Nas regiões do domínio onde há baixa turbulência, especialmente próximo às superfícies sólidas, a relação de viscosidades (laminar e turbulenta) $\frac{\mu}{\mu_t} >> 1$ não é satisfeita e as equações dos modelos de turbulência não são resolvidas, sendo utilizadas equações algébricas para a determinação de μ_t. Para a obtenção dessas equações é feita a hipótese de que a turbulência está em equilíbrio nessas regiões do escoamento. Como essas equações são válidas apenas para uma pequena região do escoamento é imposta uma restrição sobre a qualidade da malha utilizada, que deve ter os centróides dos elementos próximos à parede localizados em uma determinada faixa de distância (y+) para que os resultados sejam válidos.

$$y^+ = \frac{y\sqrt{\tau_0 / \rho}}{\nu} \qquad (101)$$

Com y sendo uma distância a partir da parede, ρ representa a densidade, ν a viscosidade cinemática e τ_0 a tensão de cisalhamento na parede.

A função de parede dada pela lei logarítmica que é válida para camada limite em equilíbrio e escoamentos plenamente desenvolvidos, prevê limites superiores e inferiores aceitáveis sobre a distância entre o centróide e a parede do elemento para elementos adjacentes. Esta distância é normalmente verificada com o adimensional y^+.

Da distribuição universal de velocidades de Nikuradse-Martinelli tem-se a seguinte definição:

Na subcamada laminar: y^+ <5 ($u^+ = y^+$);

Na camada amortecedora: 5< y^+ <30 ($u^+ = -3{,}05 + 5{,}0\ln(y^+)$);

Na camada turbulenta y^+ >30 (núcleo turbulento) ($u^+ = 5{,}5 + 2{,}5\ln(y^+)$).

Ao utilizar a função de parede padrão, cujo centróide do elemento deve estar localizado dentro da camada dada pela lei logarítmica, cujo os valores de y^+ devem estar na faixa 30 < y^+ <300. Valores de y^+ próximo a 30 são mais desejáveis.

De acordo com o tutorial do Software FLUENT deve-se evitar refinar muito a malha próximo a parede, porque a função de parede deixa de ser válida na subcamada viscosa. A malha deve ser refinada apenas o suficiente para evitar que elementos adjacentes sejam colocados na camada amortecedora (5< y^+ <30).

O limite superior da “camada logarítmica” depende, entre outros, dos gradientes de pressão e dos números de Reynolds. Quando o número de Reynolds aumenta, o limite superior também tende a aumentar. Valores de y^+ que são muito altos não são desejáveis, porque com componentes grandes (de velocidade) torna-se substancialmente acima da “camada logarítmica”. Excessivo estiramento (elemento muito grande em relação ao elemento adjacente) na direção normal à parede deve ser evitado. É importante ter alguns elementos dentro da camada limite.

3.5. Modelagem da densidade do ar

3.5.1 Hipótese de Boussinesq

Este modelo trata a densidade com um valor constante em todas as equações, exceto no termo de flutuação na equação de conservação da quantidade de movimento:

$$(\rho - \rho_0)g \approx -\rho_0\beta(T - T_0)g \tag{102}$$

Onde ρ_0 é a densidade (constante) do escoamento, T_0 é a temperatura de operação e β é o coeficiente de expansão térmica. A equação (102) é obtida utilizando-se a aproximação de Boussinesq dada pela seguinte equação

$$\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T)\,. \tag{103}$$

Essa aproximação só é precisa quando as variações na densidade são pequenas; especificamente o modelo de Boussinesq é válido quando $\beta(T - T_0) << 1$.

Isso implica que o modelo de Boussinesq não deve ser utilizado se as diferenças de temperatura no domínio forem grandes. Outra limitação do modelo é a impossibilidade de utilizá-lo, no FLUENT, com cálculos de concentração de espécies, combustão ou reações químicas.

3.5.2. Modelo de Gás-Ideal

Para escoamentos compressíveis a lei dos gases é a seguinte:

$$\rho = \frac{p_{op} + p}{\frac{R}{Mw}T} \tag{104}$$

em que p_{op} é a pressão de operação; p é a pressão relativa local calculada pelo FLUENT; R a constante universal dos gases; Mw a massa molar do gás; e T a temperatura local, calculada pelo FLUENT.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

4.1. Modelagem do Escoamento no Ambiente

A modelagem do escoamento no mock up e na cabine da aeronave foi realizada com o código comercial Fluent.

A descrição do escoamento do ar no ambiente da cabine é obtido com a solução simultânea das equações de conservação de quantidade de movimento, massa e energia. É utilizada a técnica numérica de volumes finitos, para os quais os balanços de quantidade de movimento, massa e energia são satisfeitos. A malha de volumes finitos é tal que acomoda a arquitetura da cabine e pessoas. Um exemplo de malha utilizada pode ser visto na Figura 10.

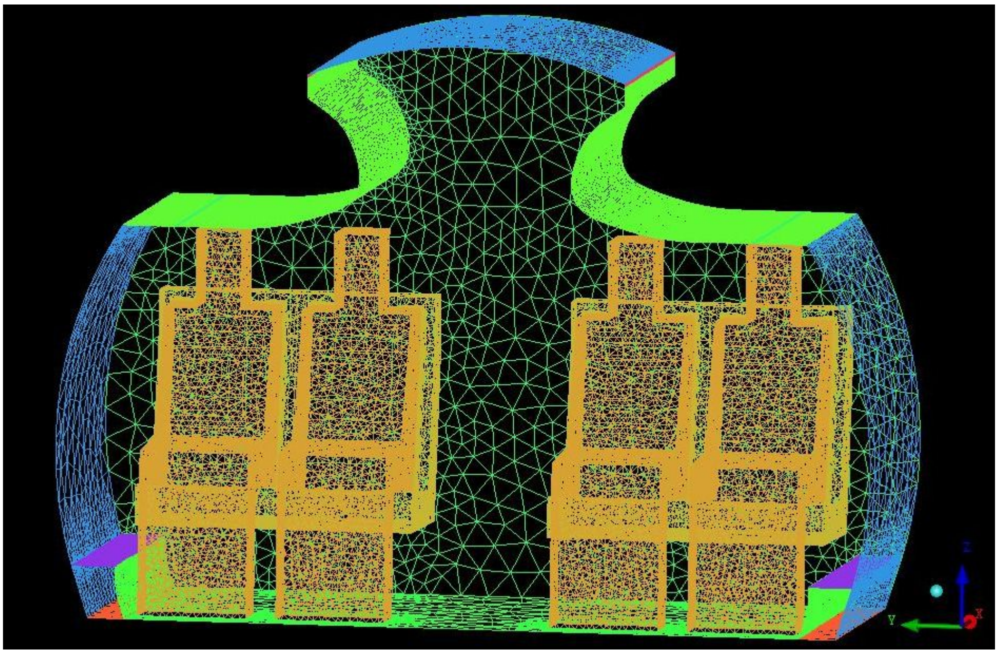

Figura 10: Malha típica de uma cabine de aeronave

Para descrição dos efeitos da turbulência, foi utilizado o modelo k-ε com leis de parede para os efeitos de camada limite. A literatura mostra que o modelo k-ε é capaz de reproduzir bem as velocidades médias neste tipo de escoamento.

No presente trabalho não foi considerado o fluxo de calor por radiação entre as superfícies. Uma parte significativa do esforço de modelagem foi a geração de malhas.

As condições de contorno a serem utilizadas serão basicamente as mostradas na Tabela 3.

Tabela 3 **–** Condições de contorno do escoamento do ar na cabine

Região\Variável	Velocidade	Energia	Turbulência
Entrada	Valor prescrito	Valor prescrito	Valor prescrito
Saída	Escoamento desenvolvido	Escoamento desenvolvido	Escoamento desenvolvido
Paredes	Valor nulo	Temperatura prescrita	Valor Nulo
Poltronas	Valor nulo	Fluxo de calor ou temperatura prescrita	Valor Nulo

Nas próximas etapas do projeto, com a solução das equações de transporte e radiação, para um determinado fluxo de calor imposto pelo modelo termoregulador de corpo humano, será calculada a temperatura da superfície do manequim virtual. Será calculado o coeficiente calibrado (hcal) de troca de calor por convecção e radiação. Este é um procedimento iterativo entre o modelo termoregulador do corpo humano e o modelo do escoamento do ar (CFD) até que a temperatura de superfície não mais se altere após iterações entre os dois modelos.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE E RESULTADOS

5.1. Análise e Resultados da cabine simétrica

Para a geometria da cabine de aeronave estudada foi gerada uma malha de aproximadamente 430 mil elementos tetraédricos, sobre a qual foram geradas 3 camadas de prisma com crescimento exponencial de fator 1,2 nas entradas e saída de ar e na poltrona. Com a camada de prismas e os elementos tetraédricos a malha ficou com 446 mil elementos.

Na Figura 11 é mostrada em corte a malha gerada e algumas superfícies.

