

# ANÁLISE DE RUÍDO KNOCK NOISE EM CAIXA DE DIREÇÃO AUTOMOTIVA: MODELOS DE CREMALHEIRA RÍGIDA E FLEXÍVEL

Lucas Takahiro Conde Oyamada

lucasoy@gmail.com

**Resumo.** A indústria automotiva brasileira vem crescendo cada vez mais, registrando a cada ano recordes de venda no mercado nacional. Surge então no país um consumidor final exigente com o desempenho, consumo, preço e conforto oferecidos pelos veículos. Dentre os diversos fatores que influenciam no conforto do usuário, a indústria vem investindo em pesquisas para soluções de ruídos e vibrações induzidas no automóvel, conhecidos como NHV (noise, vibration and harshness).

Tendo isso em vista, este artigo tem como objetivo estudar a influência da flexibilidade da cremalheira no ruído de batida (knock-noise) gerado em caixas de direção automotiva do tipo pinhão cremalheira.

Para estudar esse problema foram levantadas as características de uma caixa de direção e foi criado um modelo simplificado do contato entre a cremalheira e a bucha de apoio, levando em conta a folga existente entre esses componentes, onde se pode então avaliar numericamente seu resultado. Após tal análise foi estudada pelas equações de Duffing e de Mathieu a estabilidade do modelo, aproximando a curva descontínua de elasticidade desse por uma curva do terceiro grau.

Foi constatado então que a flexibilidade da cremalheira influi no ruído citado quando excitado em certa faixa de frequências.

**Palavras chave:** direção, knock-noise, bucha, cremalheira, Mathieu.

## 1. Introdução

O sistema de direção automotiva tem como principal função transmitir os movimentos do volante, comandado pelo motorista, às rodas do veículo com intuito de conduzi-lo em seu trajeto.

Nesse artigo será estudado o ruído knock-noise gerado na direção do tipo pinhão-cremalheira assistida hidráulicamente, que vem se tornando o tipo mais utilizado em veículos leves, caminhonetes e utilitários esportivos, acima de tudo por possuir uma configuração bastante simples. Essa configuração de sistema de direção automotiva é formada pelos subsistemas da coluna de direção, sistema de bomba hidráulica e a caixa de direção pinhão-cremalheira propriamente dita. Pode-se ver na figura 1 um esquema básico de sistema de direção com cada um desses subsistemas.

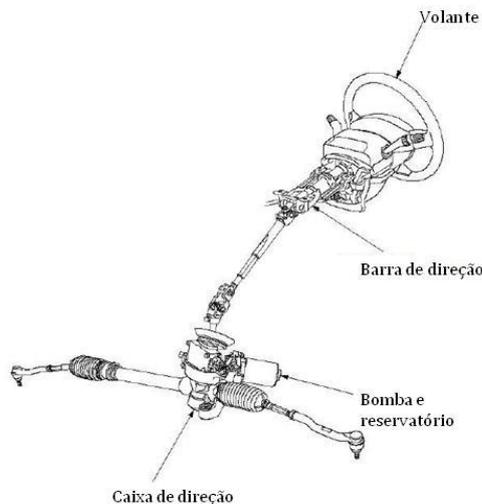


Figura 1. Sistema de direção pinhão-cremalheira

Esse ruído induzido na caixa de direção trata-se de uma batida perceptível ao condutor do veículo tanto auditivamente quanto tátil, por meio do volante. Segundo Cruz, J. M. Xavier (2006) esse ruído pode ser causado:

- Pela batida dos dentes da cremalheira contra os dentes do pinhão;
- Pela batida do sujeitador na porca do mesmo;

Outra hipótese que explica a geração de do knock-noise é o contato da cremalheira e a bucha de apoio do conjunto pinhão-cremalheira devido a uma pequena folga existente entre esses componentes. Nesse caso, a flexibilidade da cremalheira pode ter influência no fenômeno, podendo ser induzida uma ressonância dependendo da excitação imposta no sistema, caso que será tratado nesse trabalho.

Os componentes envolvidos nessa análise são a bucha e o conjunto pinhão-cremalheira.

### 1.1. Bucha

Esse componente serve como ponto de apoio para o conjunto pinhão-cremalheira além de delimitar o volume da câmara de óleo, evitando o vazão desse para outras partes da carcaça.

