

Simulação do escoamento em sistemas porosos usando MPS (Moving-Particle Semi-Implicit)

Nikolas Lukin*

Tanque de Provas Numérico, Depto de Engenharia Naval, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2231, prédio da Engenharia Mecânica e Naval, Cidade Universitária, São Paulo, SP.
nikolas@usp.br

Liang-Yee Cheng

Depto de Engenharia de Construção Civil, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, 83, prédio da Engenharia Civil, Cidade Universitária, São Paulo, SP.
cheng.yee@poli.usp.br

Resumo. Neste trabalho, diversas simulações numéricas são realizadas para investigar e validar o fenômeno do escoamento 2D e 3D em meio poroso utilizando o MPS (Moving-Particle Semi-Implicit), sempre comparando os resultados obtidos com valores teóricos. O meio poroso é modelado como um aglomerado de cilindros. São estudados os efeitos da disposição, do diâmetro e da distância entre os cilindros, bem como as variáveis relacionadas pela Lei de Darcy. As variáveis da simulação, como a distância entre as partículas e o incremento de tempo de integração, também são analisados sistematicamente para determinar as condições ideais de cálculo. Observa-se que as simulações realizadas em ambientes 2D e 3D mostram boa aderência com os resultados previstos pela lei de Darcy e pela equação de Carman Kozeny.

Palavras chave: Hidromecânica, Mecânica dos fluidos computacional, Permeabilidade do solo

1. Introdução

Recentemente, as descobertas de reservas de petróleo impulsionaram o desenvolvimento de soluções para o problema de simulação numérica de escoamentos em meio poroso. Diversas simulações numéricas foram realizadas para investigar o fenômeno, mas pouco ainda se estudou utilizando métodos sem malhas para o cálculo os quais simplificam o pré-processamento e facilitam a modelagem de geometrias complexas. O MPS (Moving-Particle Semi-Implicit) é um método computacional originalmente desenvolvido para simular o comportamento dinâmico de um fluido incompressível. O método consiste em dividir o domínio em partículas e, sob o ponto de vista lagrangeano, resolver as equações da continuidade e de Navier-Stokes aplicando operadores derivados de um modelo de interação entre partículas. Por trabalhar sem a necessidade do uso de malhas, o método tem diversas aplicações em problemas que envolvem fragmentações, superfícies livres e grandes deformações. Detalhes sobre o método MPS podem ser encontrados em Koshizuka *et al.* (1996). Neste trabalho, o MPS é utilizado para simular o escoamento 2D de um fluido através de um meio poroso, modelado como um aglomerado de cilindros. A disposição, o diâmetro dos cilindros e a distância entre elas, assim como a distância entre as partículas, são variados sistematicamente.

2 Escoamentos em meios porosos

Por definição, um meio poroso é um meio sólido que apresenta poros, ou vazio. Como exemplo de meios porosos podem ser citados rochas, argilas e solos em geral. O escoamento em meios porosos é de grande interesse para engenharia, pois muitos fenômenos de transporte importantes tais como o enchimento de mananciais e a extração de petróleo ocorrem nestes meios.

De acordo com a Lei de Darcy, a perda de carga é inversamente proporcional à viscosidade e diretamente proporcional a um parâmetro que ele definiu como a permeabilidade do meio. A forma mais completa da sua equação pode ser deduzida a partir da fórmula de Bernoulli para escoamentos incompressíveis resultando em

$$\bar{v} = K \frac{(H_1 - H_0)}{L} \quad (1)$$

Sendo \bar{v} a velocidade média do escoamento, H_i a energia específica (ou carga total) do fluido, L o comprimento do caminho poroso e K a condutividade hidráulica do fluido no meio dada por:

$$K = \frac{k}{\mu} \quad (2)$$

Onde k a permeabilidade intrínseca do meio poroso e μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Em escoamentos horizontais e com número de Reynolds menor do que 1,0 a carga total se resume ao termo piezométrico:

$$H_i = \frac{P_i}{\gamma} \quad (3)$$

Em que γ é a densidade específica do fluido e P_i é a pressão do fluido. De acordo com o modelo 2D de Carman-Kozeny (Carman, 1948), a permeabilidade intrínseca de um solo composto por cilindros empacotados, quando percorrido por um fluido com número de Reynolds menor do que 1,0, é calculada por:

$$k = C \frac{\theta^3}{(1-\theta)^2} \quad (4)$$

Sendo C , denominado fator de forma, uma constante inerente a cada tipo de meio poroso e θ a porosidade do meio.