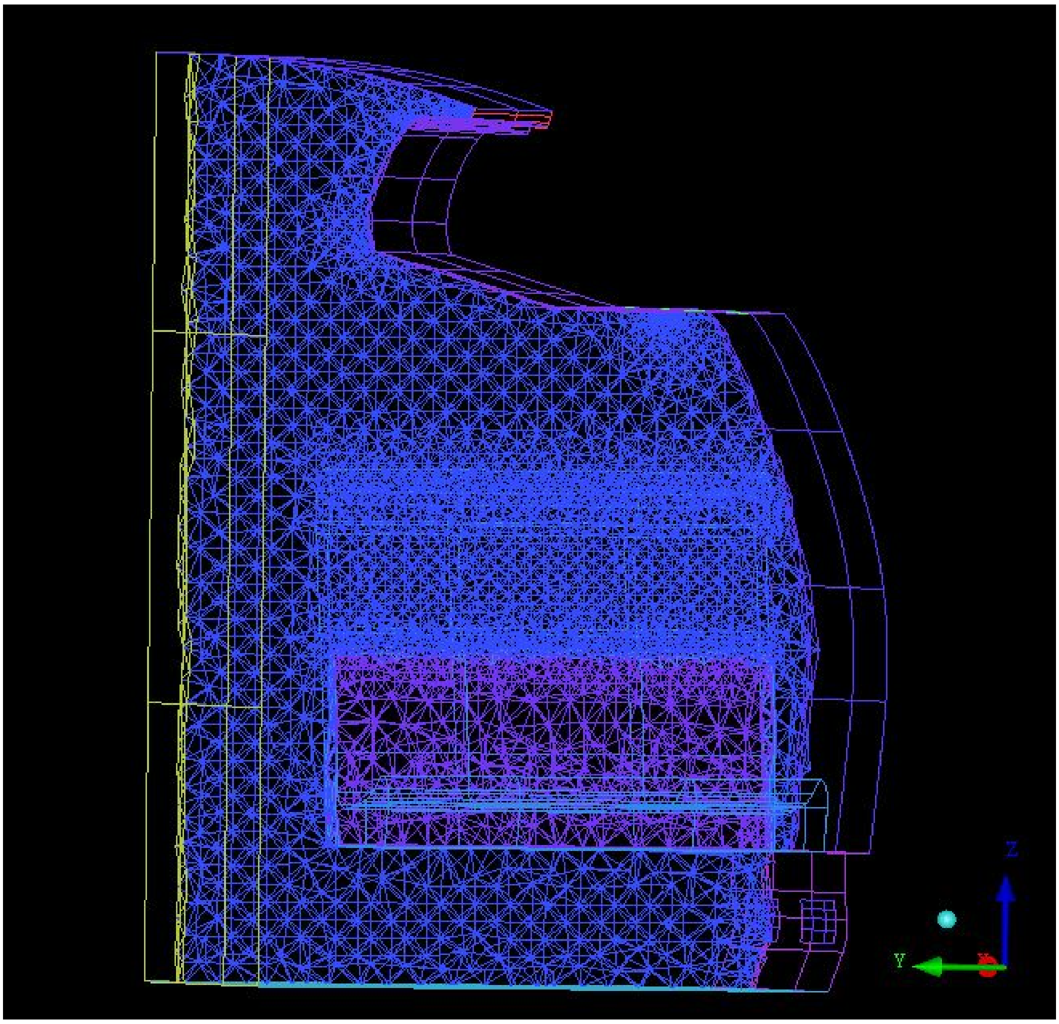

Figura 11: Malha de 446 mil elementos tetraédricos e com camadas de prismas

Observa-se maior número de elementos nas seguintes regiões de entradas de ar, saídas de ar e poltrona: além dos elementos tetraédricos serem menores próximos a essas superfícies, foram geradas a partir delas as três camadas de prismas.

Na Figura 12 observa-se o escoamento através do fluxo de velocidades na cabine, que foi simulada de acordo com as condições de contorno contidas na Tabela 4. O ar foi considerado como gás ideal e o modelo de turbulência é o k-ε realizável.

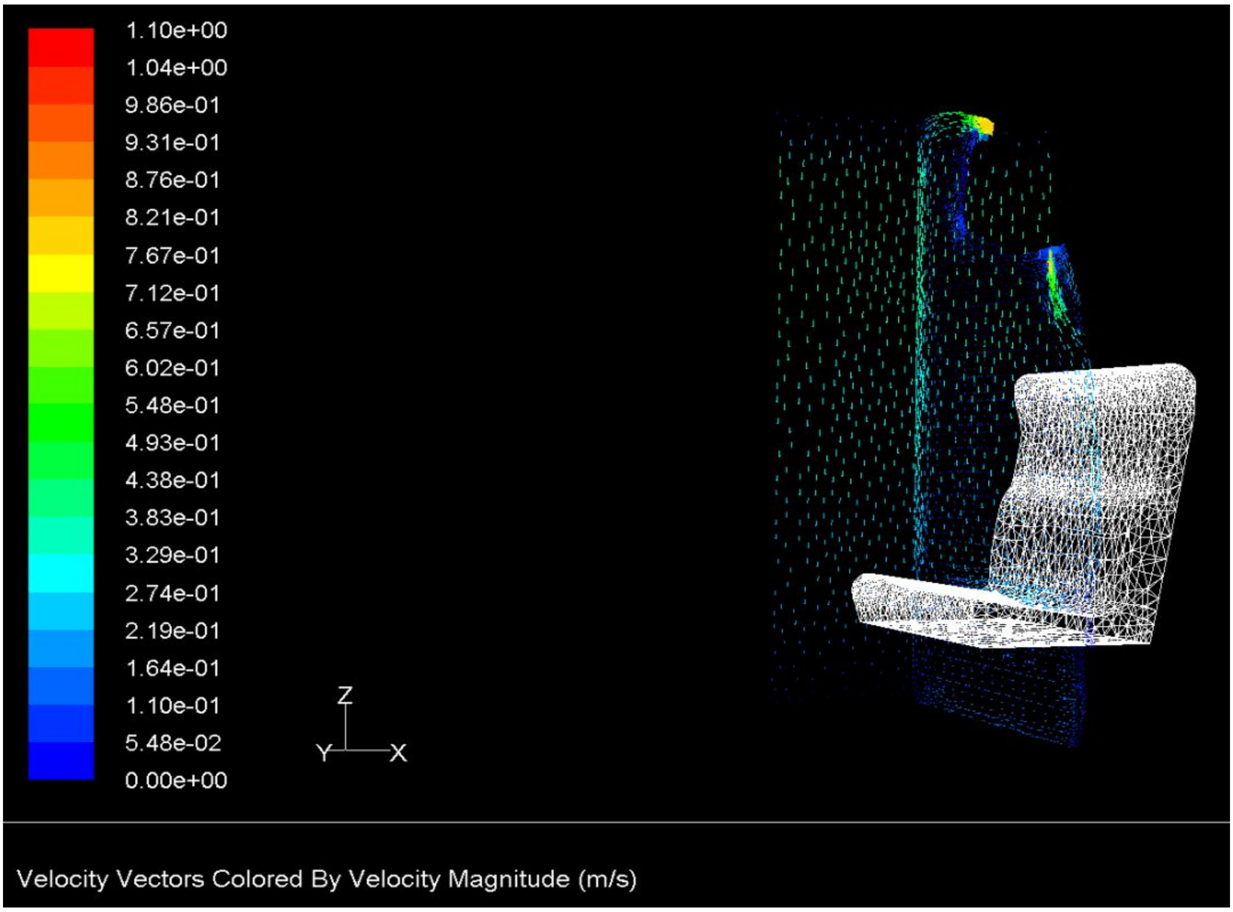

Figura 12: Escoamento na cabine representado pelo fluxo de velocidades

Pode-se notar que as entradas de ar estão com velocidade em torno de 0,8 m/s e no contorno do banco e saída de ar há velocidades de magnitude próxima de zero, como esperado.

Tabela 4 – Condições de impostas na cabine simétrica

Região\Variável	Velocidade (m/s)	Energia	Turbulência Intensidade/Escala
Entradas	0,8	Temperatura 30º C	5% / 0,01m
Saídas	Escoamento desenvolvido	Escoamento desenvolvido	Escoamento desenvolvido
Paredes	Valor nulo	Fluxo de calor nulo	–
Poltrona	Valor nulo	Temperatura 30º C	–

A Figura 13 mostra a distribuição de temperatura em um plano da cabine. Como na poltrona foi imposta uma temperatura de 30º C, nota-se a temperatura maior próximo ao centro do encosto (em torno de 23º C) e nas entradas de ar uma temperatura de 15º C, como era esperado.