## 1.2. Pinhão e cremalheira

O pinhão juntamente com a cremalheira são os responsáveis pela transformação do movimento de rotação imposto no volante em movimento linear de translação que irá direcionar as rodas do veículo. O material e projeto desses componentes são de extrema importância, não somente para o aumento da performance do veículo (melhor engrenamento dos dentes e melhor peso do sistema) mas também para a segurança dos passageiros, uma vez que qualquer falha que ocorra nos dentes destes causa a perda total do controle do automóvel.

## 2. Metodologia e Resultados

### 2.1. Dados da cremalheira

No dia 24 de março de 2010 no laboratório do IPT foram realizadas medições com o intuito de obter o diâmetro e o comprimento da cremalheira, tal como o diâmetro do furo da bucha e a folga existente entre eles.

O diâmetro do eixo da cremalheira foi obtido por meio de uma série de medidas com um micrômetro (marca Mitutoyo, nº 193-101 com escala de 0-25 mm e 0,01 mm de precisão). O comprimento da cremalheira por sua vez foi obtido por meio de uma trena.

O diâmetro do furo da bucha foi obtido também por meio de uma série de medidas, porém realizadas com um paquímetro (marca Mitutoyo com escala de 0-150 mm e 0,05 mm de precisão). Os diâmetros obtidos tal como a média dos mesmos são apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada.1**.

Pode-se perceber que devido a erros de medição, principalmente devido à maior dificuldade na obtenção do diâmetro do furo e diferença de precisão dos equipamentos, o diâmetro interno da bucha encontrado é menor do que o diâmetro do eixo. Na prática esse resultado é impossível, mas torna-se importante para notar quão pequena é a folga existente entre esses dois componentes.

Tabela 1. Valores de comprimento e diâmetros

Comprimento da Cremalheira		673 mm		
	Diâmetro da Cremalheira (mm)		Diâmetro do furo da bucha (mm)	
	Eixo 1	Eixo 2	Bucha	
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,90±0,05	22,00±0,05
	21,97±0,01	21,96±0,01	21,95±0,05	21,95±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	22,00±0,05	22,00±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,90±0,05	21,95±0,05
	21,97±0,01	21,94±0,01	22,00±0,05	21,95±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,90±0,05	21,90±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,95±0,05	21,95±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,90±0,05	21,95±0,05
	21,97±0,01	21,95±0,01	21,95±0,05	21,95±0,05
	21,96±0,01	21,95±0,01	21,90±0,05	21,90±0,05
Média	<b>21,958±0,002</b>		<b>21,943±0,01</b>	
Desviopadrão	<b>0,0102</b>		<b>0,0373</b>	

Como não foi possível determinar a folga entre os componentes utilizando somente a diferença entre as médias encontradas, foi proposto outro tipo de medição, em que dois relógios comparadores foram posicionados entre as duas extremidades da bucha, e foram medidos os deslocamentos quando aplicada uma força na extremidade da cremalheira. O esquema de montagem pode ser visto na figura 2



Figura 2. Montagem dos relógios comparadores

Os relógios utilizados no experimento são da marca Mitutoyo, nº 2046-08 com precisão de 0,01mm (relógio 1) e da marca Peacock, nº 207 com precisão de 0,01 mm (relógio 2). A configuração da montagem com suas respectivas distâncias podem ser vistas na figura 3.

Os deslocamentos obtidos podem ser vistos na tabela 2.

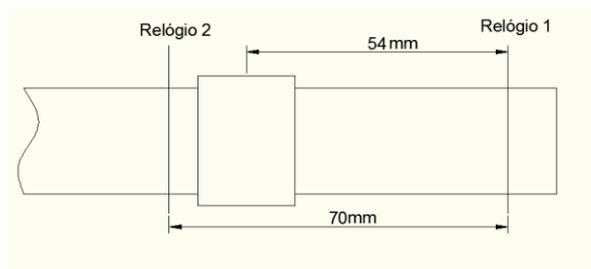


Figura 3. Distância entre relógios

Para determinar a folga, admite-se que a variação de deslocamentos é linear, dessa maneira é possível construir a tabela 3, que mostra qual a folga existente entre os componentes ilustrado na figura 4.