3 Casos de estudo

Para a simulação do escoamento, os modelos analisados neste trabalho são definidos com base nos casos utilizados nos ensaios numéricos realizados por Nield e Bejan (1999). As variáveis consideradas no presente estudo são: raio, arranjo e distância entre os centros dos cilindros, largura e distância entre cilindros. Os dois arranjos diferentes estudados são: alinhado e cruzado (Figs. 1 e 2 respectivamente). A seta indica a direção e o sentido do escoamento.

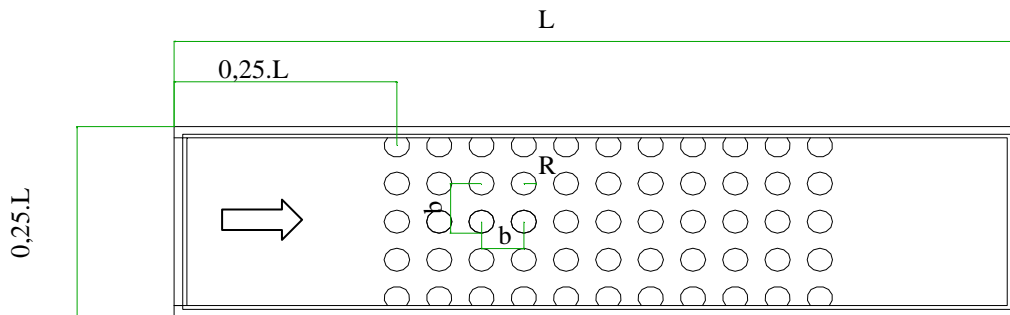


Figura 1: Arranjo alinhado para a simulação

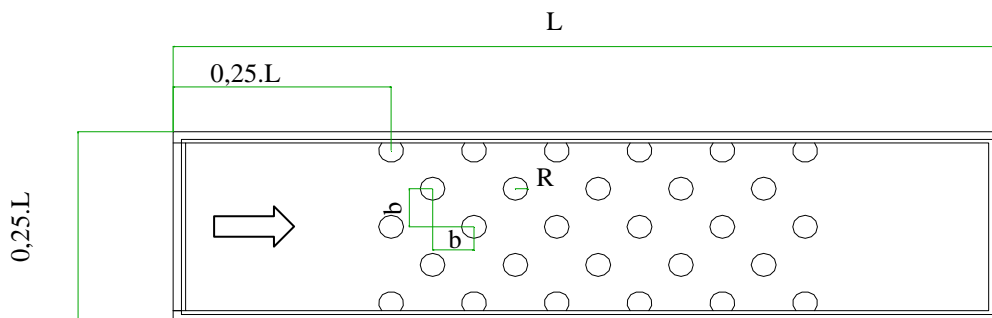


Figura 2: Arranjo cruzado para a simulação

A entrada de partículas de fluido dá-se pela extremidade esquerda, enquanto a saída de fluido está localizada na extremidade direita do modelo. O meio poroso ocupa 50% de todo comprimento de tal forma que está simetricamente posicionado no modelo.

4. Resultados e discussões

Nestes ensaios, para cada simulação, é construído o gráfico da pressão relativa de cada partícula em função da sua posição horizontal, tomando como referencial a extremidade direita do conduto como pressão nula. Como metodologia de análise, para se calcular a queda de pressão em cada caso, são calculadas as médias das pressões de todas as partículas nos primeiros 25% do conduto. Observa-se que os pontos estão distribuídos de forma normal em torno da linha de tendência e, assim, foi possível calcular o erro numérico de cada simulação. Um exemplo deste gráfico pode ser visto na Fig. 3:

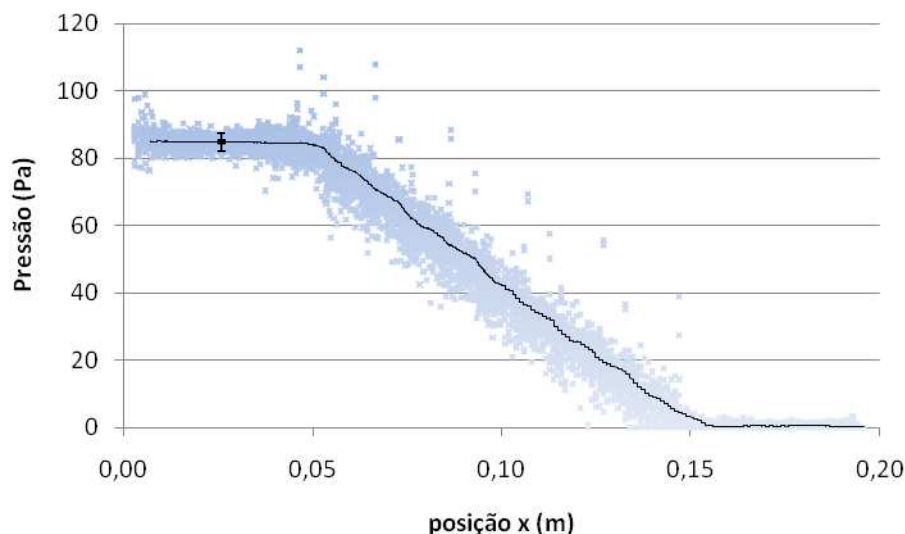


Figura 3: variação da pressão em função da posição horizontal (x) para um escoamento no modelo cruzado com $b=10\text{mm}$, $R=3\text{mm}$, $L=200\text{mm}$, $\nu=50\text{cp}$ e $v=5,0\text{mm/s}$ mostrando a tendência e o desvio-padrão dos pontos.

4.1 Análise dos efeitos dos parâmetros de simulação

As variáveis de simulação são analisadas sistematicamente. O incremento de tempo (Δt), que é o passo de tempo para a integração das equações diferenciais, foi a primeira variável a ser estudada e, nas simulações, a distância entre as partículas, é mantida constante e igual a 1mm por uma questão de tempo computacional. Foram simulados casos com incremento de tempo entre 0,1ms e 0,025ms enquanto os demais parâmetros mostrados na Tabela 1 são mantidos constantes:

Tabela 1: Parâmetros da simulação para analisar o efeito do incremento de tempo

Parâmetro	Valor
Raio das esferas (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	80,0cST
Densidade	0,88g/cm ³
Velocidade de entrada (V_0)	0,005m/s
Distância entre partículas	1,0mm

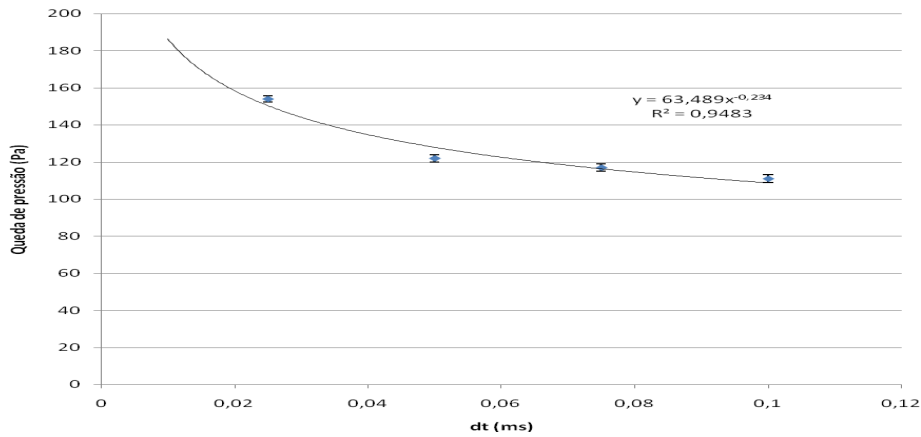


Figura 4: Resposta da pressão para diferentes valores de incremento de tempo

Observa-se que na faixa estudada, o aumento do incremento de tempo tende a diminuir a queda de pressão, convergindo para um valor constante. Este fato está associado ao efeito de amplificação das oscilações de pressão quando o incremento de tempo é reduzido no MPS (ENDO *et al*, 2008). A Figura 4 mostra a faixa de incremento de tempo adequada para o caso.

