

# MODELAGEM DINÂMICA LONGITUDINAL DE VEÍCULOS ARTICULADOS

**Daniel Liebert**

daniel.liebert@gmail.com

**Resumo:** O presente trabalho dedica-se ao estudo da dinâmica longitudinal e vertical de veículos combinados em configuração cavalo semi-reboque. São estudados modelos individuais para os diferentes tipos de forças atuantes em tais veículos. Um modelo matemático não-linear é deduzido para o movimento acoplado longitudinal e vertical do veículo. Tendo em vista as não linearidades obtidas, são estudadas diferentes possibilidades de simulação para o modelo. São expostos e discutidos os resultados obtidos com a simulação na plataforma SCILAB/SCICOS. É feita ainda uma pesquisa dos modelos existentes para o efeito “slosh”.

**Palavras chave:** caminhões, dinâmica veicular, modelos matemáticos, simulink.

## 1. Introdução

De acordo com o Anuário Estatístico de Transportes Terrestres de 2008, publicado pela Agência Nacional de Transportes Terrestres, havia no Brasil, em 2007, aproximadamente 1,5 milhão de caminhões. Com tantos caminhões em trânsito, tornam-se necessárias medidas que minimizem a possibilidade de acidentes.

As características dinâmicas de qualquer veículo automotor dependem fortemente de parâmetros como localização do centro de gravidade e massa total. Por isso, torna-se difícil a previsão do comportamento dinâmico de veículos de carga fluida. Nestes veículos, as condições de operação altamente variáveis alteram o desempenho dinâmico de forma significativa. Não só a massa varia, mas a localização do centro de massa também. Cargas líquidas movem-se com maior facilidade, podendo alterar as características dinâmicas do veículo de forma a desestabilizá-lo. Este efeito de transferência de carga por movimentação de líquido é conhecido como efeito de “sloshing”. Por fim, a inserção de uma articulação entre o cavalo e a carreta torna o problema ainda mais complexo. Surge aí a necessidade de estudar as influências deste tipo de carga na dinâmica do veículo.

O trabalho visa, portanto, a elaboração de um modelo matemático que produza resultados confiáveis. Deseja-se, por fim, com a simulação, possibilitar a predição do comportamento dinâmico de caminhões sujeitos à aceleração e frenagem bruscas, de forma a torná-los mais seguros. Serão foco do trabalho os caminhões do tipo cavalo semi-reboque, como o ilustrado na Fig. (1).



Figura 1 – Caminhão-tanque articulado

## 2. Modos de instabilidade de veículos articulados

Segundo Eshleman; Desai (1972), os veículos articulados apresentam dois modos de instabilidade comuns, o acotovelamento (“*Jackknifing*”) e o balanço lateral da unidade rebocada (“*Trailer swing*”). Vkl (1982) apud Gutiérrez (1999) cita ainda um terceiro modo de instabilidade, a oscilação de arrasto da unidade rebocada (“*Snaking oscillation*” ou “*flutter*”). O “*jackknifing*” ocorre quando o cavalo-mecânico gira ao redor do pino-rei devido a uma falta de força lateral nos seus pneus traseiros. Já o “*trailer swing*” é caracterizado por um grande ângulo de yaw, que é o ângulo formado entre o cavalo-mecânico e a carreta. Este fenômeno resulta de uma perda parcial de força lateral nas rodas da carreta. O “*flutter*” seria uma oscilação com efeito semelhante ao “*trailer swing*”, porém com menor intensidade e movimento alternado.

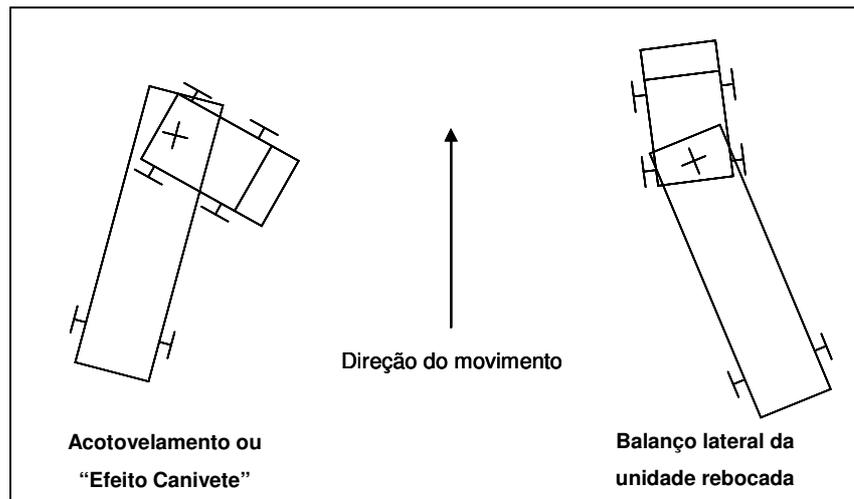


Figura 2 - Modos de instabilidade de veículos articulados

A falta de força lateral suficiente nos pneus é a causa de instabilidade em veículos articulados. Esta condição pode ocorrer quando o pneu atinge o limite de força transmissível, devido à interação pneu-solo.