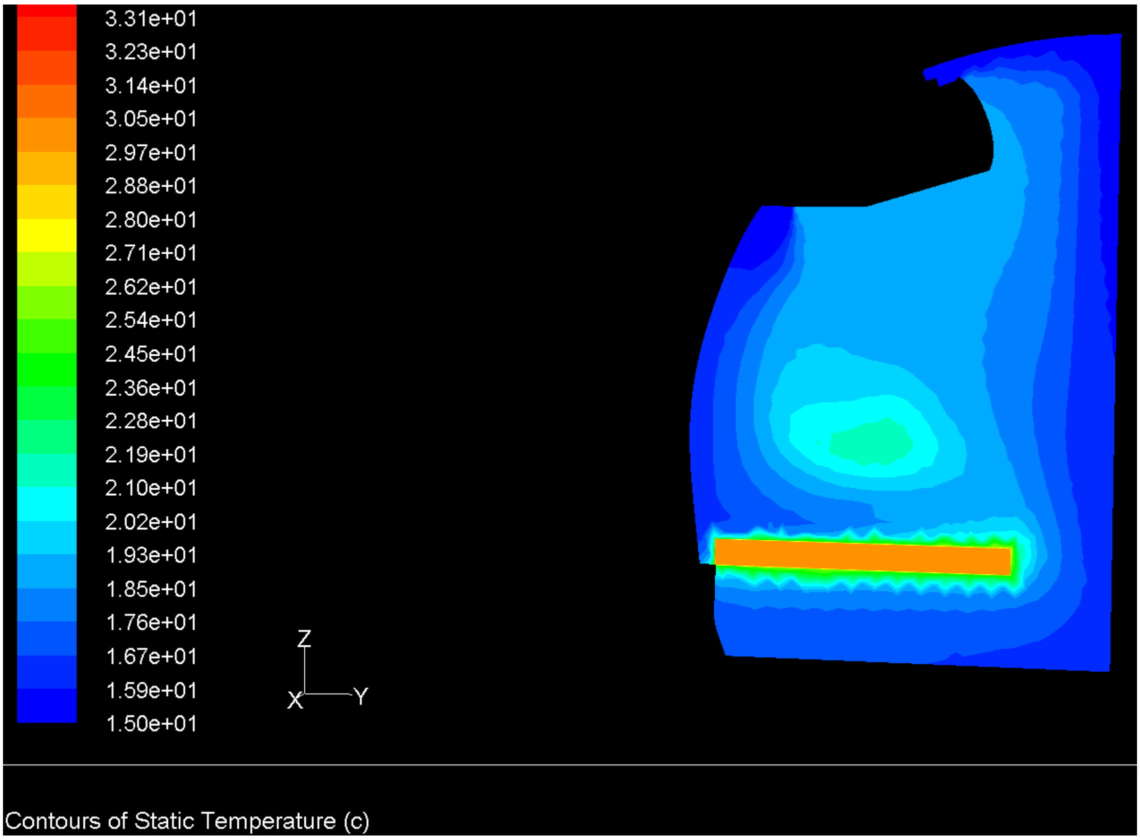

Figura 13: Distribuição de temperatura em um plano da cabine

Nas Figuras 14, 15 e 16 são mostradas a distribuição de y^+.