Tabela 2. Deslocamentos dos relógios

Direção Teste	Relógio 1 (x0,01mm)		f1	Relógio 2 (x0,01mm)		f2
	↑	↓		↑	↓	
1	10±1	25±1	35±1,4	3±1	10±1	13±1,4
2	5±1	14±1	19±1,4	1±1	7±1	8±1,4
3	2±1	11±1	13±1,4	0±1	5±1	5±1,4
4	2±1	9±1	11±1,4	0±1	4±1	4±1,4
5	2±1	11±1	13±1,4	0±1	5±1	5±1,4
6	3±1	10±1	13±1,4	1±1	5±1	6±1,4
7	2±1	7±1	9±1,4	0±1	4±1	4±1,4
8	4±1	7±1	11±1,4	1±1	4±1	5±1,4

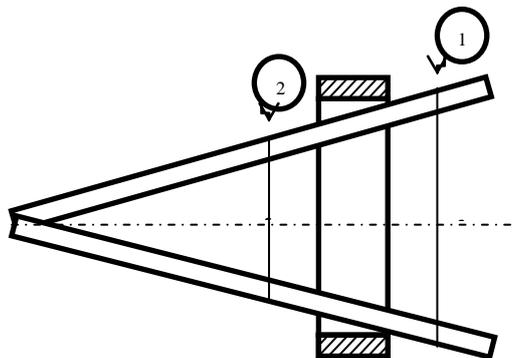


Figura 4. Deslocamentos verticais

Tabela 3.Cálculo da Folga

t (mm)	x (mm)	e (mm)
0,0251±0,0165	22,1386±0,0146	0,180286±0,0147
0,0126±0,000826	22,0635±0,0143	0,105143±0,0145
0,0091±0,00061	22,0266±0,0142	0,068286±0,0144
0,0080±0,000526	22,0144±0,0142	0,056±0,0144
0,0091±0,000601	22,0266±0,0142	0,068286±0,0144
0,0080±0,000526	22,0344±0,0142	0,076±0,0144
0,0057±0,000376	22,0098±0,0142	0,051429±0,0144
0,0069±0,000451	22,0221±0,0142	0,063714±0,0144
	<b>Média</b>	<b>0,0836±0,0051</b>
<b>Folga Radial (mm)</b>		<b>0,0418±0,0026</b>

## 2.2. Modelo simplificado

Nessa seção será estudado o modelo simplificado do contato entre a cremalheira e a bucha mostrado na Figura 5, onde  $M$  é  $\frac{33}{140}$  da massa da cremalheira pelo modelo de viga engastada em balaço,  $k$  a constante elástica dessa e  $e$  a folga existente entre esses componentes.

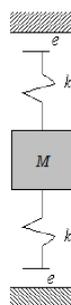


Figura 5. Modelo simplificado

A massa da cremalheira é dada pela eq. (1), onde  $\rho$  é a densidade do material e  $V$  o seu volume. Considerando a cremalheira um corpo cilíndrico e feito de aço com  $\rho$  igual a  $7,85\text{g/cm}^3$ , é possível obter a massa do modelo.

$$m = \frac{33 \cdot m}{140} = \frac{33 \cdot \rho}{140} \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{33 \cdot 7850}{140} \cdot 0,673 \cdot \pi \frac{(21,958 \times 10^{-3})^2}{4} = 0,472 \text{kg} \quad (1)$$

Para se determinar a rigidez  $EI$  da cremalheira, utiliza-se a eq. (2) retirada de Blevins (1993), que relaciona a frequência natural de vibração de uma viga, seu modo de vibrar e sua rigidez, onde  $f$  é a frequência natural em Hz,  $m_1$  é a massa por unidade de comprimento em kg/m e  $L$  o comprimento da viga em metros.

Por meio de testes de bancada realizados em laboratório, sabe-se que a cremalheira estudada vibrando livre-livre em seu primeiro modo ( $i=1$ ) possui uma frequência natural  $f_1 = 100\text{Hz}$ . Dessa maneira, nessa configuração, tem-se  $\lambda_1 = 4,73$ .

$$EI = \left( f_1 \frac{2\pi L^2}{\lambda_1^2} \right)^2 m_1 = \left( \frac{100 \cdot 2\pi \cdot (673 \times 10^{-3})^2}{4,73^2} \right)^2 1,4859 = 240,41 \text{ N/m}^2 \quad (2)$$

A constante elástica da cremalheira é obtida aproximando as características dessa à de uma viga engastada em balaço. De Gere, James (2001) sabe-se que a constante elástica nessa situação é dada pela eq. (3). Tendo o valor da rigidez pode-se então utilizar essa equação para determinar a constante de elasticidade  $k$  da cremalheira.

$$k = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \cdot 240,41}{0,673^3} = 2366,1 \text{ N/m} \quad (3)$$

Uma vez determinadas as características do sistema pode-se então estudar a equação diferencial que governa o movimento desse.