### 3. Modelagem matemática do movimento longitudinal

No estudo proposto, o primeiro passo é a diferenciação dos três movimentos possíveis, o movimento longitudinal (aceleração e frenagem), o movimento lateral (curvas e manobras) e o movimento vertical (amortecimento e suspensão). Para o estudo de cada movimento devem ser propostos ainda modelos para as forças internas e externas atuantes. Forças internas incluem aquelas devidas à articulação entre cavalo e semi-reboque e as forças do sistema de suspensão. As forças externas incluem as forças de interação pneu-solo (forças de tração e forças de resistência à rolagem), forças aerodinâmicas e força peso.

#### 3.1. Interação pneu-solo

##### 3.1.1. Forças de tração

Sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito entre pneu e solo e  $F_N$  a força normal atuante no pneu, é possível determinar a força lateral ou longitudinal atuante  $F_{at}$ , conforme a Eq. (1).

$$F_{at} = \mu \cdot F_N \tag{1}$$

Os modelos mais comuns relacionam o coeficiente de atrito ao escorregamento observado no pneu. Em termos longitudinais, o escorregamento “ $s$ ” é definido em função da velocidade do solo e a velocidade do ponto do pneu que está em contato com ele. Matematicamente, sendo  $\omega$  a velocidade de rotação da roda,  $r_e$  o raio efetivo da roda (considerando deformação do pneu) e  $v_c$  a velocidade absoluta do veículo, a definição difere para aceleração e para frenagem, conforme mostram as Eqs. (2) e (3), respectivamente:

$$s_A = \frac{\omega \cdot r_e - v_c}{\omega \cdot r_e} \tag{2}$$

$$s_F = \frac{v_c - \omega \cdot r_e}{v_c} \tag{3}$$

Um modelo que relaciona  $\mu$  e  $s$  foi proposto por Pacejka (2006) e é conhecido como “Fórmula mágica”. Tal modelo está mostrado na Eq. (4) e o significado de seus coeficientes pode ser visto na Fig. (3).

$$\mu(s) = D \cdot \text{sen}(C \cdot \arctan(B \cdot s - E(B \cdot s - \arctan(B \cdot s)))) \tag{4}$$

Na Eq. (4),  $\mu$  representa o coeficiente de atrito e  $s$  representa o escorregamento do pneu. Esta função matemática descreve uma curva que passa pela origem, atinge um máximo e então decresce aproximando-se assintoticamente de uma reta decrescente.