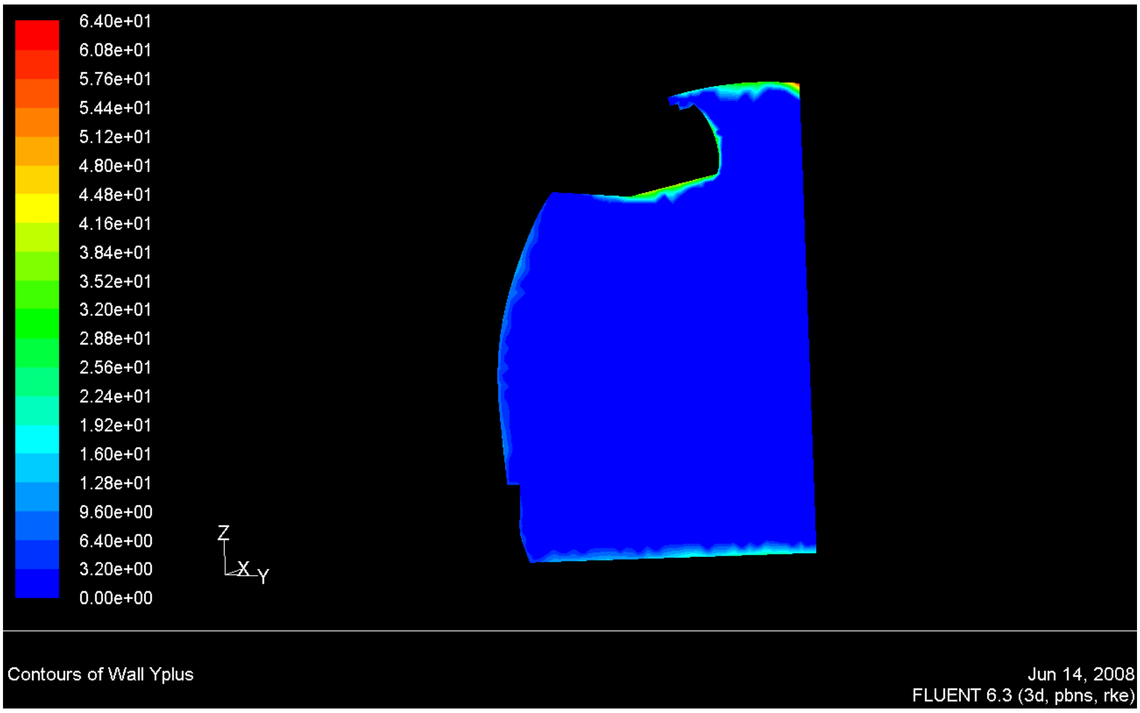

Figura 14: Distribuição de y^+ na escala de 0 a 64

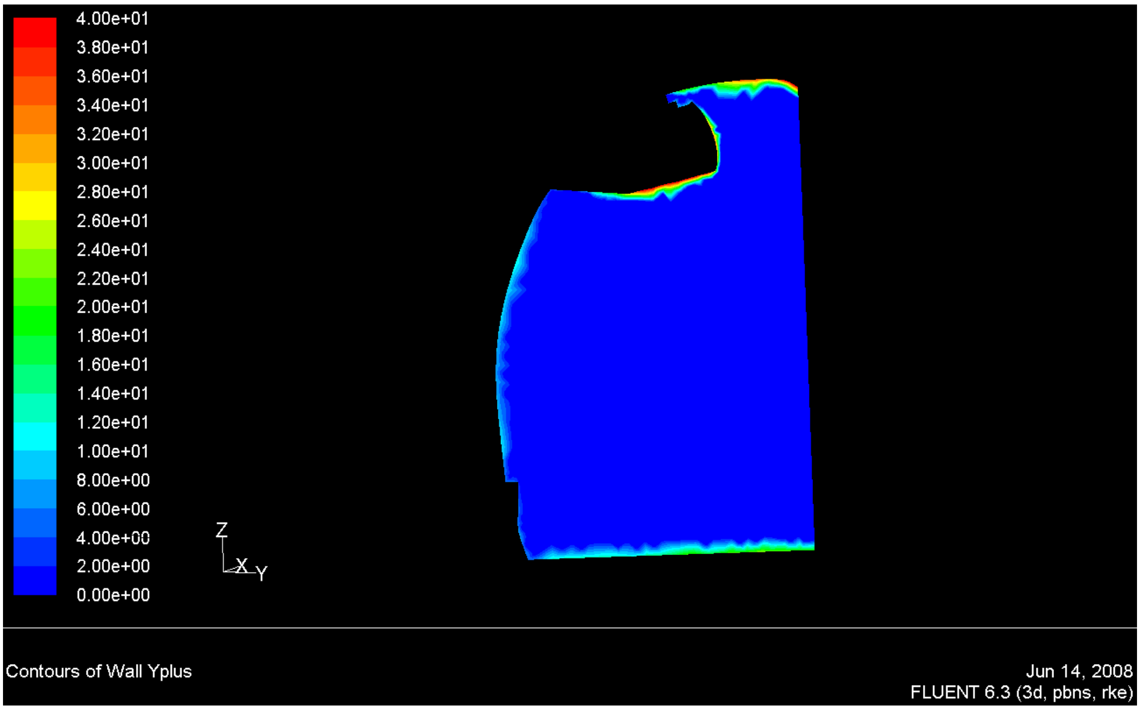

Figura 15: Distribuição de y^+ na escala de 0 a 40

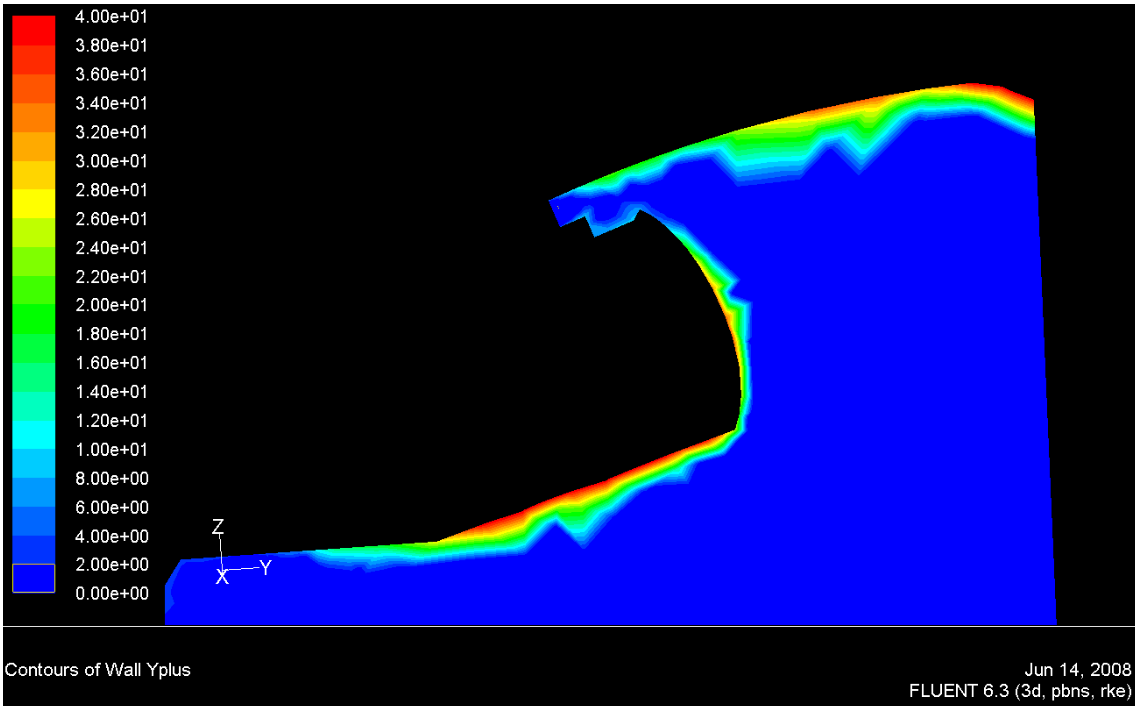

Figura 16: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 40 próximo as entradas de ar

Nota-se que os valores de y^+ são menores (entre 0 e 4) próximos as entradas e saídas de ar, onde a malha está mais refinada. De acordo com os valores de y^+ nessas regiões, o modelo indicado é o k-ε realizável com tratamento aprimorado junto à parede, mas com relação a outros pontos o modelo k-ε padrão com a função de parede, pois valores maiores que 30 e menores que 300 são verificados.

Uma vez, que medidas de temperatura junto a parede é um dos objetivos do projeto, conclui-se que resultados mais confiáveis podem ser obtidos refinando mais as paredes do ambiente que estão grosseiras de modo a resolver a camada limite laminar simulando com o modelo k-ε realizável com tratamento aprimorado junto à parede.

5.2. Análise e Resultados da cabine

Para a geometria da cabine de aeronave estudada, com três fileiras de poltronas, focou-se na análise do modelo de turbulência k-ε, que, de acordo com a literatura, é o modelo recomendado para este tipo de simulação numérica. A continuidade que apresentou resíduos mais altos foi determinante com relação à convergência, por isso é o resíduo considerado crítico e tem os valores numéricos citados. Os demais resíduos ficaram abaixo de 10^{-3} e o resíduo da energia abaixo de 10^{-6}.

Inicialmente simulou-se a cabine considerando fluxo de calor nulo nas poltronas e após verificar resíduos baixos para a continuidade é que foi imposta uma temperatura de 36º C na poltrona e realizada a simulação novamente com essa condição.

Simulando a cabine com fluxo de calor nulo nas poltronas com outros possíveis modelos de turbulência percebeu-se que os resíduos ficaram altos. Por exemplo, na simulação com o modelo k-omega “Standard” e “SST”, obtive-se o menor resíduo para a continuidade na condição “Standard” que foi de $1{,}84 \times 10^{-2}$.

Já o modelo “RSM” simulado com as condições “Linear Pressure-Strain”, “Quadratic Pressure-Strain” e “Low-Re Stress-Omega” apresentou o melhor resíduo para a continuidade na condição “Low-Re Stress-Omega” que foi de $2{,}16 \times 10^{-2}$.

Deste modo, são discutidos os modelos k-ε padrão e realizável para os quais a continuidade convergiu (considerando convergência quando o resíduo da continuidade, no caso o mais crítico, está abaixo de 10^{-3} e da energia abaixo de 10^{-6}). O modelo k-ε RNG é apenas citado e não discutido, já que para esse modelo de turbulência os resíduos não ficaram baixos. As condições de contorno encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5– Condições de contorno do escoamento do ar na cabine

Região\Variável	Velocidade (m/s)	Energia	Turbulência Intensidade/Diâmetro Hidráulico
Entradas	0,9 a 1,3	Temperatura 30ºC	10% / 0,04m
Saídas	Escoamento desenvolvido	Escoamento desenvolvido	10% / 0,04m
Paredes	Valor nulo	Temperaturas de 20 a 23 º C	–
Poltrona	Valor nulo	Fluxo de calor nulo	–

Na Tabela 6 são verificados os resíduos da continuidade dos modelos k - ε padrão e realizável simulado com os possíveis tratamento junto à parede. Neste caso é simulado a malha de 848 mil elementos e com a condição de fluxo de calor nulo nas poltronas.

Tabela 6– Resíduo da continuidade dos modelos k - ε padrão e realizável sem temperatura nas poltronas

Tratamento junto à parede\Modelo k - ε	Padrão	Realizável
Função de parede padrão	$3{,}12 \times 10^{-3}$	$3{,}99 \times 10^{-3}$
Função de parede não-equilibrio	$4{,}03 \times 10^{-3}$	$1{,}54 \times 10^{-3}$
Tratamento aprimorado junto à parede	$2{,}90 \times 10^{-5}$	$1{,}84 \times 10^{-5}$

O resíduo da continuidade ficou menor para o modelo k - ε realizável ($1{,}84 \times 10^{-5}$) com a condição de tratamento aprimorado junto à parede (“enhanced wall treatment”), sendo para este caso apresentada as Figuras 17, 18, 19 e 20 dos perfis característicos.

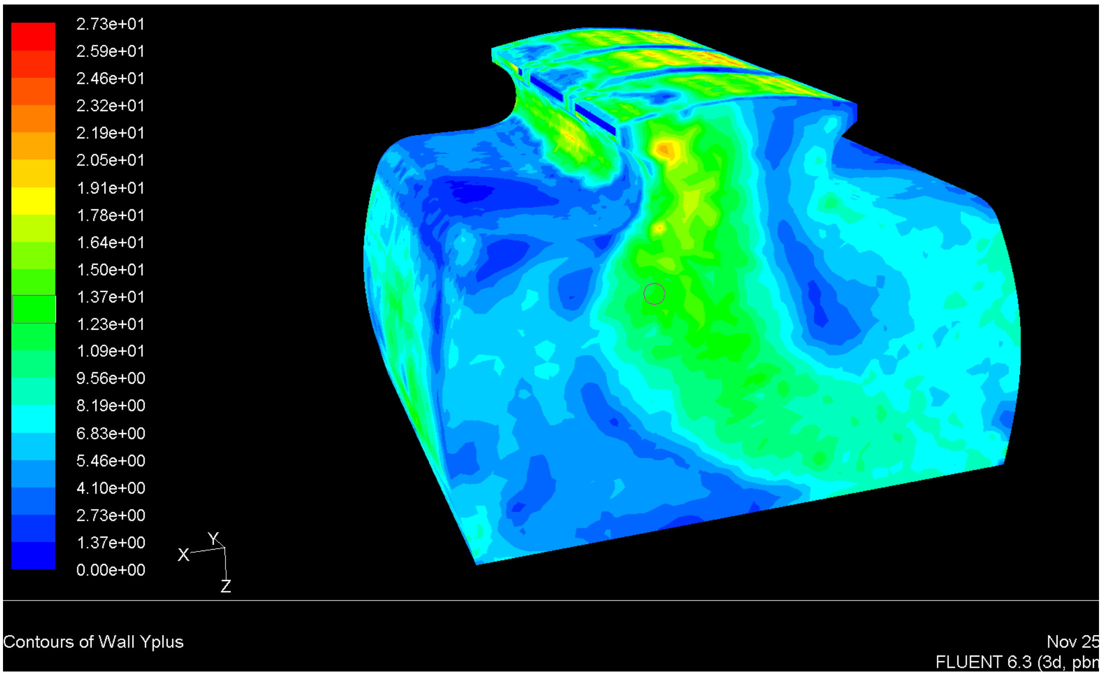

Figura 17: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 27.3 nas paredes da cabine