Em uma segunda etapa, a distância entre as partículas, é variada sistematicamente, assumindo valores entre 1,0mm e 0,3mm e mantendo-se as dimensões dos modelos. Os demais parâmetros mostrados na Tabela 2 também são mantidos constantes. Os resultados obtidos foram comparados com os valores teóricos correspondentes ao modelo de

Carman-Kozeny utilizando $C = \frac{(2R)^2}{30c_o}$, com $c_o = 7,46$.

Tabela 2: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da distância entre partículas

Parâmetro	Valor
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,18cST
Densidade	0,88g/cm ³
Velocidade de entrada (V ₀)	0,005m/s
Time step	0,05ms

Da Figura 5, podemos observar que a diferença entre a pressão calculada e o valor teórico é menor para a razão adimensional entre o raio do cilindro e a distância de partículas maior que 6,0. A menor relação entre o raio dos cilindros e a distância entre partículas que converge no valor teórico será o valor utilizado para se dimensionar os modelos em ambiente 3D.

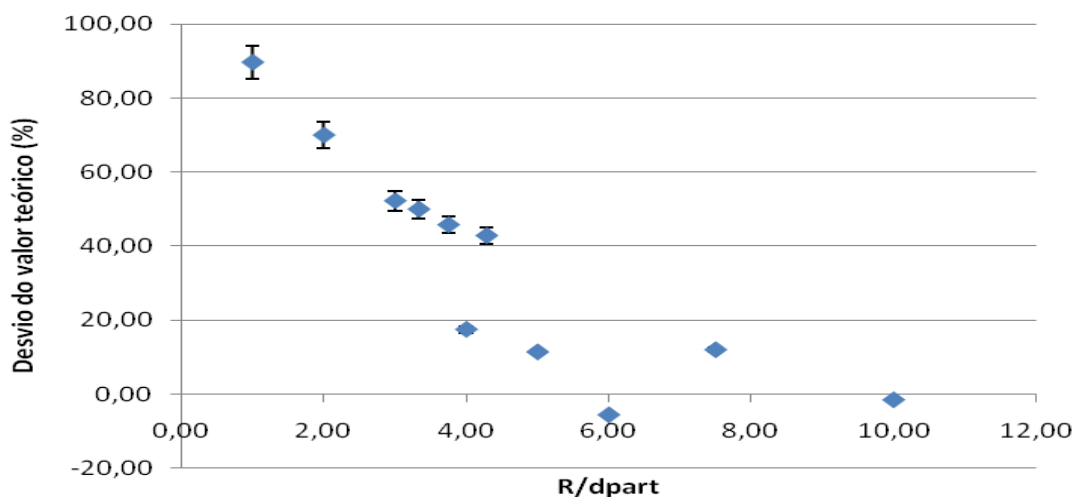


Figura 5: Variação do desvio do valor teórico para diferentes valores de razão raio do cilindro e distância entre partículas

4.2. Efeito das propriedades do escoamento

As propriedades do escoamento que estão relacionadas na Lei de Darcy também são estudadas. Pela Lei de Darcy, existe uma relação entre a velocidade do escoamento, comprimento do caminho poroso, a densidade e a viscosidade do fluido com a queda de pressão.

As contribuições que a densidade do fluido provoca sobre a simulação são determinadas simulando-se escoamentos com densidades de 0,70kg/l, 0,88 kg/l, 0,90 kg/l, e 1,00 kg/l. Para analisar o efeito da densidade do fluido, são utilizados os parâmetros mostrados na Tabela 3:

Tabela 3: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da densidade do fluido

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V_0)	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm

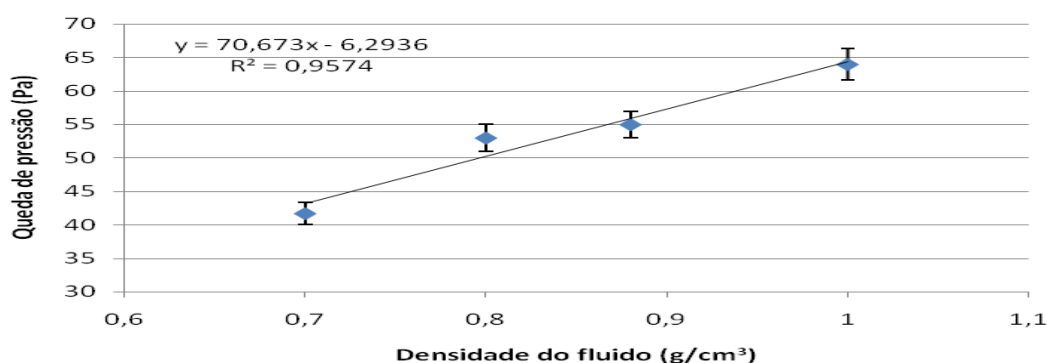


Figura 6: Variação da queda de pressão para diferentes valores de densidade do fluido

Observa-se que a queda de pressão apresenta uma tendência à relação linear com a densidade do fluido, conforme previsto pela lei de Darcy e ilustrado na Fig. 6.