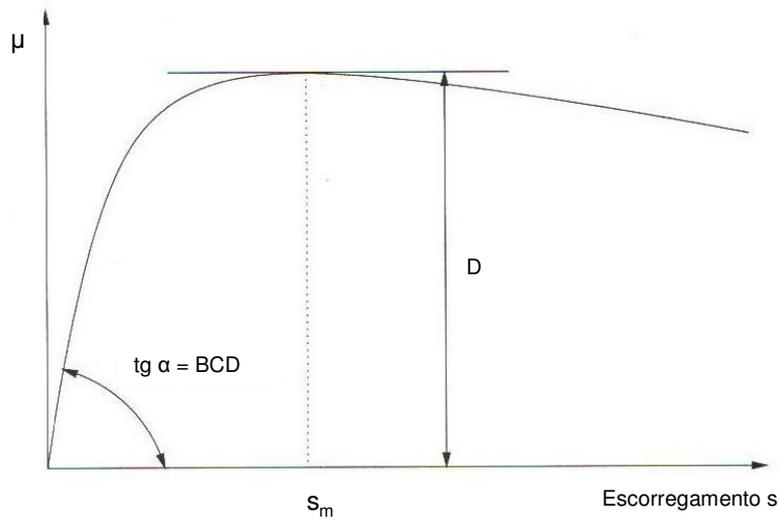


Figura 3 - Significado dos parâmetros da fórmula

O valor máximo atingido pela curva, que é chamado de  $\mu_{\max}$  em curvas reais, é dado pelo fator  $D$ , enquanto o produto  $BCD$  representa o coeficiente da reta na origem. Para o caso de movimento puramente longitudinal, por exemplo, este coeficiente de reta é conhecido como rigidez de força longitudinal e estabelece a relação entre a força longitudinal no pneu e o escorregamento nesta direção. O fator  $C$  determina o limite do argumento da função seno e estabelece, assim, se a curva caracteriza uma função de força longitudinal, lateral ou de momento restaurador. Para força longitudinal,  $C$  tem um valor aproximado de 1,65. Com  $D$  e  $C$  determinados,  $B$  resta para estabelecer o valor da rigidez de força. O valor de  $E$  determina a curvatura da curva, fixados o valor máximo e o coeficiente de reta da origem. Em outras palavras,  $E$  determina o valor para o qual  $\mu_{\max}$  é atingido e pode ser calculado por:

$$E = \frac{B \cdot s_{\max} - \tan\left(\frac{\pi}{2C}\right)}{B \cdot s_{\max} - \arctan(B \cdot s_{\max})} \quad (5)$$

Condições normais de viagem apresentam escorregamento entre 3% e 10%, o que está dentro da faixa linear da curva. Observa-se ainda que para uma roda travada, a força transmitida não é a máxima possível. Assim, é desejável que se mantenha o escorregamento máximo na faixa dos 20% a 30%. Durante uma situação extrema e na ausência de sistemas ABS, porém, o travamento pode ocorrer, limitando a força máxima transmitida.

### 3.1.2. Força de resistência à rolagem

A força de resistência à rolagem aparece a partir do momento em que o veículo começa a se locomover. As deformações sofridas pelos pneus fazem com que haja uma perda de energia inerente ao movimento. Um modelo é o do deslocamento da força normal atuante no pneu, como proposto por Popov et al. (2003) apud Miége; Popov (2004). Este modelo é mostrado na Fig. (4). Ele considera a força normal atuante sempre com um deslocamento longitudinal “e”, de forma que é gerado um momento contrário ao movimento de rolagem. O efeito é o mesmo da modelagem por força atuante no centro da roda, ou seja, frear o conjunto roda/pneu.

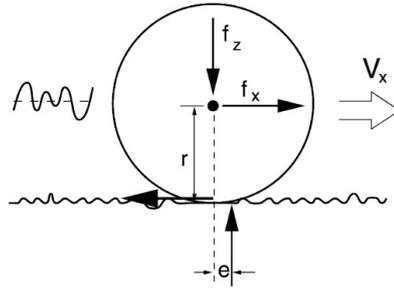


Figura 4 - Modelo de força de resistência à rolagem

### 3.2. Forças motoras ou de frenagem

As forças de frenagem e de aceleração serão modeladas como um torque atuante diretamente na roda. Assim, o modelo considera como positivo um momento de aceleração aplicado na roda e como negativo um momento de frenagem aplicado na roda.

### 3.3. Forças aerodinâmicas

Como resultado da interação da corrente de ar com o veículo, são impostas diversas forças e momentos aerodinâmicos. Para o estudo do movimento vertical/longitudinal de um veículo, a componente mais significativa é a força de arrasto. A força de sustentação e o momento de pitch aparecem com maior intensidade em situações onde o veículo é equipado com aerofólios e, por isso, serão desprezados. Sendo  $C_A$  o coeficiente de arrasto e  $A$  a área frontal, a força de arrasto é dada pela Eq. (6).

$$R_{x,ar} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_A A \quad (6)$$

### 3.4. Modelo físico

A Fig. (5) ilustra os modelos utilizados para cavalo e eixos dianteiros. A Fig. (6) ilustra o modelo utilizado para a carreta e os eixos presos a ela. As rodas foram omitidas por terem modelos iguais aos das rodas da Fig. (5).