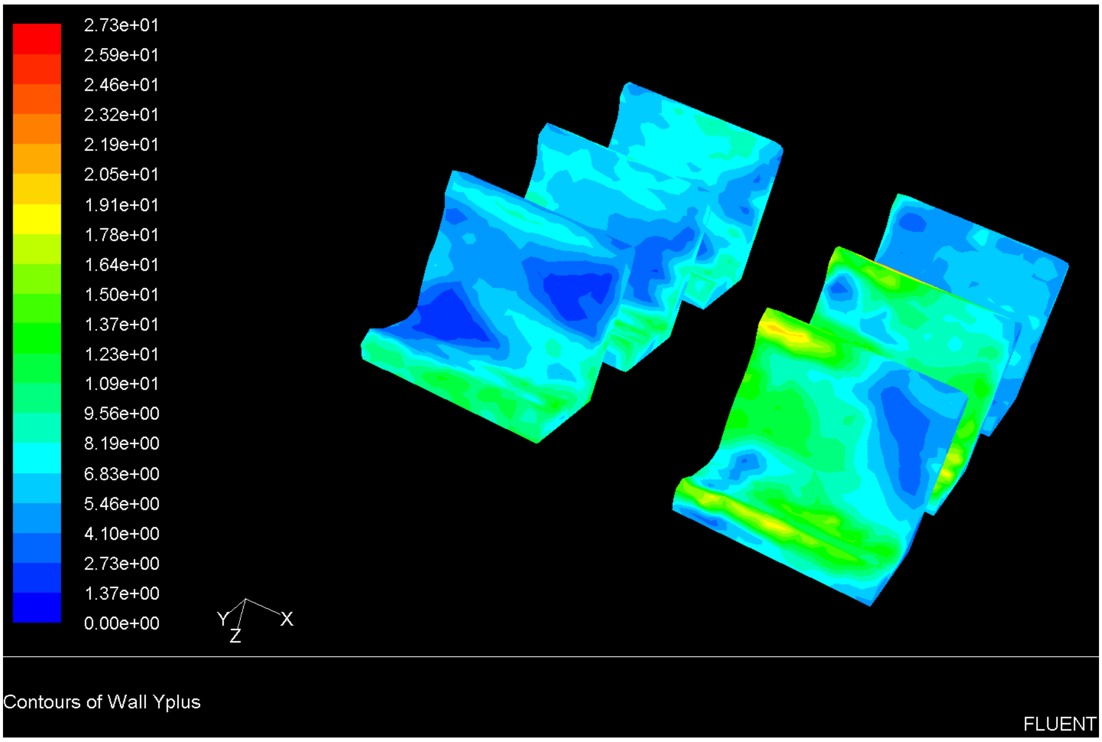

Figura 18: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 27.3 nas poltronas

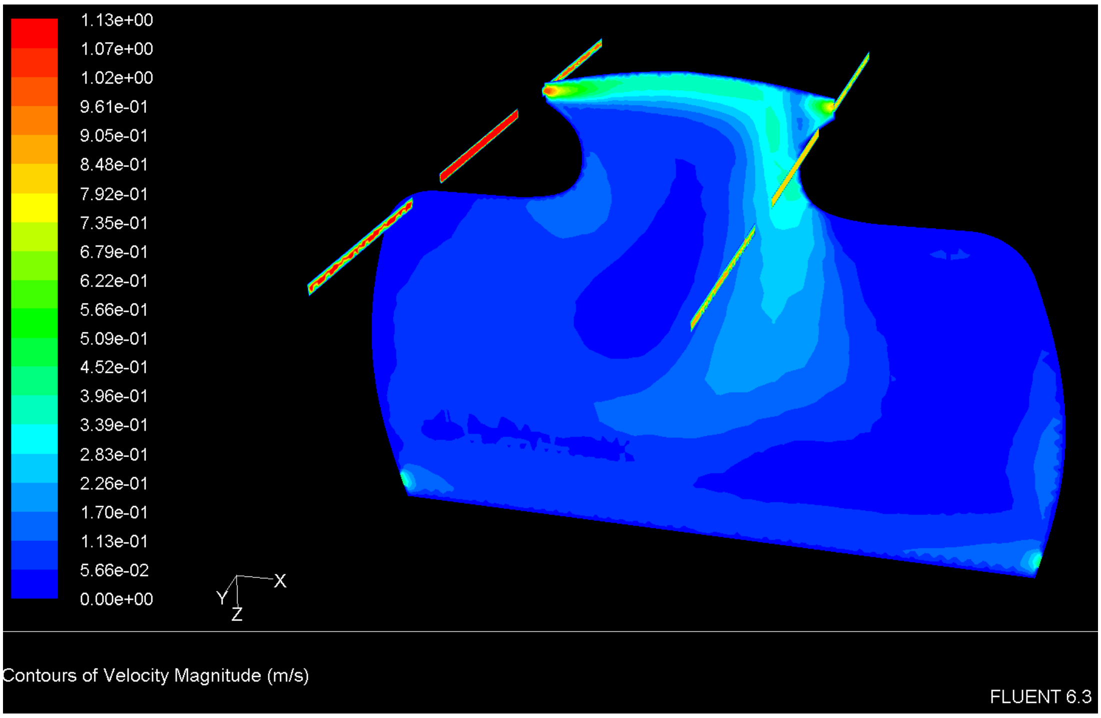

Figura 19: Escoamento na cabine: entradas de ar e fluxo de velocidades em um plano

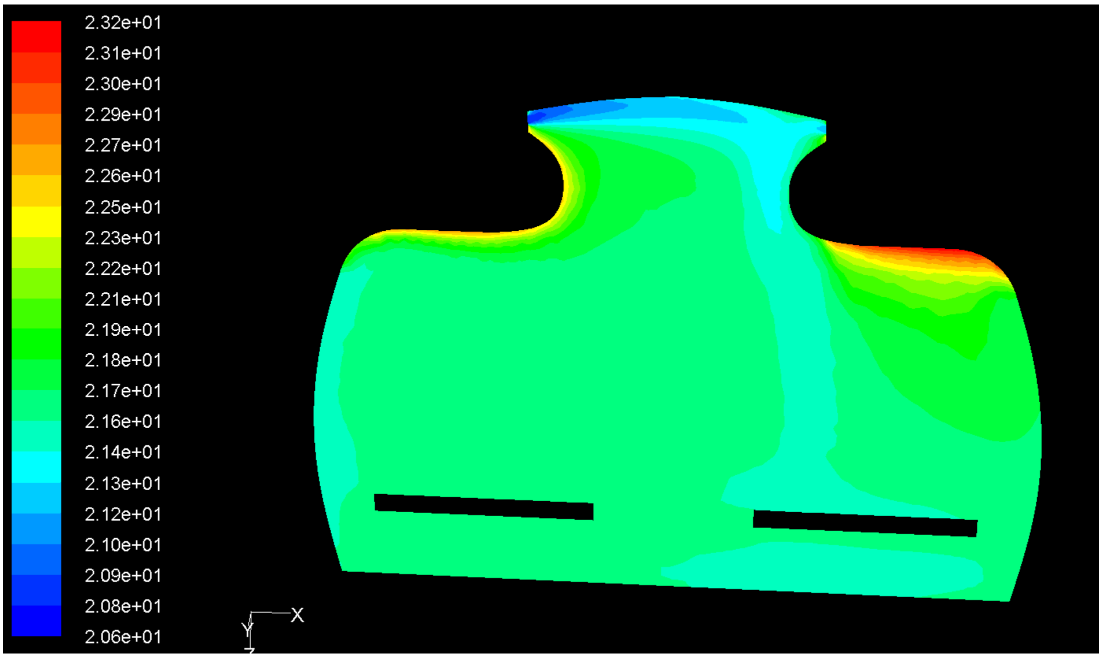

Figura 20: Distribuição de temperatura em um plano da cabine

Os perfis estão coerentes com as condições de contorno impostas e dentro do esperado. Pode-se notar que a velocidade de entrada no lado esquerdo é maior que a do lado direito, em seguida, tornando-se maior no lado direito. Por comparação das Figuras 19 e 20 percebe-se que a temperatura é menor onde o fluxo de velocidade é maior e vice-versa.

Após essa análise foi imposta uma temperatura de 36ºC nas poltronas e a cabine com a malha de 848 mil elementos foi simulada com o modelo k - ε padrão e realizável. A Tabela 7 expõe os valores dos resíduos obtidos para este caso.

Tabela 7– Resíduo da continuidade dos modelos k - ε padrão e realizável com temperatura nas poltronas

Tratamento junto à parede\Modelo k - ε	Padrão	Realizável
Função de parede padrão	$2{,}96 \times 10^{-2}$	$1{,}37 \times 10^{-2}$
Função de parede não-equilibrio	Não convergiu	Não convergiu
Tratamento aprimorado junto à parede	$5{,}18 \times 10^{-3}$	$3{,}50 \times 10^{-3}$

Com a finalidade de verificar a malha, tentando obter resíduos menores gerou-se uma malha mais refinada. Então, a cabine com uma malha de 1840 mil elementos e com 4 camadas de prismas nas poltronas foi simulada, com a temperatura de 36ºC imposta nas poltronas, para os modelos de turbulência associados aos tratamentos junto à parede que haviam apresentado menores resíduos.

Para a simulação com o modelo k - ε padrão com a condição de tratamento aprimorado junto à parede (“enhanced wall treatment”) o resíduo da continuidade foi de $4{,}14 \times 10^{-3}$.

O resíduo da continuidade ficou menor para o modelo k - ε realizável ($3{,}08 \times 10^{-3}$) com a condição de tratamento aprimorado junto à parede (“enhanced wall treatment”). Conclui-se que houve uma pequena melhora no resíduo da continuidade com essa nova malha, no entanto essa melhora poderia não implicar na utilização da malha de 1840 mil elementos na simulação ao invés da malha de 848 mil elementos.