Devido à folga existente entre a cremalheira e a bucha, a equação diferencial do movimento é expressa pela eq.(4).

$$\ddot{X} + G(x) = F\text{sen}(\Omega t) \quad (4)$$

onde  $x$  é dado em metros,  $F$  em N/kg e  $G(x)$  é a força de restauração em N/(kg.m) mostrada na figura 5 e pode ser expressa por

$$G(x) = \begin{cases} \frac{k}{m}(x - e), & x > e \\ 0, & -e < x < e \\ \frac{k}{m}(x + e), & x < -e \end{cases}$$

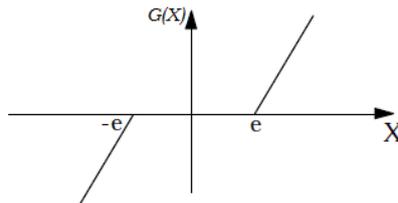


Figura 5. Força de restauração

Chamando  $\frac{k}{m}$  de  $\omega^2$  e reescrevendo a equação, chega-se a equação final que rege o movimento do sistema, mostrada na eq.(5)

$$\ddot{x} + \omega^2 x = H(x) + F\text{sen}(\Omega t) \quad (5)$$

sendo  $H(x)$

$$H(x) = \begin{cases} \omega^2 e, & x > e \\ \omega^2 x, & -e < x < e \\ -\omega^2 e, & x < -e \end{cases}$$

Para utilizar softwares que integram numericamente a equação diferencial de segunda ordem apresentada pela eq.(5), é necessário demonstrá-la em um espaço de estado. Dessa maneira chega-se no sistema de equações apresentadas na eq.(6).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ H(x) + F\text{sen}(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Simulando no ambiente do Matlab resolve-se a eq.(6) pelo método de integração numérica. Obtiveram-se a resposta para a posição em função do tempo mostrada nas figuras 6 a 9. Para a simulação foi admitido  $F=10\text{N}$  com frequências de excitação  $\Omega=1\text{Hz}$ ,  $\Omega=50\text{Hz}$ ,  $\Omega=100\text{Hz}$  e  $\Omega=150\text{Hz}$ . O período da simulação foi de 10 segundos.

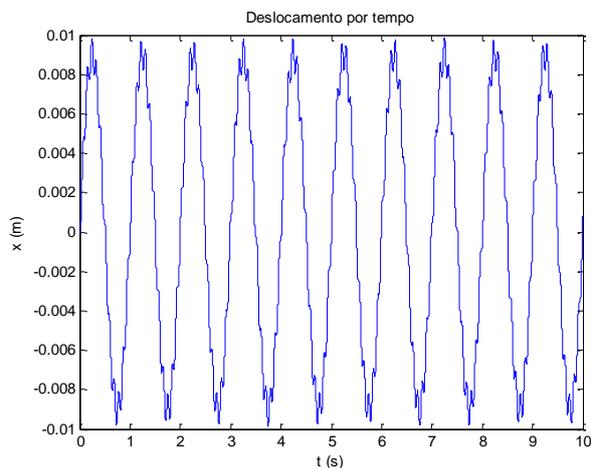


Figura 6. Deslocamento por tempo (1Hz)

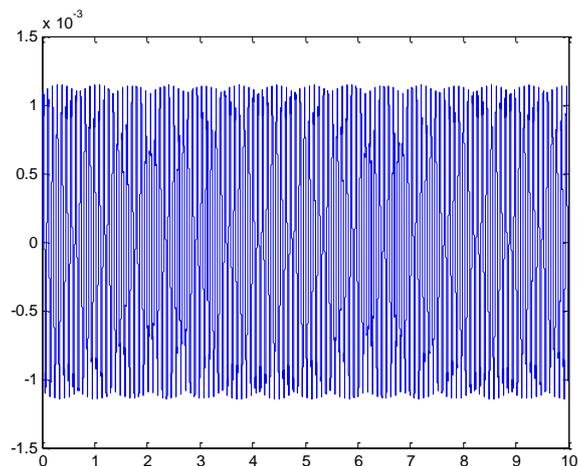


Figura 8. Deslocamento por tempo (100Hz)