Por outro lado, são simulados casos com velocidades em uma faixa entre 0,50mm/s e 5,00mm/s para analisar as contribuições que a velocidade de escoamento provoca sobre a simulação. Para analisar o efeito da velocidade do fluido, são utilizados os parâmetros mostrados na Tabela 4:

Tabela 4: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da velocidade do escoamento

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Viscosidade	27,44cST
Densidade	0,88g/cm ³
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm

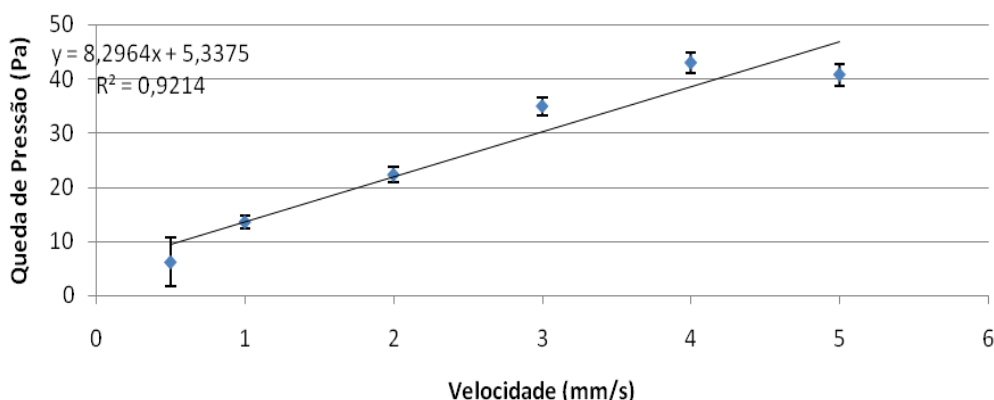


Figura 7: Variação da queda de pressão para diferentes valores de velocidade de escoamento

Conforme esperado pela lei de Darcy, observa-se na Fig. 7 que a queda de pressão também apresenta uma tendência de relação linear com a velocidade de escoamento. Cabe notar que o erro é menor em velocidades mais altas.

As contribuições que a viscosidade do fluido provoca sobre a queda de pressão são analisadas. São simulados casos com viscosidades de 27,4 cST, 50,0 cST, 60,0 cST, 80,0 cST e 90,0 cST. Para analisar o efeito da viscosidade do fluido, são utilizados os parâmetros mostrados na Tabela 5:

Tabela 5: Parâmetros da simulação para analisar o efeito da viscosidade do fluido

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm ³
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V ₀)	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm

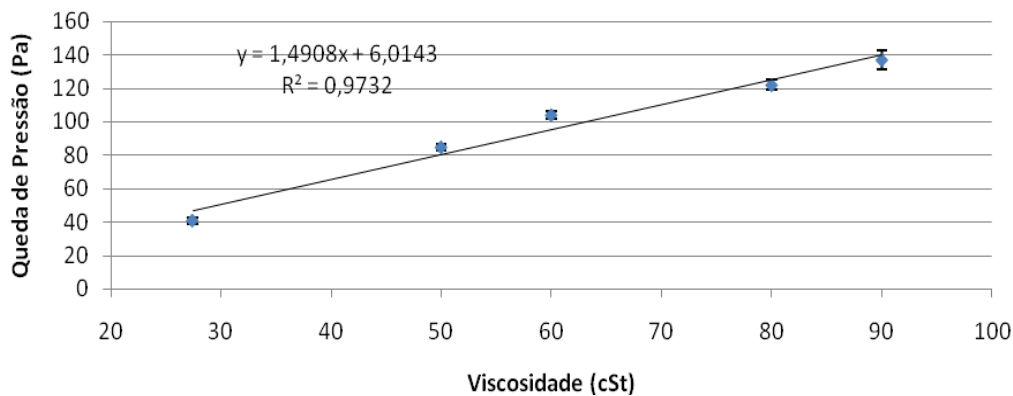


Figura 8: Variação da queda de pressão para diferentes valores de viscosidade do fluido

Observa-se na Fig. 8 que, dentro da faixa de valores estudada, a queda de pressão pode muito bem ser representada por uma relação linear com a viscosidade do fluido, conforme já era previsto pela lei de Darcy.

