

# ESTUDO DE ESTABILIDADE HIDRODINÂMICA EM INTERMITÊNCIA SEVERA VIA MÉTODO QZ

**Gabriel Romualdo de Azevedo**  
gazevedo00@gmail.com

**Jorge L. Baliño**  
jlbalino@usp.br

**Karl Peter Burr**  
kpburr@gmail.com

**Resumo.** Este trabalho de formatura tem como objetivo a análise de estabilidade hidrodinâmica de modelos de escoamentos multifásicos utilizados em sistemas de produção de petróleo. Serão desenvolvidas ferramentas computacionais e analíticas capazes de determinar no espaço de parâmetros as regiões onde o escoamento multifásico tem regime permanente e as regiões onde existem os diferentes tipos de intermitência, como por exemplo, a intermitência severa (*severe slugging*). Serão desenvolvidas metodologias para classificar os diferentes tipos de instabilidade hidrodinâmicas observados, que serão úteis para determinar quais regimes intermitentes são aceitáveis ou não. A análise de estabilidade, através da verificação dos autovalores associados à solução numérica, será feita utilizando-se o método QZ, de tal maneira que a ferramenta possa corrigir qualquer eventualidade no cálculo dos autovalores.

**Palavras chave:** intermitência, petróleo, multifásico, escoamento, hidrodinâmico

## 1. Introdução

A maior parte dos escoamentos que sempre ocorreram na natureza são escoamentos do tipo multifásicos. Devido a essa grande presença, o estudo dos escoamentos multifásicos tem grande importância e, portanto, há a necessidade da descrição geral para que seja possível compreender todo seu comportamento.

Em um escoamento multifásico, as diferentes fases podem ser distinguidas fisicamente uma da outra. Uma vez que dentro de cada fase é possível encontrar diversos tipos de componentes e fenômenos turbulentos, o escoamento multifásico pode vir a apresentar um alto grau de complexidade.

O principal fator que incrementa a complexidade dos escoamentos multifásicos é a existência de interfaces, cuja forma e posição ao longo do tempo é impossível de ser determinada. Como em escoamentos turbulentos, recorre-se a um tratamento estatístico. Parâmetros de interesse que surgem do processo de média estatística (*ensemble average*) neste tipo de problemas são a fração de vazio (*void fraction*) e a densidade de área interfacial (*interfacial area*).

Existem na literatura diferentes modelos para tratar problemas de escoamentos multifásico, dos mais simples (modelo homogêneo) até os mais complexos (como o de escoamentos separados), nos quais se modelam os termos de interação entre as diferentes fases.

O estado da arte na modelagem dos escoamentos multifásicos ainda não evoluiu suficientemente para garantir o bom comportamento matemático das equações resultantes. Por exemplo, as equações para escoamento unidimensional polidisperso em bolhas (*bubbly flow*) possuem autovalores complexos para uma faixa de parâmetros de trabalho, o que é inaceitável fisicamente. É opinião dos especialistas que a aparição de autovalores complexos se deve ao acoplamento entre as equações de momento entre as fases.

Nos sistemas de produção de petróleo, o fluido que sai do meio poroso possui gás em solução e vem acompanhado de gás livre e água, dificultando a determinação de parâmetros simples como o gradiente de pressão na coluna de elevação. O conhecimento dos mecanismos de transporte multifásico de gás, petróleo e água tem se tornado importante na tecnologia de exploração *offshore*. A tendência de poços satélite conectados por dutos em árvore está sendo substituído por condutos de transporte mais compridos até as plataformas. Além disto, a maior profundidade dos poços apresenta desafios particulares para a garantia do escoamento.

Com as vazões existentes em dutos, linhas de surgência e *risers*, o padrão de escoamento mais freqüente é o padrão "intermitente", em "golfada" ou *slug*, caracterizado por uma distribuição axial intermitente de líquido e gás. O gás é transportado como bolhas entre golfadas de líquido. O padrão em golfadas pode mudar em determinadas condições geométricas e de escoamento e originar um fenômeno indesejável conhecido como "intermitência severa" ou "golfada severa" (*severe slugging*).