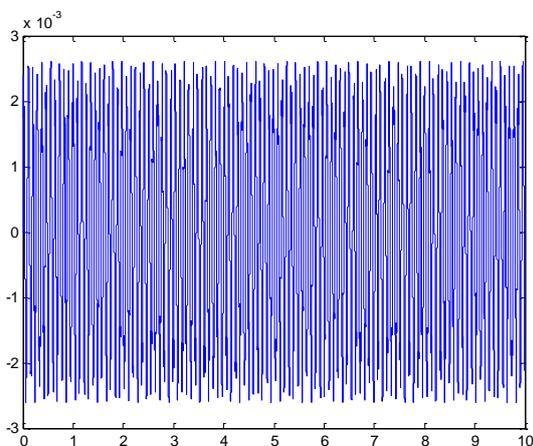


Figura 7. Deslocamento por tempo (50Hz)

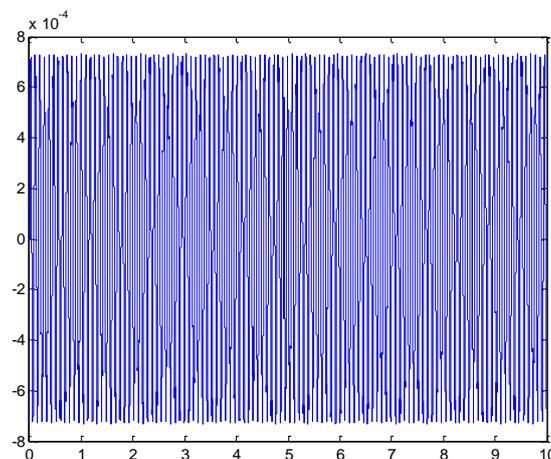


Figura 9. Deslocamento por tempo (150Hz)

Como pode ser observado nas simulações acima, todas as simulações apresentaram uma resposta senoidal, harmônica e como frequência de oscilação igual à frequência de excitação, características esperadas se não existisse a folga no sistema. Pode-se observar que todos os deslocamentos apresentam amplitudes superiores a folga na bucha, o que caracterizaria o impacto, porém não apresentam a instabilidade que se esperava.

### 2.3. Aproximação da função

Para evitar as complicações de integração devido às descontinuidades existentes na função  $G(x)$  apresentada na eq. (5), irá se aproximar essa função pela função  $F(x)$ .

A escolha da família de  $F(x)$  deve ser tal que essa se aproxime ao máximo do comportamento de  $G(x)$  e apresente características que facilitem os cálculos de integração e auxilie no tratamento da equação que governa o movimento do modelo.

Dessa maneira irá se aproximar  $G(x)$  por uma  $F(x)$  apresentada na eq. (7)

$$F(x) = a_0x + a_1x^3 \quad (7)$$

Utilizando o método dos mínimos quadrados com uma aproximação entorno de -1mm a 1mm, resulta nos coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  mostrados e que aproximam a eq.(5) pela  $F(x)$  mostrado na equação (9)

$$a_0 = 37,8611 \frac{N}{kg \cdot mm}; \quad a_1 = -4,3753 * 10^{-3} \frac{N}{kg \cdot (mm)^3} \quad (8)$$

$$F(x) = -134,016x + 2,08 * 10^{11}x^3 \quad (9)$$

### 2.4. Equação de Duffing



Considera-se agora um pequeno desvio  $\Delta x$  na eq.(16), como demonstrado em Newland, D.E (1989). Substituindo  $x$  por  $x + \Delta x$  chega-se na eq.(19).