Finalmente, os efeitos que o comprimento do modelo provoca sobre os resultados são analisados. Sabe-se que a queda de pressão é diretamente proporcional ao comprimento do caminho poroso. São simulados modelos com comprimento da região porosa variando entre 25 e 150mm. Nesta análise, os parâmetros mostrados na Tabela 6 são mantidos constantes:

Tabela 6: Parâmetros da simulação para analisar o efeito de L

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Distância entre os centros (b)	10mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm ³
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V ₀)	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm

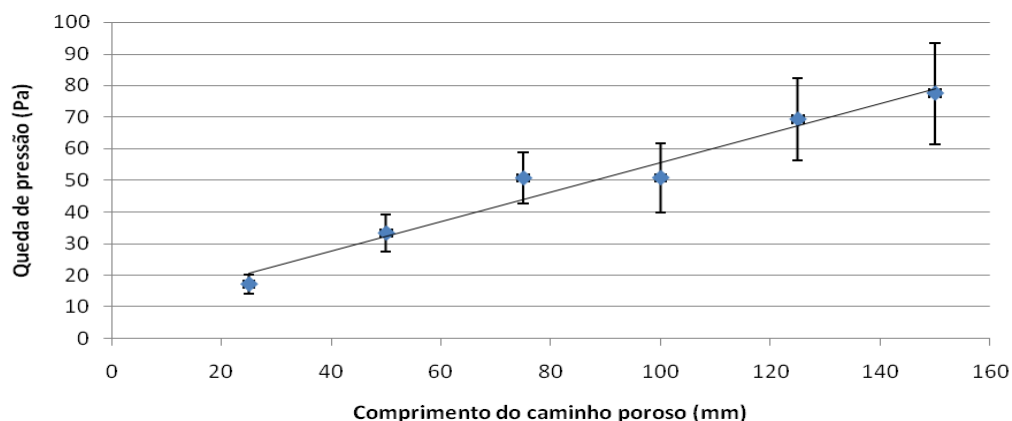


Figura 9: Variação da queda de pressão em função do comprimento do caminho poroso

Observa-se que, na Fig. 9, a queda de pressão apresenta uma relação linear com o comprimento do meio poroso, conforme previsto pela lei de Darcy.

4.3 Efeito da porosidade

Em uma outra etapa, as dimensões da distância entre os centros (b) é variada sistematicamente e estuda-se o comportamento da permeabilidade de cada modelo, calculada a partir da queda de pressão obtida, em função da porosidade (θ). São simulados modelos com b em uma faixa de 7mm a 15mm. Os demais parâmetros na Tabela 7 permanecem constantes. Os resultados estão expressos em termos da permeabilidade calculada em função do adimensional $\theta^3/(1-\theta)^2$ e são mostrados nas Figs. 10 e 11 para os arranjos alinhado e cruzado:

Tabela 7: Parâmetros da simulação para estudar o efeito porosidade do meio

Parâmetro	Valor
Raio das cilindros (R)	3mm
Comprimento do modelo (L)	200mm
Largura do modelo (D)	50mm
Densidade	0,88g/cm ³
Viscosidade	27,44cST
Velocidade de entrada (V ₀)	0,005m/s
Time step	0,05ms
Distância entre partículas	1,0mm