As conseqüências indesejáveis da intermitência severa são em:

- Aumento da pressão na cabeça do poço, causando tremendas perdas de produção.
- Grandes vazões instantâneas, causando instabilidades no sistema de controle de líquido nos separadores e eventualmente um desligamento da plataforma.
- Oscilações de vazão no reservatório.

## 2. Revisão bibliográfica

Em sistemas de produção de petróleo, o fluido que sai do meio poroso possui gás em solução e vem acompanhado de gás livre e água, dificultando a determinação do gradiente de pressão na coluna de elevação. Além disso, outra dificuldade encontrada no estudo deste tipo de escoamentos é que a forma e a posição das interfaces são desconhecidas.

As diferenças de velocidades entre as fases e a sua geometria ou configuração influenciam diretamente no comportamento, sendo, por tanto, a base para a classificação dos regimes de escoamento. Por sua vez, a distribuição das fases depende da direção do escoamento em relação à gravidade. As propriedades físicas como a densidade, a viscosidade e a tensão superficial também influenciam no comportamento.

Os escoamentos multifásicos podem ser classificados em três tipos diferentes de escoamentos e eles estão descritos a seguir:

- Escoamentos separados: caracterizado por fases contínuas, com algumas gotas ou bolhas dispersas em cada uma das fases (estratificado, estratificado ondulado e anular).
- Escoamentos intermitentes: caracterizado por ter uma das fases, pelo menos, descontínua (bolhas alongadas, golfadas, transição).
- Escoamentos dispersos: caracterizado por possuir a fase líquida contínua, enquanto a fase gasosa é descontínua (bolhas, bolhas dispersas).

Neste trabalho serão analisados os escoamentos intermitentes, principalmente o escoamento em formato de golfada (*slug flow*). Ele é caracterizado por uma distribuição axial intermitente de líquido e gás. O gás é transportado através do líquido no formato de bolhas, por meio de golfadas como representado pela fig.1 em Wallis et al (1969)

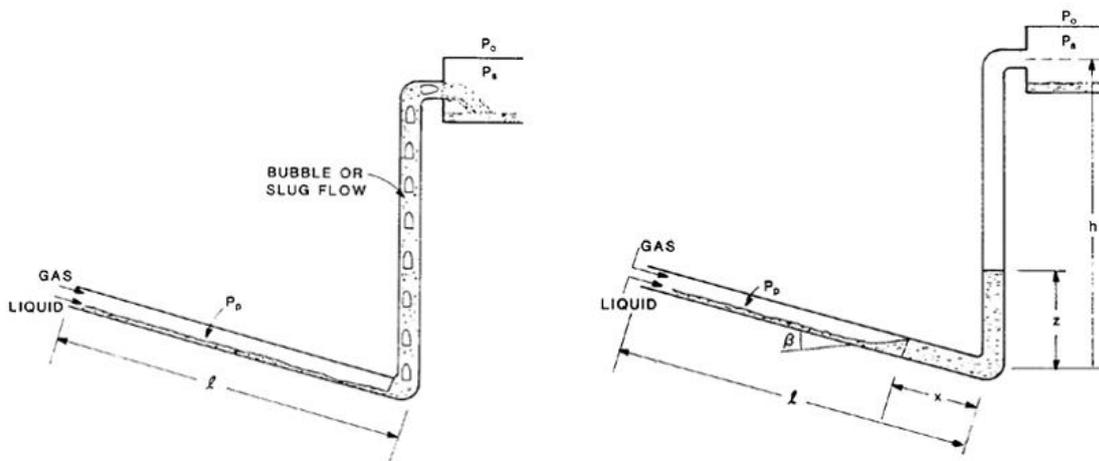


Figura 1 - Escoamento intermitente por golfadas (a) e acúmulo de gás no pipeline(b).

Em determinadas situações o padrão em golfadas pode mudar devido às características geométricas e as características do próprio escoamento, originando um fenômeno indesejado chamado de intermitência severa. Geralmente, a situação típica, na qual ocorre o fenômeno, é devido ao acúmulo de líquido no fundo de um *riser*. Ele bloqueia a passagem de gás, como mostrado na fig. 2, e inicia um ciclo de golfada de períodos da ordem de horas, muito maior que o período de *slugs* em operação normal ou estado estacionário.