$$(x + \Delta x) + \omega_0^2(x + \Delta x) + \gamma(x + \Delta x)^3 = P \cos(\Omega t) \quad (19)$$

$$\ddot{\Delta x} + \omega_0^2 \Delta x + 3\gamma x^2 \Delta x = 0 \quad (20)$$

Substituindo a eq. (12) como a primeira aproximação para a equação de Duffing tem-se a eq. (21)

$$\ddot{\Delta x} + \left(\omega_0^2 + \frac{3\gamma A^2}{2}\right) \left[1 + \left(\frac{3\gamma A^2}{2\omega_0^2 + 3\gamma A^2}\right) \cos(2\Omega t)\right] \Delta x = 0 \quad (21)$$

A equação encontrada em  $\Delta x$  é da forma da equação de Mathieu. A frequência do termo forçante  $\Omega$  foi substituída por  $2\Omega$  e  $\omega^2 = \left(\omega_0^2 + \frac{3\gamma A^2}{2}\right)$  e  $\alpha = \left(\frac{3\gamma A^2}{2\omega_0^2 + 3\gamma A^2}\right)$ .

Estamos interessados em saber se a solução encontrada em  $\Delta x$  é estável ou instável. Tal estabilidade vai depender de onde a combinação de  $\alpha$  e  $\left(\frac{\omega}{2\Omega}\right)^2$  está nos diagramas de estabilidade de Mathieu.

Para resolver o problema é necessário traçar a curva de  $\alpha$  no diagrama de Mathieu e determinar onde estão as frequências que geram a instabilidade. Calculando a faixa de valores de  $\alpha$ , nota-se que esse fica em torno de 0.99 para frequências de 1 a 10000Hz. Traçando essa curva, se obtêm o diagrama da Figura .

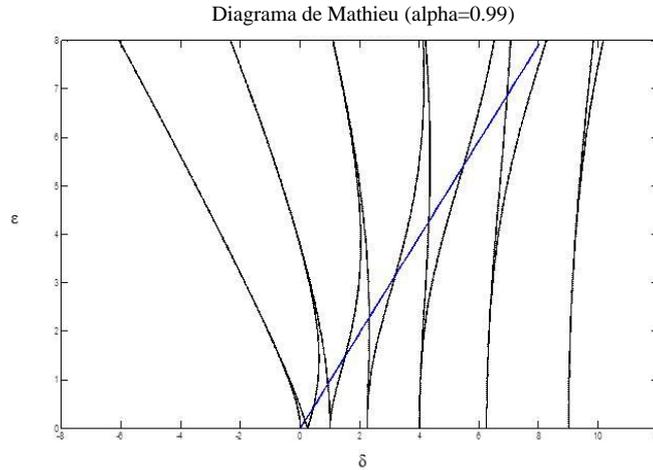


Figura 9. Diagrama de Mathieu

Observando os pontos onde a curva de  $\alpha$  cruza as linhas diagrama de Mathieu é possível determinar as faixas de instabilidade do sistema. Os valores de  $\delta$  encontrados que estão na faixa instável são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2. Valores de delta

	$\delta_1$	$\delta_2$
<b>1ª faixa</b>	0,406	0,666
<b>2ª faixa</b>	0,964	1,233
<b>3ª faixa</b>	1,460	1,792

Deve-se então encontrar valores de  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  que atendam a equação de Duffing e as condições da tabela 4. Dessa maneira tem-se o sistema de equações apresentado em (23)

$$\delta = \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \rightarrow \omega^2 = \delta \Omega^2 \quad (22)$$

$$\begin{cases} \omega^2 = \left(\omega_0^2 + \frac{3\gamma A^2}{2}\right) \rightarrow \delta \Omega^2 = \left(\omega_0^2 + \frac{3\gamma A^2}{2}\right) \\ (\Omega^2 - \omega_0^2)A - \frac{3}{4}\gamma A^3 + P = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Podem-se calcular os valores de  $\Omega^2$  e  $A$  que atendem as equações acima. Dessa maneira, pode-se chegar na 1ª faixa de instabilidade mostrada na tabela 5.

As respostas do deslocamento em função do tempo são apresentadas nas figuras 20 a 21.