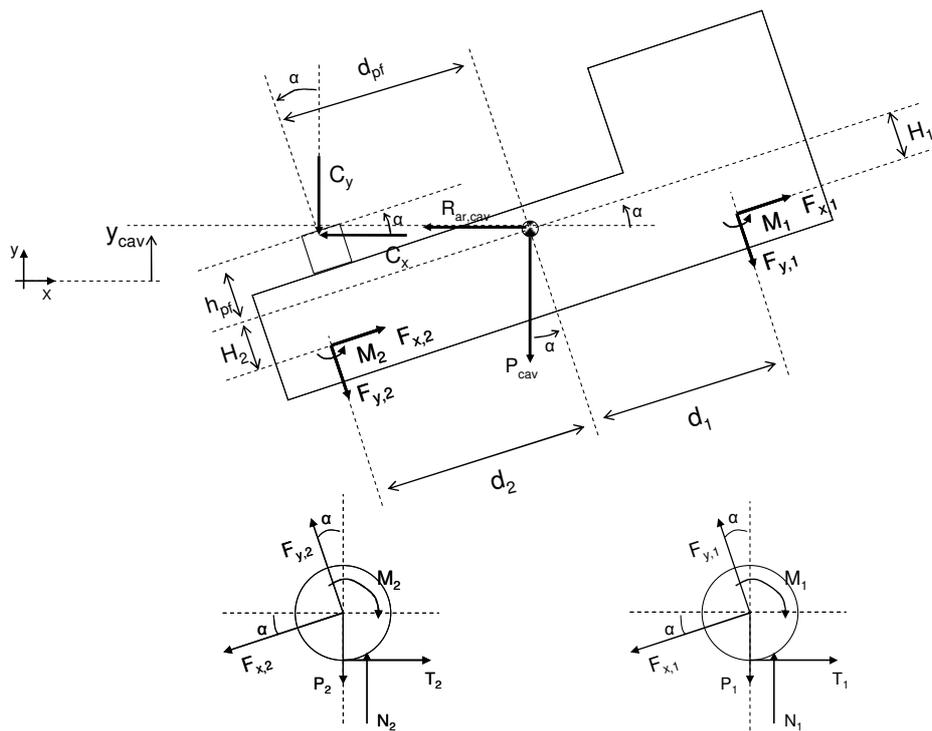


Figura 5 - Modelo do cavalo e rodas

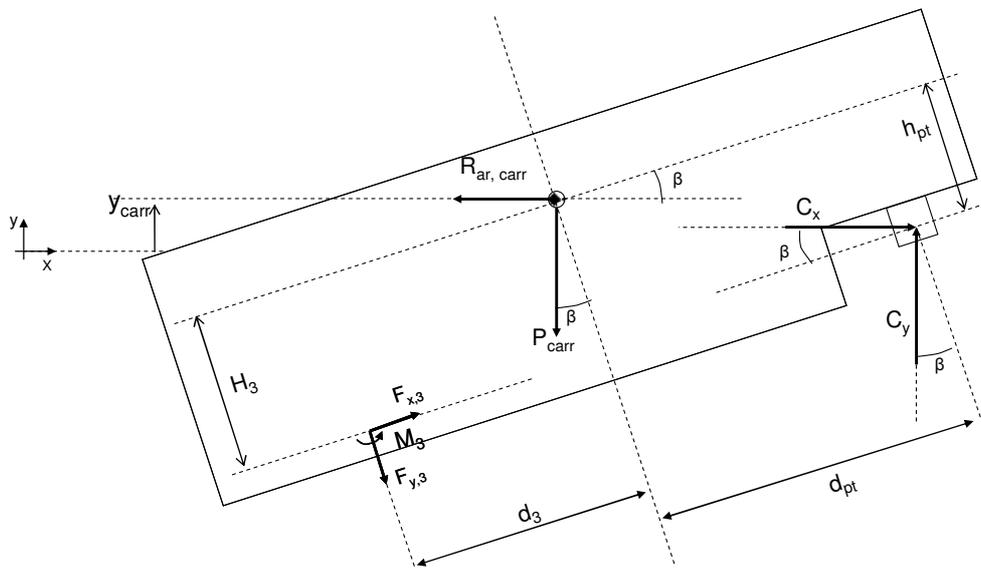


Figura 6 - Modelo da carreta

O modelo físico utilizado tem 12 graus de liberdade:

- $x_{cav}$ : posição longitudinal do cavalo e dos dois eixos presos a ele.
- $x_{carr}$ : posição longitudinal do cavalo e do eixo preso a ele.
- $y_{cav}$ : posição vertical do cavalo;
- $y_{carr}$ : posição vertical da carreta;
- $y_1$  e  $y_2$ : posição vertical dos eixos presos ao cavalo, sendo 1 o eixo da frente e 2 o de trás;
- $y_3$ : posição vertical do eixo preso à carreta;
- $\alpha$ : ângulo de pitch do cavalo;

- $\beta$ : ângulo de pitch da carreta;
- $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ : ângulo de giro dos eixos presos ao cavalo, sendo 1 o eixo da frente e 2 o de trás;
- $\gamma_3$ : ângulo de giro dos eixo preso à carreta.

As forças externas atuantes no modelo são:

- $P_{cav}$ ,  $P_{carr}$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ : força peso atuante em cada um dos corpos;
- $R_{ar,cav}$  e  $R_{ar,carr}$ : força de arrasto do ar, atuante na direção x, com sentido contrário ao movimento do veículo;
- $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$ : forças normais atuantes nos pneus. Correspondem à soma de todas as forças normais atuantes nos pneus de um mesmo eixo. Estas forças surgem devido à deformação do pneu e podem ser modeladas como a força gerada por uma mola, segundo Gillespie (1992);
- $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ : forças de tração ou frenagem.