As Figuras 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 e 28 são comparativas das malhas de 848 mil elementos e 1840 mil elementos simuladas com as mesmas condições de contorno. Observar que o número entre parênteses nas legendas das Figuras é para lembrar a quantidade de elementos da malha em milhares da respectiva Figura.

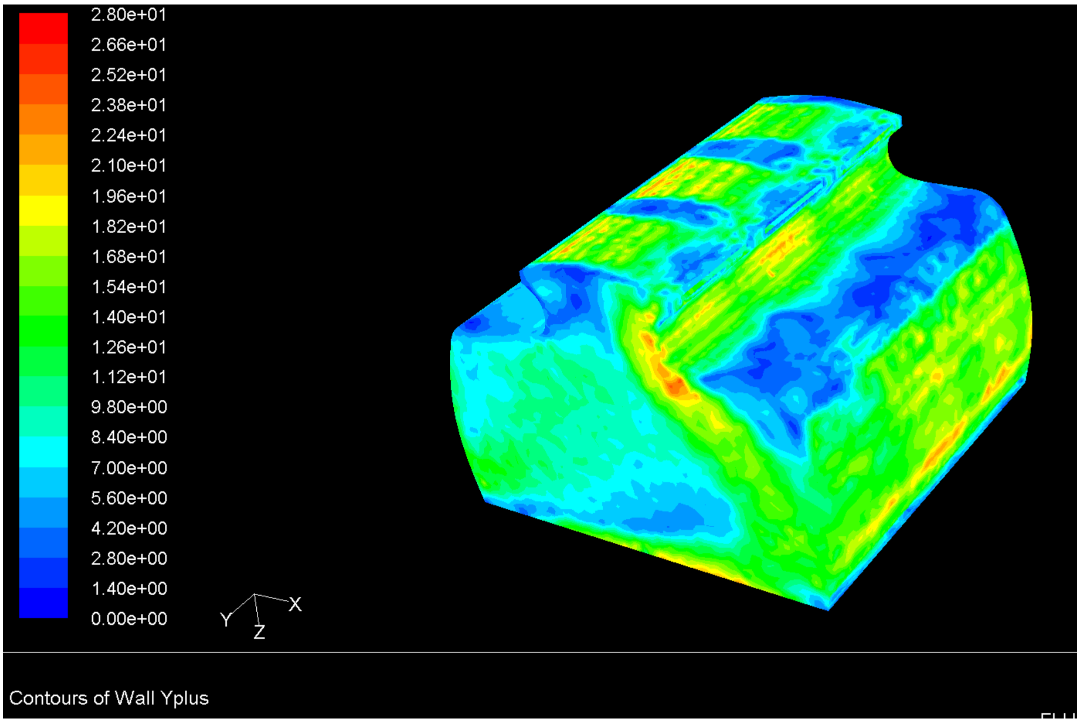

Figura 21: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 28 nas paredes da cabine (848)

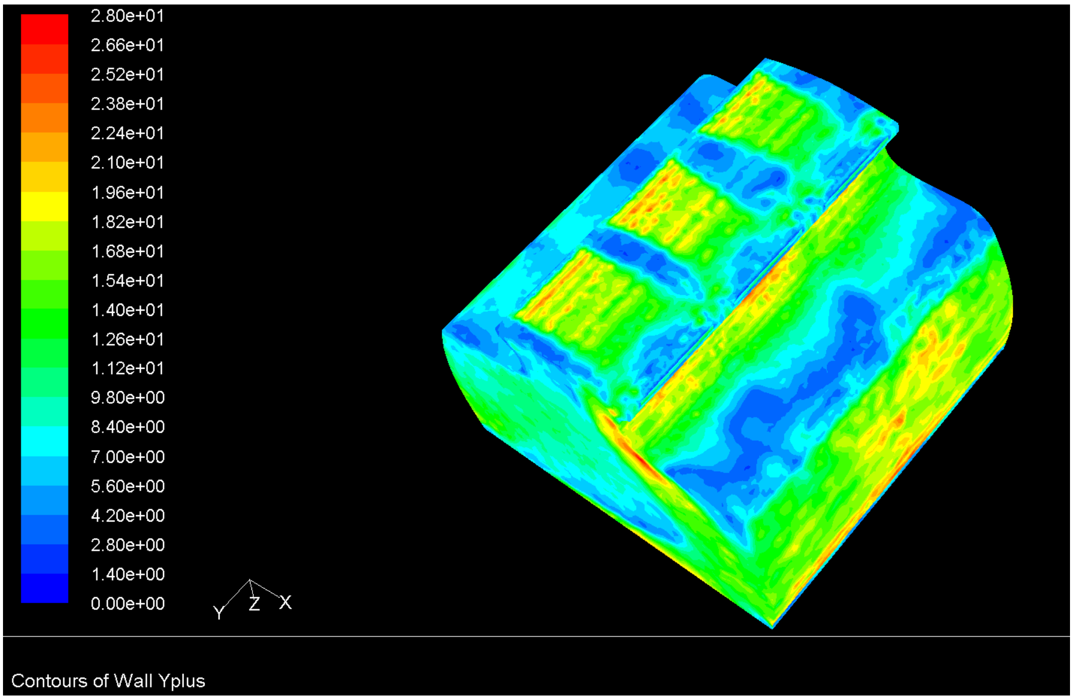

Figura 22: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 28 nas paredes da cabine (1840)

Nas paredes externas não houve diferença significativa nos valores de y^+, pois não houve refinamento significativo nessas paredes.

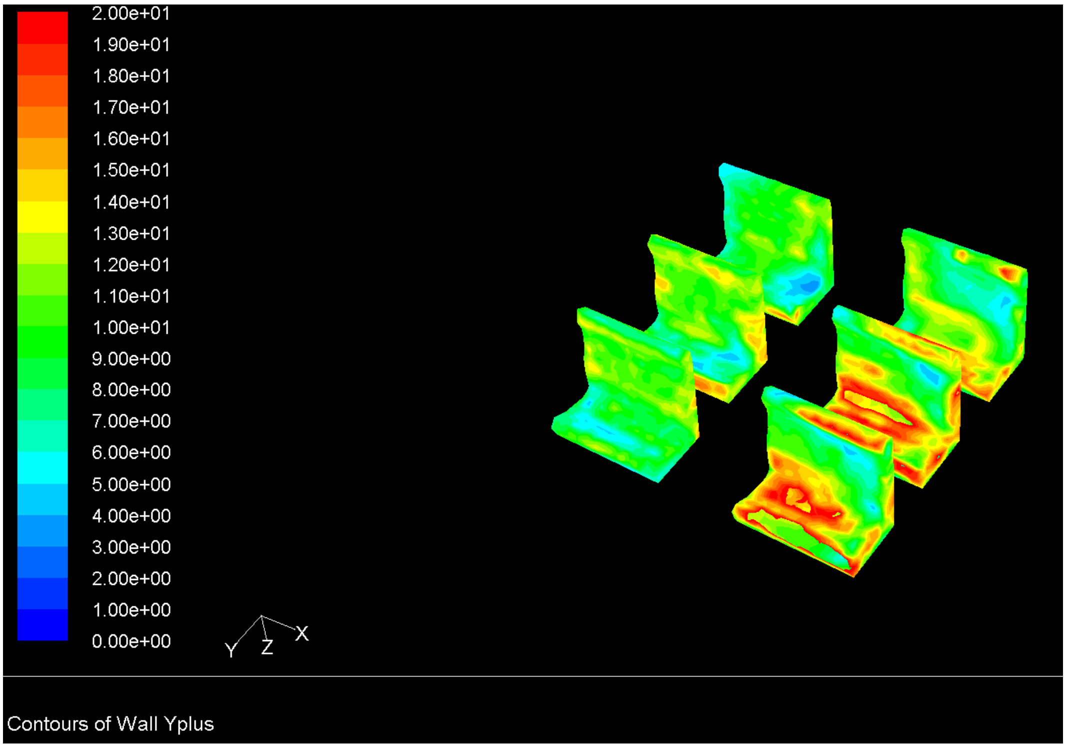

Figura 23: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 20 nas poltronas (848)