Tabela 3. Frequência de instabilidade

	$\Omega_1$	$\Omega_2$
<b>1ª faixa</b>	91,215	116,826

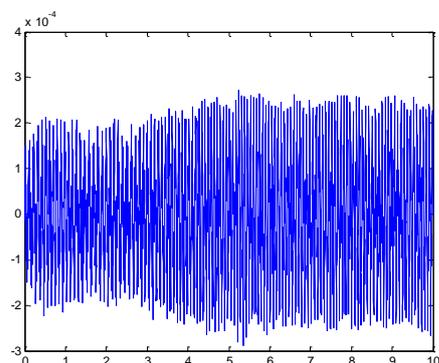


Figura 10. Deslocamento por tempo (85Hz)

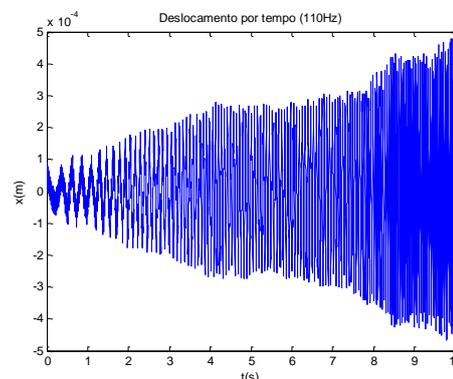


Figura 132. Deslocamento por tempo (110Hz)

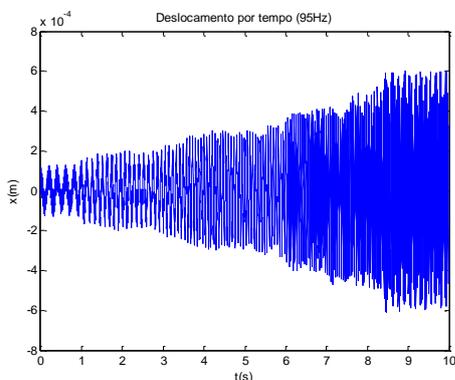


Figura 11. Deslocamento por tempo (95Hz)

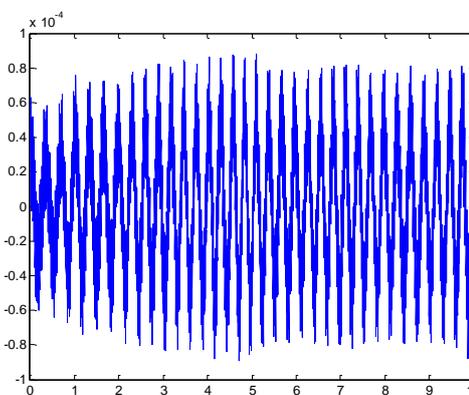


Figura 14. Deslocamento por tempo (130Hz)

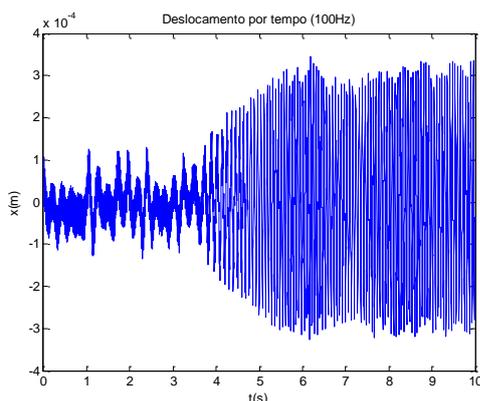


Figura 12. Deslocamento por tempo (100Hz)

Pode-se notar nas simulações apresentadas anteriormente que para as frequências dentro da faixa de instabilidade apresentam um aumento na amplitude ao passar do tempo, enquanto as frequências fora da faixa, apesar de apresentarem amplitude superior à folga da bucha, apresentam a resposta senoidal harmônica estável.

### 3. Discussão

Nesse projeto foi obtido o modelo matemático de um sistema de direção pinhão-cremalheira, levando em conta a folga existente entre os componentes para a determinação do ruído de batida constatado em alguns conjuntos desse equipamento em testes de qualidade, além das simulações computacionais que retratam o movimento do sistema estudado.

O primeiro ponto importante a ser levado em consideração foi o resultado obtido com as medições realizadas em laboratório, que permitiram avaliar a ordem de grandeza da folga entre a cremalheira e a bucha. Acredita-se que o ruído pode provir dessa folga, ou seja, do impacto entre esses componentes. Pode-se perceber, no entanto que essa folga é da ordem de dezenas de micrometros, o que dificultou até mesmo a medição da mesma.

Quanto às simulações realizadas no Matlab para o modelo com elasticidade não linear descontínua pode-se perceber que foram obtidas respostas muito próximas a do movimento harmônico forçado sem amortecimento. O gráfico da posição pelo tempo apresentou uma resposta senoidal e de um sistema harmônico, ou seja, que não converge para o repouso.