Por fim, as forças internas atuantes entre os corpos são:

- $C_x$  e  $C_y$ : forças entre o cavalo e a carreta, transmitidas pelo mecanismo de quinta-roda e pino-rei;
- $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ : momentos motores ou de frenagem aplicados diretamente nos eixos;
- $F_{x,i}$ : são as forças longitudinais atuantes entre os eixos e o corpo que os prende (cavalo ou carreta). Para a suspensão por feixe de molas, a força é transmitida diretamente pelos parafusos de fixação;
- $F_{y,i}$ : são as forças verticais atuantes entre os eixos e o corpo que os prende (cavalo ou carreta).

### 3.5. Determinação das constantes do caminhão

Uma difícil tarefa na modelagem de veículos articulados pesados é a obtenção dos dados necessários para a criação do modelo. A quantidade de dados na literatura é relativamente escassa, sendo maior a quantidade de dados relativos a veículos de passeio. Alguns dados puderam ser obtidos diretamente dos catálogos dos fabricantes. Outros foram estimados com base em trabalhos semelhantes e outros foram ainda calculados com base em aproximações.

Os momentos de inércia do cavalo e da carreta foram estimados com base nos momentos de inércia de guinada fornecidos por Gutiérrez (1999), sendo utilizada a proporção entre a massa do veículo estudado por Gutiérrez e a massa do veículo escolhido no presente trabalho para a estimativa. Para o cálculo dos momentos de inércia dos eixos, estes foram aproximados por cilindros e os conjuntos rodas/pneus foram aproximados por discos. Foram usadas massas e raios de mesma magnitude dos componentes reais. A altura do CG do cavalo foi estimada com base nos dados fornecidos por Gutiérrez (1999), assim como a posição do CG da carreta. A massa dos conjuntos eixo/roda/pneu foi estimada em 70 kg e das rodas em 55 kg. Foi considerado que o eixo dianteiro do cavalo tem somente um par de rodas, enquanto os outros eixos tem dois pares cada. Os coeficientes de mola e de amortecimento para suspensão e pneus: foram tirados de Yi; Hedrick (1989).

### 3.6. Equacionamento

As equações são obtidas aplicando-se o teorema do movimento do baricentro nas direções x e y e o teorema do momento angular na direção z. Para cada corpo tem-se, então, 3 equações. O sistema é composto por cavalo, carreta e os 3 eixos, totalizando 15 equações. Há ainda duas equações referentes à quinta roda, que estabelece um ponto de contato entre cavalo e carreta. Assim, obtém-se, finalmente, um conjunto de 17 equações

Os únicos termos das equações que não são funções explícitas das variáveis de estado são as forças  $F_{x,i}$ ,  $C_x$  e  $C_y$ , totalizando 5 forças. Assim, tem-se as 17 equações necessárias para determinar as 12 variáveis de estado e as 5 forças internas desconhecidas ( $12+5 = 17$  incógnitas).

## 4. Simulação

Observa-se que o sistema de equações desenvolvido na seção anterior é um sistema do tipo MIMO, com equações diferenciais ordinárias não-lineares e coeficientes invariantes no tempo. As condições iniciais são conhecidas e, desta forma, podem ser impostas. A primeira idéia para a simulação foi a utilização da função CSIM do software Scilab. Para a utilização da função CSIM, é necessário que o sistema de equações esteja na forma de espaço de estados. Isto exigiria a linearização de várias funções contidas nas equações de movimento. A primeira equação linearizada foi  $\mu(s)$ . Como já foi dito, a curva  $\mu(s)$  apresenta um trecho linear seguido de um trecho altamente não linear. Portanto, foi necessário utilizar-se apenas do trecho linear da curva  $\mu(s)$ . Outras funções não lineares são as funções das forças aerodinâmicas. Tais forças são funções do quadrado da velocidade. Portanto, seria necessário linearizá-las.

Este conjunto de linearizações acabaria por tornar o modelo muito limitado e impreciso. Portanto, foram estudados outros métodos e programas de simulação. Garcia (2005) lista uma série de linguagens e programas de simulação existentes para várias aplicações. O autor termina por apresentar a ferramenta MATLAB/SIMULINK como uma boa alternativa para a

simulação de sistemas não-lineares. Assim, tendo em vista a qualidade dos resultados finais, decidiu-se pela implementação e simulação de um modelo não linear com a ferramenta SCILAB/SCICOS, que é análoga ao MATLAB/SIMULINK.