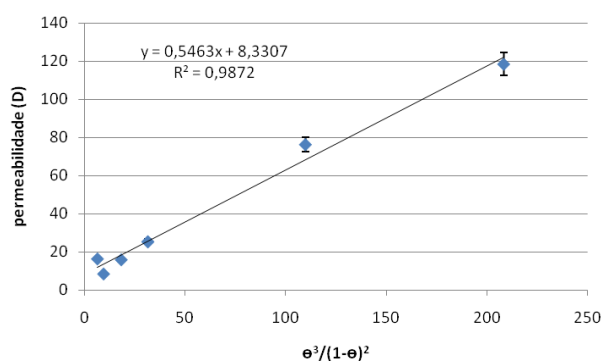


Figura 10: Variação da permeabilidade do modelo cruzado em função da porosidade

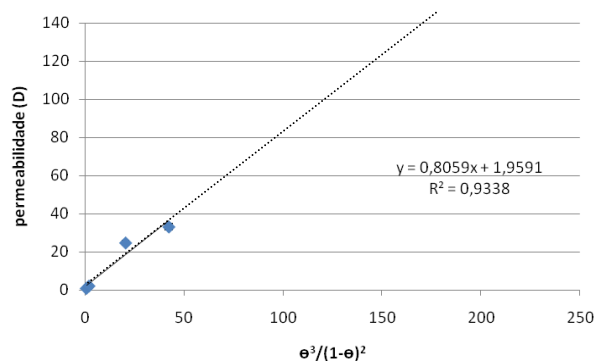


Figura 11: Permeabilidade do modelo alinhado em função da porosidade

Observa-se que a permeabilidade do meio poroso varia linearmente com a $\theta^3/(1-\theta)^2$, conforme era esperado por Carman (1948). A partir das retas obtidas das Figs. 10 e 11 obtêm-se os parâmetros de Carman-Kozeny para os modelos alinhado e cruzado mostrados na Tabela 8:

Tabela 8: Valores da constante de Carman-Kozeny para o modelo 2D

Modelo	$\frac{1}{C}$ [m ⁻²]
Cruzado	1,83.10 ¹²
Alinhado	1,21.10 ¹²

Nota-se ainda que, para um dado valor de porosidade, a razão entre a permeabilidade obtida pelo modelo cruzado e a permeabilidade obtida pelo modelo alinhado é de aproximadamente 1,5 vezes.

4.4. Simulações em ambiente 3D

Simulações numéricas em ambiente 2D representam a idealização de um perfil de uma secção infinita. Entretanto, este tipo de idealização não é adequada para representar muitos modelos de escoamento, tal como o escoamento em rochas reservatórios, como foi visto. Desta forma, é necessário estudar o escoamento em ambientes 3D.

Em uma primeira etapa para a validação do método em 3D, o modelo 2D foi extrudado para gerar um modelo tridimensional com dimensões finitas. Como nestas condições a simulação demanda um consumo computacional maior, a otimização obtida foi aplicada para dimensionar o modelo cuja representação pode ser vista na figura 12.

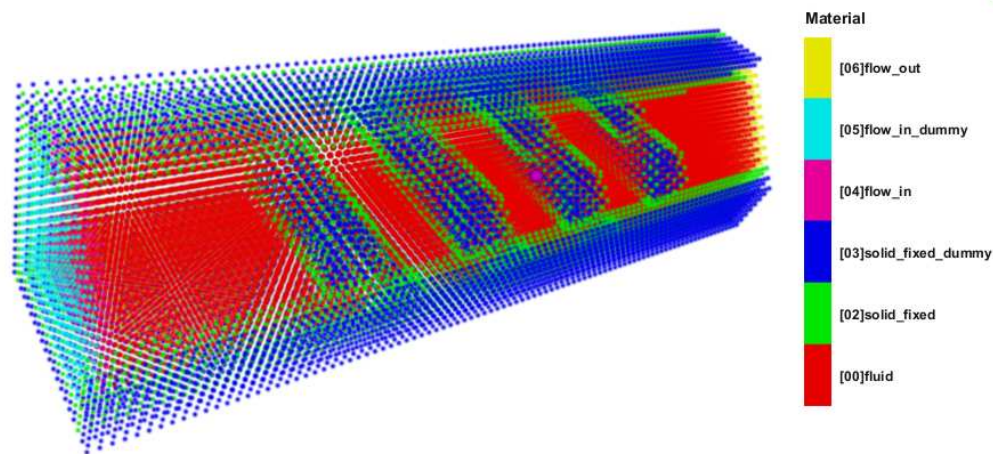


Figura 12: Visualização do modelo 3D (com corte) no visualizador Pos3D

Seguindo o mesmo procedimento dos ensaios anteriores, os seguintes casos descritos na tabela 10 foram simulados, enquanto os parâmetros da tabela 9 foram mantidos constantes. A escolha destas dimensões para os modelos se justifica para etapas futuras do desenvolvimento e validação do método.