Nesse tipo de análise por a folga ser muito pequena a integração numérica não se apresenta como sendo uma boa solução, pois praticamente desconsidera a existência de folga como pode ser visto nas simulações.

Foi possível também aproximar a equação descontínua por um polinômio do terceiro grau e estudar duas novas equações que se aproximam do comportamento do modelo, a equação de Duffing e a equação de Mathieu. Com essas equações foi possível determinar a faixa de frequências de excitação nas quais o sistema é instável.

Para a aproximação feita foi possível chegar a uma faixa de frequências de excitação (de 91,215Hz até 116,826Hz) nas quais o sistema possui uma resposta instável.

Dessa maneira, pelo modelo obtido e simulações realizadas, pode-se chegar a conclusão que a caixa de direção estudada pode estar sendo excitada em uma frequência que está dentro da faixa determinada, o que está induzido uma ressonância e tornando a sua resposta instável, gerando assim o ruído de batida.

Como se pode ver no diagrama de Mathieu a mudança da região instável para a região estável é muito sutil e uma mudança na frequência de excitação pode gerar o ruído encontrado em algumas caixas de direção.

#### 4. Agradecimentos

Deixo expressos meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Walter Ponge-Ferreira, pelo tempo e atenção despendidas sem os quais esse trabalho seria impossível.

Agradeço também o Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa e o aluno João Ribeiro de Oliveira Gomes pelo compartilhamento de ideias e auxílio com o software MATLAB.

#### 5. Referências

- Blevins, Robert D. Formulas for natural frequency and mode shape, Krieger Publishing Company, 1993
- Cruz, J. M. Xavier da. Estudo de caso de ruído “knocknoise” em mecanismo de caixa de direção hidráulica tipo pinhão-cremalheira, São Paulo, 2006 (dissertação para título de mestre).
- Den Hartog, J. P. Mechanical Vibrations, McGraw-Hill Book Company, 1972
- Gere, James; Thomson Mecânica dos Sólidos, LTC, São Paulo 2001
- Giacomin, J.; Fustes, F. Subjective equivalence of steering wheel vibration and sound, University of Sheffield, 2004
- Hanzaki, A. R.; Rao, P.V.M; Saha, S.K. Kinematic and sensitivity analysis and optimization of planar rack-and-pinion steering linkages, Elsevier, 2007
- Li, Hongguang; Wen, B.; Zhang, J. Asymptotic method and numerical analysis for self-excited vibration in rolling mill with clearance, 1999
- Newland, D. E. Mechanical vibration analysis and computation, Longman Scientific & Technical, 1989
- Panovko, G. Elements of the applied theory of elastic vibration, MIR Publishers, 1971.
- Rao, S. S. Mechanical Vibrations, 4th Ed., Pearson Education, 2004
- Vuolo, J. H. Introdução à teoria de erros, Universidade de São Paulo, 3ª Edição, 1999

#### 6. Direitos autorais

O autor é o único responsável pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

### ANALYSIS OF KNOCK-NOISE IN AUTOMOTIVE STEERING BOX: RIGID AND FLEXIBLE RACK MODELS

Lucas Takahiro Conde Oyamada

[lucasoy@gmail.com](mailto:lucasoy@gmail.com)

**Abstract.** The Brazilian automotive industry is growing, beating sales record each year in the national market. With this comes a consumer more demanding with aspects like performance, fuel consumption, price and comfort offered by the vehicles. Among the many aspects that influence in the comfort of the driver, the industry is investing in researches for solutions to the noises and vibrations induced in the vehicles, known as NHV (noise, vibration and harshness).

With that in sight, this article has the objective of studying the influence of the rack's flexibility in the knock-noise induced in pinion-rack steering box.

To study this problem the characteristics of a steering box were calculated and a simplified model of the contact between the sleeve and the rack was build, allowing its numerical analysis. After that the problem was approached by the Duffing's and Mathieu's equations, with the intention of study the stability of the model, approximating the elasticity's discontinue curve of this model by a third degree curve.

It was found that the rack's flexibility does influence in the knock-noise when excited in a certain frequency range

**Keywords:** steering, knock-noise, sleeve, rack, Mathieu