Para a implementação das equações diferenciais, foram utilizados no SCILAB/ SCICOS os blocos Integrador, Mathematical Expression, Entrada Degrau, Somatório, Event Generator e Scope.

Foram apresentados e analisados os resultados referentes a três simulações:

- Análise da posição de equilíbrio vertical dos corpos para o veículo parado;
- Análise de posições, velocidades, escorregamentos e forças do veículo sob frenagem brusca;
- Análise de escorregamentos dos pneus sob aceleração brusca.

Como exemplo dos resultados obtidos, a Fig. (7) mostra a evolução do ângulo de pitch do cavalo durante a simulação de frenagem. Até os 40 segundos o veículo é mantido acelerado, em velocidade constante de 80km/h. Aos 40 segundos, uma frenagem brusca é iniciada, o que faz com que o ângulo de pitch diminua. Na convenção adotada, isto significa que o “nariz” do veículo abaixa e a traseira levanta, o que é coerente com o comportamento verificado normalmente em veículos reais.

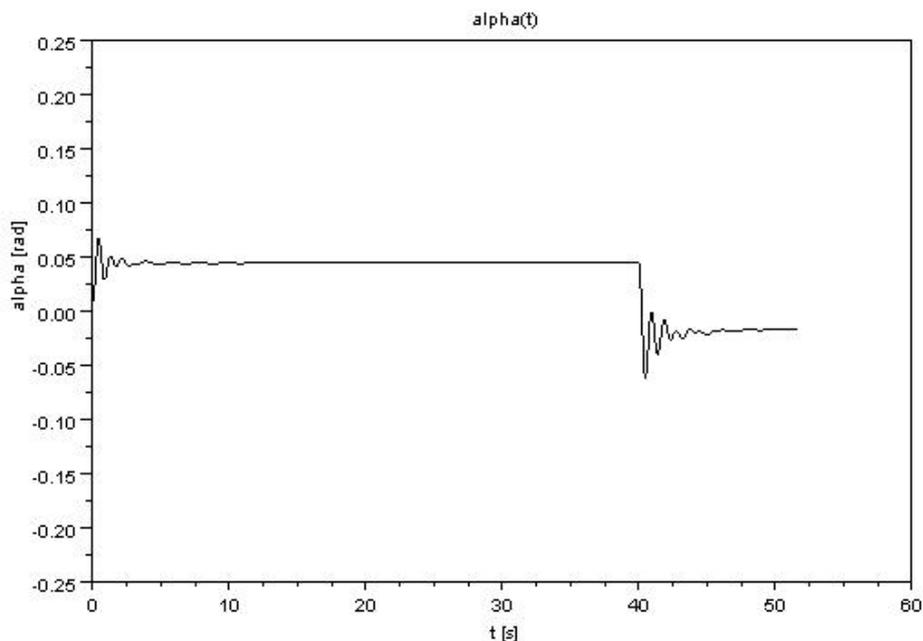


Figura 7 -  $\alpha(t)$  - Simulação 2

## 5. Conclusões

Naturalmente, o modelo criado jamais descreverá os fenômenos com perfeição, pois há, na realidade, uma série de fatores aleatórios que adicionam efeitos dinâmicos ao movimento. As próprias simplificações adotadas tendem a tornar o modelo imperfeito. As hipóteses simplificadoras adotadas foram:

- Suspensão aproximada por conjunto mola-amortecedor;
- Pneu aproximado por mola;
- Efeitos aerodinâmicos de lift e momento desprezados;
- Corpos do cavalo e carreta foram considerados rígidos torcionalmente;
- Rodas foram consideradas, junto com seus eixos, como um corpo único.

Nas três simulações realizadas, porém, verificou-se a obtenção de resultados qualitativamente coerentes com o que é esperado de um veículo real. Cargas, variações de ângulo, velocidades e escorregamento de pneus interagiram e reagiram às entradas de forma complexa, porém possível de ser explicada pela intuição baseada em conhecimentos técnicos. Isto demonstrou a coerência dos modelos adotados e as corretas proporções entre as constantes escolhidas. Quantitativamente, não foi possível validar o modelo pela falta de dados experimentais referentes a veículos de carga sob aceleração e frenagem.