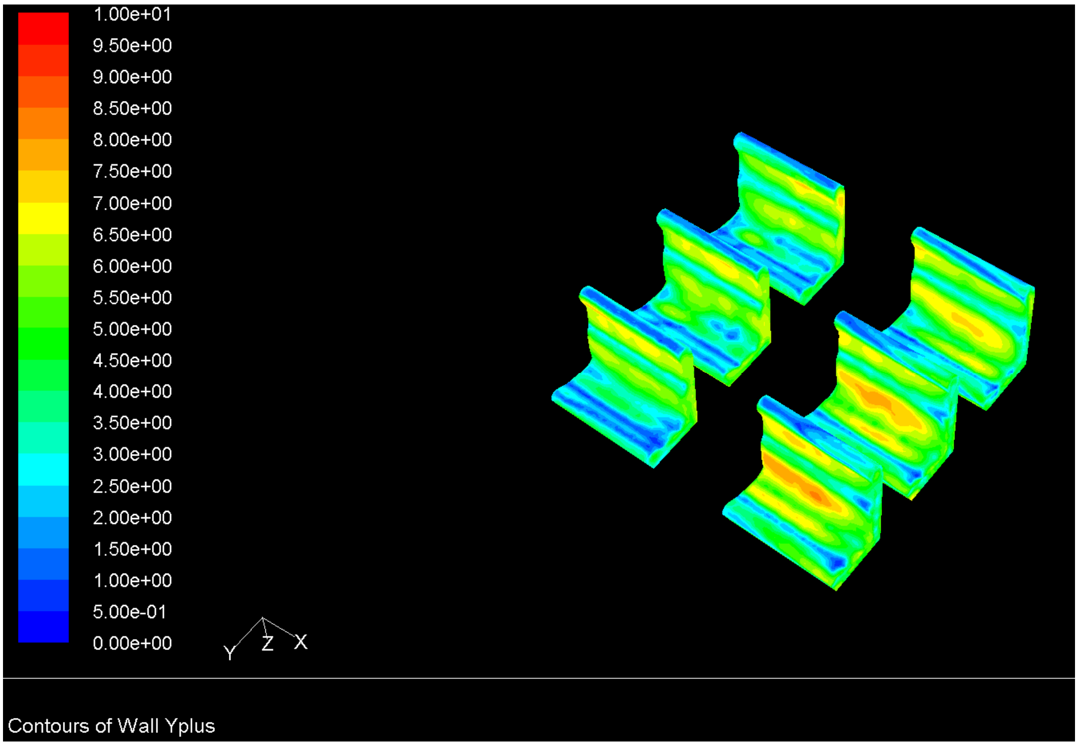

Figura 24: Detalhe da distribuição do y^+ na escala de 0 a 10 nas poltronas (1840)

Nas poltronas além do refinamento, foram geradas camadas de prismas o que é observado pelos melhores valores de y^+ para o tratamento aprimorado na parede.

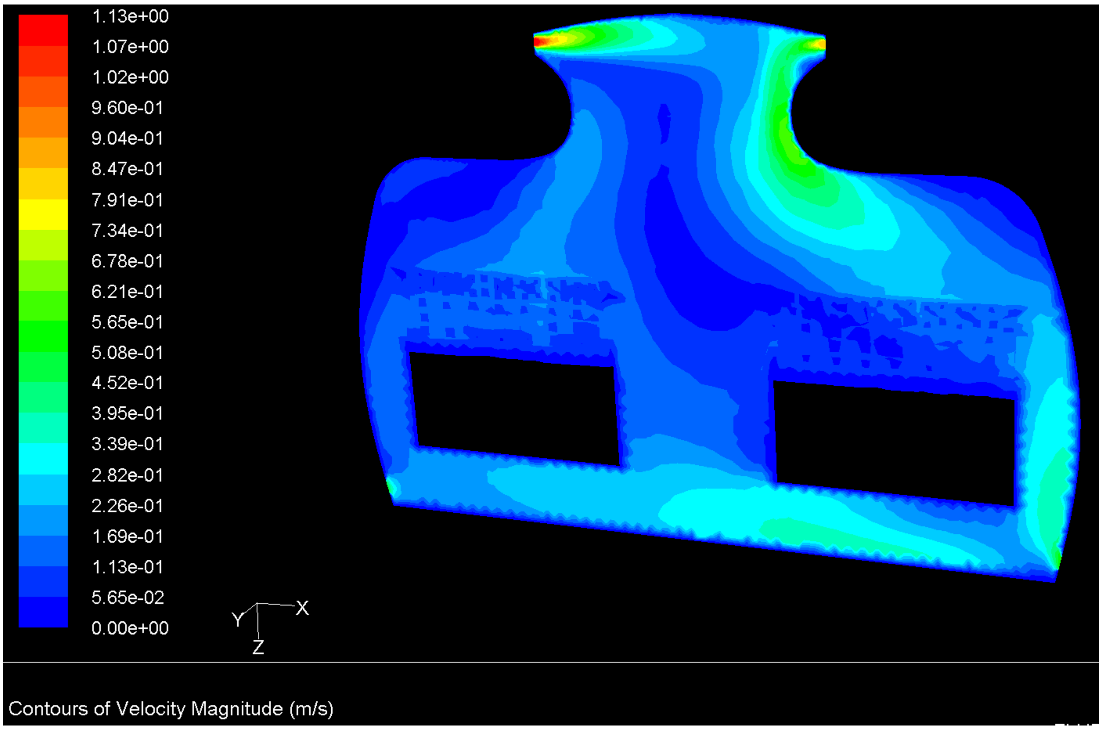

Figura 25: Escoamento na cabine representado pelo fluxo de velocidades em um plano (848)

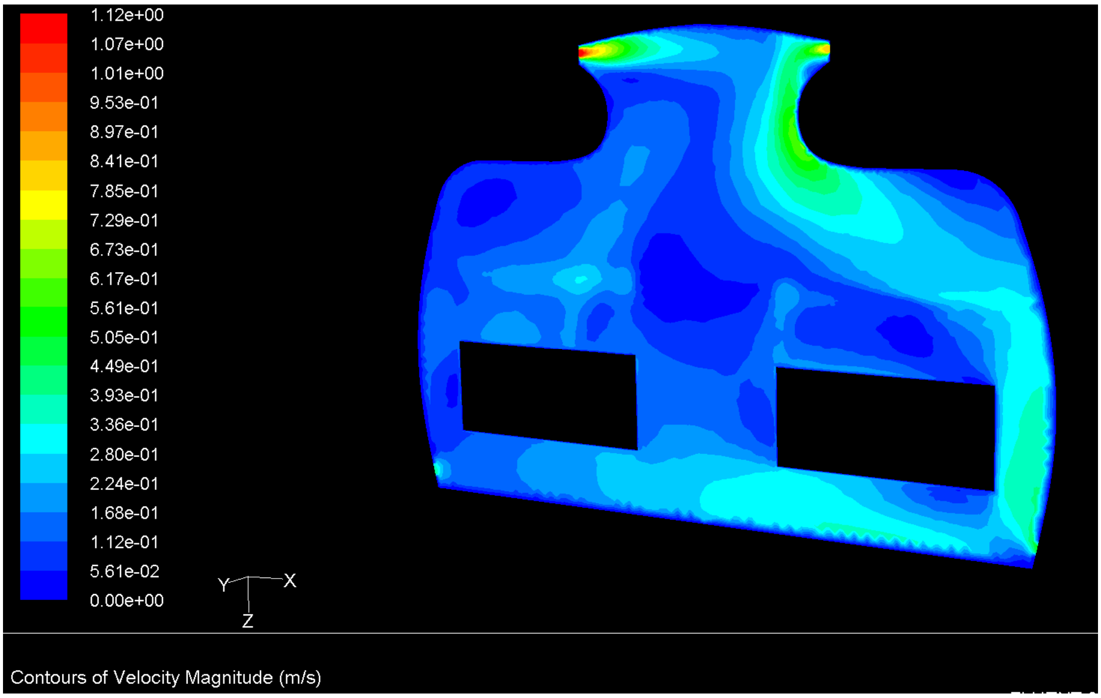

Figura 26: Escoamento na cabine representado pelo fluxo de velocidades em um plano (1840)

Observando o escoamento nesses planos que passam pela poltrona é nítido que a malha de 848 mil elementos não está resolvendo adequadamente os fluxos de velocidade.

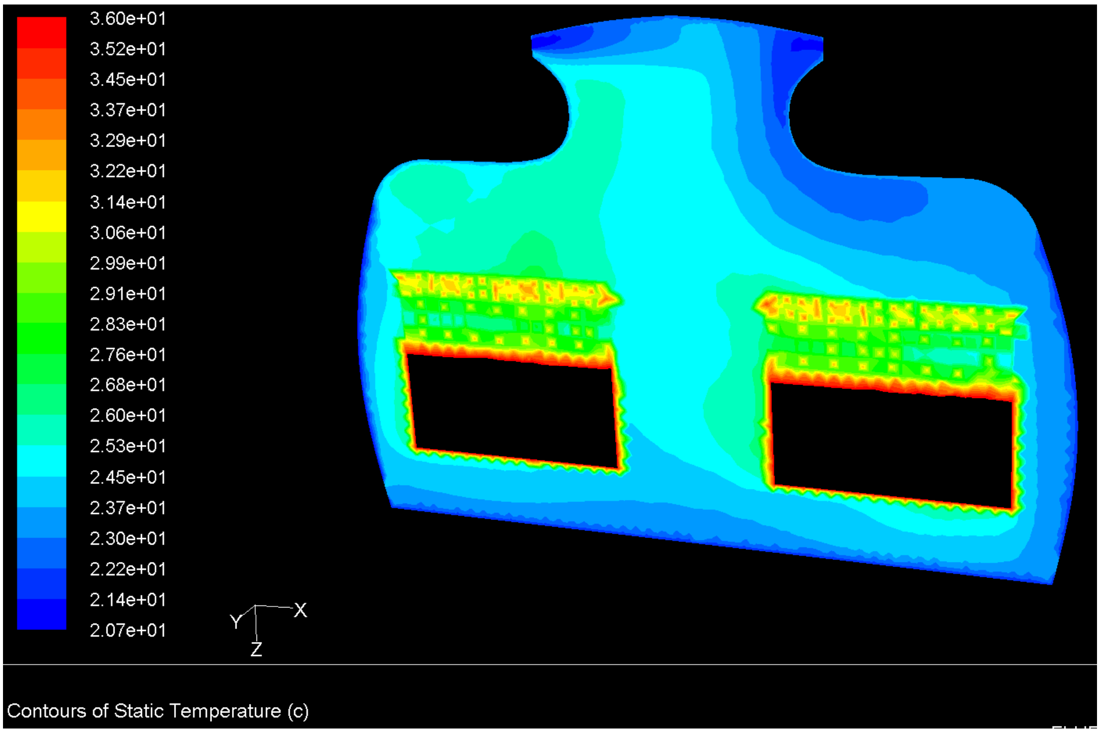

Figura 27: Distribuição de temperatura em um plano da cabine (848)