Tabela 9: Parâmetros da simulação para estudar a simulação 3D

Parâmetro	Valor
Time step	0,01ms
Velocidade de entrada (V_0)	0,005m/s
Densidade	0,88g/cm ³
Viscosidade	27,44cST

Tabela 10: Dimensões dos modelos 3D para a simulação numérica

Modelo	Dist. entre partículas (mm)	Comprimento (L) mm	Largura (D) mm	Distância entre os centros (b) mm	Raio dos cilindros (R) mm
1	0,1	9,5	2,2	0,8	0,35
2	0,1	9,5	3,0	1,2	0,5
3	0,2	19,0	5,2	2,0	0,85
4	0,2	19,0	5,8	2,3	1,0
5	0,3	28,5	7,8	3,0	1,4

Obteve-se os resultados para a queda de pressão apresentados na tabela 11. De acordo com estes, nota-se, que nas condições das simulações, os resultados 3D apresentaram uma melhor aderência que as simulações 2D. Este fato sugere que as simulações em 2D necessitam de um grau de discretização maior do que os seus análogos em 3D.

Tabela 11: Resultados para os ensaios 2D e 3D

Modelo	Queda de pressão (Pa)				
	Teórico	2D	Desvio (%)	3D	Desvio (%)
1	48,8	49,4	-1,3	53,9	-10,5
2	17,5	27,2	-55,6	22,8	-30,4
3	13,7	29,6	-116,0	9,9	27,9
4	11,5	18,2	-58,7	10,0	12,8
5	14,2	24,9	-75,2	14,6	-2,7

5. Considerações finais

As simulações numéricas de ambos os modelos alinhado e cruzado ensaiados apresentaram uma boa aderência em relação aos resultados teóricos. Nas simulações em ambiente 2D, observa-se que, em todas as condições ensaiadas, as respostas da permeabilidade do meio, para as variações da velocidade do escoamento, da viscosidade e da densidade do fluido obedecem a Lei de Darcy e a queda de pressão exibe um perfil linear. Estudos de convergência foram realizados para as simulações em 2D e os parâmetros numéricos também se mostraram adequados para as simulações 3D, em que os resultados se mostraram até mais aderentes aos teóricos que aqueles resultados bidimensionais.

REFERÊNCIAS

- Carman, P. C. (1948). Interaction of Water and Porous Materials. *Soc. Discussions*, p. 72 .
- Darcy. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* ("The Public Fountains of the Town of Dijon"). Paris: Dalmont.
- ENDO, C. Y., NISHIMOTO, K., CHENG, L. Y., & TSUKAMOTO, M. M. (2008). Validação e Análise de Sensibilidade do MPS (Moving Particles Semi-Implicit) no Estudo de Sloshing em Tanques Prismáticos. *The Proceedings of the XXIX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering* .
- Koshizuka S., T. H. (1995). A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Computational Fluid Dynamics Journal* 4 , pp. 29–46.
- Nield, A. e. (1999). *Flow Through Porous Media*. Nova York: Springer Verlag.

6. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

Flow analysis in porous media using *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) method

Nikolas Lukin*

Numerical Offshore Tank, Dept of Naval Engineering, Escola Politécnica, University of S. Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2231, Edifício de Engenharia Mecânica e Naval, São Paulo, SP.
nikolas.lukin@poli.usp.br

Liang Yee Cheng

Dept Construction Engineering, Escola Politécnica, University of S. Paulo, Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, 83, Edifício de Engenharia Civil, São Paulo, SP.

In the present work, several numerical simulations were performed in order to investigate and validate the flow phenomena in porous media in 2D and 3D environment using MPS (Moving-Particle Semi-Implicit) and the results are compared with those predicted by theoretical models as well. For the sake of simplicity, the porous media is modeled as a conglomerate of cylinders. The effects of the cylinders arrangement, diameter and distance as well as the discretization in the domain and time step influences are analyzed systematically to determine the ideal conditions to performing this analysis. The validation for the numerical approach was done by comparing numerical results with those one predicted by Darcy law and Carman-Kozeny model for laminar flow in porous media and both 2D and 3D simulation results shows a good correlation to theoretical data.

Keywords: Hydromechanics, Computational Fluid Dynamics, Permeability of Soil