## 6. Referências

- Abramson, H. N. 1966. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers with Application to Space Vehicle Technology*. Washington, EUA: NASA. SP-106.
- Agência Nacional dos Transportes Terrestres 2008. *Anuário Estatístico dos Transportes Terrestres*. Brasil: Agência Nacional de Transportes Terrestres, Publicação Anual.
- Aliabadi, S.; Johnson, A.; Abedi, J. 2003. Comparison of Finite Element and Pendulum Models for Simulation of Sloshing. Elsevier: *Computers & Fluids*, Vol. 32, p.535-543.
- Aliabadi, S.; Tezduyar, T. 2000. Stabilized finite-element/interface-capturing technique for parallel computation of unsteady flows with interfaces. *Mechanical Engineering Compt. Method Applications*, Vol. 190, p.243-261.
- Amabili, M. 1996. Free Vibration of Partially Filled, Horizontal Cylindrical Shells. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191(5), p.757-780.
- Biswal, K. C.; Bhattacharyya, S. K.; Sinha, P. K. 2006. Nonlinear sloshing in partially liquid filled containers with baffles. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 68, 2006, pp. 317-337.
- Campbell, K. L.; Blower, D. 1989. *National Estimates of the Number of Trucks, Travel and Accident Experience of Tractor Semitrailers used to Transport Hazardous Materials*. Michigan, EUA: University of Michigan Transportations Research Institute. 21p.
- Chadwick, I.H. Klotter, K. 1955. On the Dynamics of Anti-Roll Tanks. *Schiffstechnik*, 8th Issue, Vol. 2, Hamburg, Germany. p.85-104.
- Deville, M.O. 1974. Numerical Experiments on the MAC Code for a Slow Flow. *Journal of Computational Physics*, Vol. 15, p.362-374.
- Dixon, J. C. 1996. *Tires, Suspension and Handling*. 2nd Edition. Warrendale, EUA: SAE. 621p.
- Djavarehshkian, M. H. Khalili, M. 2006. Simulation of Sloshing with the Volume of Fluid Method. EUA: Tech Science Press. *FDMP*, Vol. 2, No. 4, p.299-307.
- Eshleman, R. L.; Desai, S. D. 1972. *Articulated Vehicle Handling*. Chicago, EUA: IIT Research Institute. 494p.
- Esmali, A. 2005. Phase Distribution of Bubbly Flows under Terrestrial and Microgravity Conditions. *FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing*, Vol.1(1), p.63-80.
- Fleissner, F.; D'alessandro, V.; Schiehlen, W.; Eberhard, P. 2009. Sloshing cargo in silo vehicles. *Journal of Mechanical Science and Technology* 23, p.968-973.
- Francescutto, A. Contento, G. 1999. An Investigation on the Applicability of Simplified Mathematical Models to the Roll-Sloshing Problem. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 9, No. 2.
- Garcia, C. 2005. *Modelagem e Simulação*. 2ª Edição. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo. 458p.
- Gillespie, T. D. 1992. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale, EUA: SAE. 495p.
- Gutiérrez, J. C. 1999. *Estudo da Estabilidade Direcional de Veículos Combinados Tipo Cavalo Semi-Reboque*. São Carlos, 1999. Tese de doutorado. 205p.
- Hammache, M.; Browand, F. On the Aerodynamics of Tractor-Trailers. In: Mccallen, R.; Browand, F.; Ross, J. 2004. *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains*. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics Vol. 19. Alemanha: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 567p.
- Hedrick, J. K.; Yi, K. 1991. The Effect of Alternative Heavy Truck Suspensions on Flexible Pavement Response. Berkeley, EUA: University of California Transportation Center. Working Paper 46.
- Hirt, C.W.; Nichols, B.D.; Romero, N.C. 1975. SOLA-A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows. Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-5852.
- Hirt, C.W.; Shannon, J.P. 1968. Free-Surface Stress Conditions for Incompressible Flow Calculations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 2, p.403-411.
- Hogea, C.S.; Murray B.T.; Sethian J.A. 2005. Implementation of the level set method for continuum-mechanics based tumor growth models. *FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing*, Vol. 1(2), p.109-130.
- Hu, C.; Chen, J. 2009. Three-Dimensional Sloshing of Liquid in a Rectangular Parellelepiped Container due to Turning Motions. Osaka, Japan. Proceedings of the Nineteenth International Offshore and Polar Engineering Conference.
- Ibrahim, R. A. 2005. *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Reino Unido: Cambridge University Press. 970p.
- Jimenez, E.; Sussman M.; Ohta M. 2005. A Computational Study of Bubble Motion in Newtonian and Viscoelastic Fluids. *FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing*, Vol. 1 (2), p.97-108.