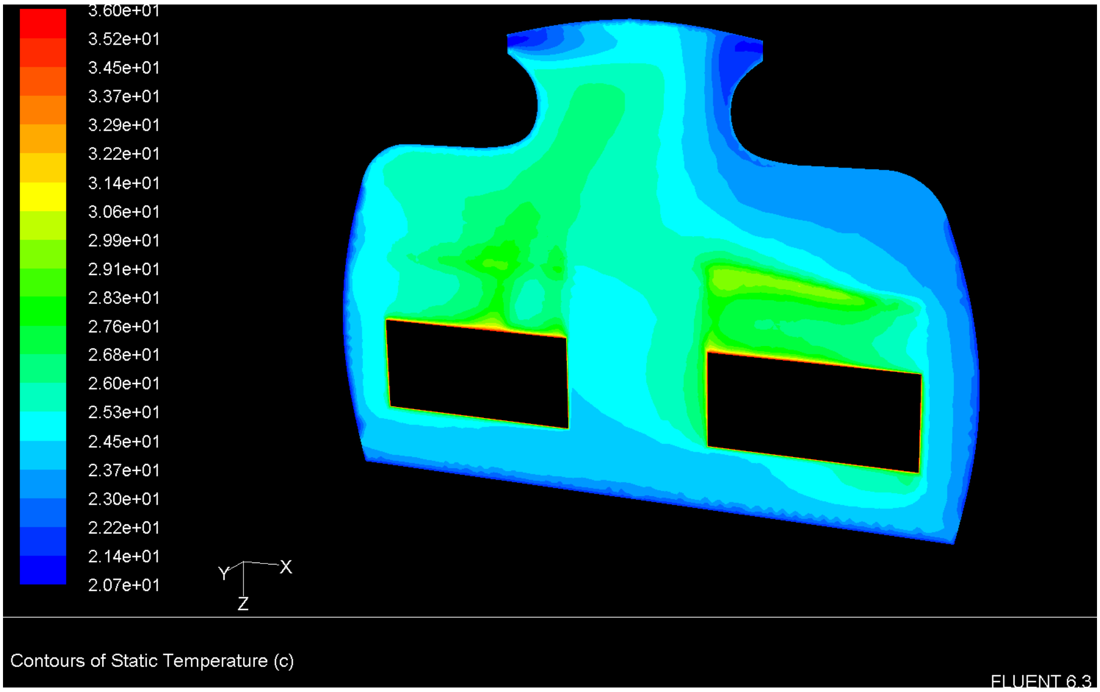

Figura 28: Distribuição de temperatura em um plano da cabine (1840)

Observando a distribuição de temperatura, comprova-se que a malha de 848 mil elementos é muito grosseira para resolver as temperaturas da cabine.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

As expectativas do projeto foram alcançadas. Na discussão do tratamento junto à parede e das funções de parede houve progresso. Foi feita a comparação entre os modelos de turbulência em análise e os tratamentos junto à parede mais coerentes para o ambiente simulado.

Através dos resultados verificou-se a interferência da malha, o escoamento nesse modelo de cabine de aeronave e a distribuição de temperatura. Os resultados convergidos apresentam coerência com as condições de contorno impostas.

Com a simulação da cabine na sua forma simétrica e com apenas uma fileira de poltrona pode-se perceber a aplicabilidade dos modelos de turbulência e os baixos resíduos, com malhas de 400 a 800 mil elementos. Essas malhas ajudaram a fazer uma pré-análise com relativa rapidez para em seguida aplicar as análises dos modelos de turbulência a cabine com três fileiras de poltronas.

O melhor resultado do resíduo da continuidade é para o modelo k-ε realizável $1{,}84 \times 10^{-5}$ com a condição de tratamento aprimorado junto à parede ("enhanced wall treatment"). Ao impor a temperatura nas poltronas o resíduo da continuidade aumentou para $3{,}5 \times 10^{-3}$.

A malha de 1840 mil elementos foi gerada com um maior refinamento em toda geometria, com relação à malha de 848 mil elementos, mas o foco foi nas poltronas, uma vez que ao alterar a condição das poltronas de fluxo de calor nulo para temperatura de 36ºC os resíduos aumentaram consideravelmente.

Dos resultados, chega-se à conclusão que a malha de 848 mil elementos é muito grosseira e não resolve adequadamente o escoamento e a distribuição de temperatura.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASHRAE 55. **Thermal Environmental Conditions for Human Occupancy**: American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, ANSI/ASHRAE 55. New York, 2004.

CHEN, Q. **Indoor airflow, air quality and energy consumption of buildings**. 1988. 156 p. *Ph.D. Thesis*, Delft University of Technology, The Netherlands.

CHEN, Q. Prediction of room air motion by Reynolds-stress models. **Building and Environment**, vol. 31, n 3, 233-244 p, 1996.

FAN, Y. CFD modeling of the air and contaminant distribution in rooms. **Energy and Buildings,** Finlândia, 33-39, December, 1995.

FLUENT, 1998, Fluent User’s Guide, Version 6.0. Fluent Inc.Lebanon – NH, USA.

SILVA, M. C.G. Measurements of Comfort in Vehicles. **Meas. Sci. Technol.** 13 R41 – R60 PII: S095-0233(02)27461-5, 2002.

HOSNI, M. H., GUAN, Y., JONES, B. W.; GIELDA, T. P. Investigation of Human Thermal Comfort Under Highly Transient Conditions for Automotive Applications – Part 1: Experimental Design and Human Subject Testing Implementation. **ASHRAE Transactions** KC-03-13-1, 2003a.

HOSNI, M. H., GUAN, Y., JONES, B. W.; GIELDA, T. P. Investigation of Human Thermal Comfort Under Highly Transient Conditions for Automotive Applications – Part 2: Thermal Sensation Modeling. **ASHRAE Transactions** KC-03-13-1, 2003b.

ISO 14505-2. **Ergonomics of the thermal environment – Evaluation of thermal environment in vehicle: Part2 – Determination of Equivalent Temperature**, 14505-2. Genever, 2004.

NILSSON, H.O. (2004). **Comfort Climate Evaluation with Thermal Manikin Methods and Computer Simulation Modes.** 2004. 202p. Tese (Doutorado) – Department of Technology and Built Environment, University of Gaule, Sweden.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Washington, DC, 1980.

PENNCOT, J.; BOSBACH, J.; WAGNER, C.; RAFAEL, M.; LERCHE, T.; REPP, S. Mixed convection in Idealized Airplane-Cabins: A Comparison Between Numerical Simulations and Particle Image Velocimetry Measurements. **Proceedings of Rommvent 2004,** Coimbra: Portugal, 5-8 p, September, 2004.

PUSTELNIK, M.; TRIBESS, A. Avaliação de ambientes com insuflamento de ar frio pelo piso utilizando simulação numérica. **Anais do MERCOFRIO 2002 –** Congresso de Ar Condicionado, Refrigeração, Aquecimento e Ventilação do Mercosul, 2002.

PUSTELNIK, M. **Avaliação numérica de ambientes com insuflamento de ar frio pelo piso**. 2005. 128 p. Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da USP, São Paulo.

SEO, Eung Ryeol. **"A numerical study of buoyant turbulent flows using low-Reynolds number** k-ε **model"**. 2001. 148 p. Dissertação de Doutorado - "Graduate Faculty of Texs Tech University", Texas, EUA.

TANABE, S. Prediction of indoor thermal comfort in vehicle by a numerical thermoregulation model and CFD. **Proceedings of Rommvent 2004,** Coimbra, Portugal, 5-8, September, 2004.

TRIBESS, A.; FERREIRA, T. A.; STANCATO, F.; SANTOS, L. C. C.; PUSTELNIK, M. Analysis of cooling package inside an aircraft cabin. In: COBEM 2005 – 17th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto , 2005.

VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics:** The finite volume method. Malaysia: Longman, 1995.