- Johnson, A.; Aliabadi, S. 2000. Application of automatic mesh generation and mesh multiplication technique to very large scale free-surface flow simulations. British Columbia, Canadá: Proceeding of the 7th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations.
- Jun, L. 1985. Application of Variable Blockage Method to Steady Flows over Curved Beds. Imperial College: C.F.D.U. Report CFD/85/12.
- Jun, L. 1986. Computer Modeling of Flows with a Free Surface. Londres, Inglaterra: University of London. Tese para obtenção de título de PhD.
- Lappa, M. 2005. Coalescence and non-coalescence phenomena in multi-material problems and dispersed multiphase flows: Part 2, a critical review of CFD approaches. FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing, Vol. 1(3), p.213-234.
- Lidstrom, M.; Strandberg, L. 1978. Influence from liquid load motion on the lateral stability of road vehicles. Budapest, Hungria: 17th International Congress Papers - FISITA, Vol. 3, p.1727-1735.
- Martin, J.C.; Moyce, W.J. 1952. An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Rigid Horizontal Plane. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, No. 244, p.312-324.
- Maxwell, T.T. 1977. Numerical Modeling of Free-Surface Flows. Londres, Inglaterra: University of London. Tese para obtenção de título de PhD.
- Miége, A. J. P.; Popov, A. 2004. Truck Tyre Modelling for Rolling Resistance Calculations Under a Dynamic Vertical Load. Journal of Automobile Engineering. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D, 2005. Vol. 219, No D4. p.441-456.
- Mccallen, R.; Browand, F.; Ross, J. 2004. The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics Vol. 19. Alemanha: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 567p.
- Nichols, B.D.; Hirt, C.W. 1971. Improved Free Surface Boundary Conditions for Numerical Incompressible-Fluid Calculations. Journal of Computational Physics, Vol. 8, p.434-448.
- Nichols, B.D.; Hirt, C.W. 1975. Methods for Calculating Multidimensional Transient Free Surface Flows Past Bodies. Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-UR-75-1932.
- Pacejka, H. B. 2006. Tyre and Vehicle Dynamics. 2nd Edition. Reino Unido: Butterworth-Heinemann. 642p.
- Pal, N. C.; Bhattacharyya, S. K.; Sinha, P. K. 2001. Experimental investigation of slosh dynamics of liquidfilled containers. Experimental Mechanics, vol. 41, no. 1, p.63-69.
- Pal, P. 2009. Sloshing of Liquid in Partially Filled Container - An Experimental Study. Research Paper. International Journal of Recent Trends in Engineering, Vol. 1, No. 6.
- Popp, K; Schiehlen, W. 2001. Fahrzeugdynamik. Stuttgart, Alemanha: B. G. Teubner Stuttgart. 308p.
- Potter, M. C.; Wiggert, D. C. 2004. Mecânica dos Fluidos. São Paulo: Pioneira Thomson Learning. 688p.
- Romero, J.A.; Lozano, A.; Ortiz, W. 2007. Modelling of liquid cargo - vehicle interaction during turning manoeuvres. Besançon, France: 12th IFToMM World Congress.
- Rozema, G. 2004. Modeling and Simulation of Vehicles Carrying Liquid Cargo. Holanda: University of Groningen. Tese de Mestrado. 66p.
- Rumold, W. 2001. Modeling and Simulation of Vehicles Carrying Liquid Cargo. Multibody System Dynamics 5, p.351-374.
- UMTRI. 2001. The Mechanics of Heavy-Duty Trucks and Truck Combinations. Michigan, EUA: The University of Michigan Engineering Summer Conferences.
- Warnitchai, P.; Pinkaew, T. 1998. Modeling of Liquid Sloshing in Rectangular Tanks with Flow-Dampening Devices. Elsevier: Engineering Structures, Vol. 20, No. 7, p.593-600.
- Wiedemann, J. 2007. Fahreigenschaften des Kraftfahrzeugs I. Stuttgart, Alemanha: Institut für Verbrennungsmotoren und Kraftfahrwesen. Apostila didática.
- Yi, K.; Hedrick, J. K. 1989. Active and Semi-Active Heavy Truck Suspensions to Reduce Pavement Damage. Berkeley, EUA: University of California Transportation Center. Reprint No. 27.

## LONGITUDINAL DYNAMICAL MODELLING OF ARTICULATED VEHICLES

**Daniel Liebert**

daniel.liebert@gmail.com

**Abstract.** This work is dedicated to the study of longitudinal and vertical dynamics of combined vehicles in truck semi-trailer configuration. Individual models are studied for the forces acting on such vehicles. A nonlinear mathematical model is deduced for the coupled longitudinal and vertical movement of the vehicle. Given the nonlinearities obtained, different possibilities are studied for the simulation model. The results, obtained with the simulation on the SCILAB/SCICOS platform, are exposed and discussed. A research is exposed on the existing models for the slosh effect.

**Keywords:** trucks, vehicle dynamics, mathematical models, simulink.