A intermitência severa está associada a grandes oscilações de pressão e problemas de dimensionamento nas unidades de separação na plataforma de extração, provocando sua saída de serviço e perdas econômicas. A intermitência severa ocorre geralmente num ponto com uma cota baixa na topografia do conduto, por exemplo, num trecho de tubulação descendente ou linha, seguido de um trecho ascendente ou *riser*. Os pré-requisitos para que isto aconteça são pressões e vazões baixas, tipicamente quando o poço já tem um tempo razoável de exploração. Na operação em estado permanente, o padrão de escoamento na linha pode ser estratificado, enquanto no *riser* resulta intermitente.

Um ciclo de intermitência severa pode ser descrito em termos das seguintes etapas. Uma vez que o sistema se desestabiliza e a passagem de gás fica bloqueada na base do *riser*, o líquido continua entrando e o gás existente no *riser* continua saindo, sendo possível que o nível de líquido fique abaixo do nível máximo no separador. Como consequência disto, a coluna do *riser* se torna mais pesada e a pressão na base aumenta, comprimindo o gás na linha e criando uma região de acumulação de líquido; esta etapa é conhecida como formação do *slug*. Quando o nível de líquido atinge o topo enquanto a passagem de gás permanece bloqueada, a pressão na base atinge seu máximo valor e há somente líquido escoando no *riser*, resultando a etapa de produção do *slug*.

Como o gás continua entrando na linha, a frente de acumulação de líquido é puxado de volta até que atinge o base do *riser*, começando a etapa de penetração de gás. A medida que o gás penetra no *riser* a coluna se torna mais leve, diminuindo a pressão e aumentando a vazão de gás. Quando o gás atinge o topo, a passagem de gás fica liberada através do escoamento estratificado na linha e do escoamento intermitente/anular no *riser*, causando uma violenta expulsão e uma rápida descompressão que leva novamente o processo à etapa de formação; esta etapa é conhecida como expulsão de gás.

Para o escoamento multifásico podem-se escrever as equações de conservação de massa e conservação de momento linear, para o par gás-líquido. A principal dificuldade para resolver as equações de conservação é re-introduzir a informação perdida no processo de média temporal.

Os modelos para analisar escoamentos multifásicos podem ser classificados segundo o grau de sofisticação. O modelo mais simples considera as equações de conservação para as fases escoando em conjunto (homogêneo), enquanto modelo mais sofisticado (*drift* ou deriva) trabalha com as equações de conservação aplicadas a cada uma das fases individualmente.

### 3. Análise de caso

Neste capítulo será apresentada uma análise sobre o trabalho desenvolvido por S. Mokhatab, da Universidade de Terã, no artigo *Severe slugging in a catenary-shaped riser: experimental and simulation results*, publicado na revista *Petroleum Science and Technology* em junho de 2007. Neste artigo são apresentadas diversas condições de experimento sobre escoamento bifásico água-ar em um sistema *pipeline-riser*, com uma comparação entre dados experimentais e os valores preditos por um código computacional (OLGA). Entre os objetivos deste estudo está verificar as áreas em que o código computacional, desenvolvido em Baliño et al (2008), é capaz de prever com boa aproximação o comportamento do sistema durante o fenômeno da intermitência severa, e da faixa em que o código pode apresentar falhas.

#### 3.1. Apresentação

O experimento realizado por Mokhatab et al (2007) foi executado em dois testes. No Teste 1, manteve-se a vazão de ar aproximadamente constante no valor de  $10 \text{ m}^3/\text{h}$ , variando-se a vazão de água entre  $2 \text{ L/s}$ ,  $1 \text{ L/s}$  e  $0,5 \text{ L/s}$ . O comportamento das vazões de líquido (água) e gás (ar) durante o período de realização do experimento pode ser visualizado na fig. 4. Todos os parâmetros do experimento feito por Mokhatab foram reutilizados para a nova simulação.

#### 3.2. Análise

Neste artigo é apresentado apenas um dos testes. O gráfico abaixo descreve a variação da pressão na base do *riser* predita pelo código FORTRAN para  $Q_{L0} = 2 \text{ L/s}$  e  $\dot{m}_G = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ .

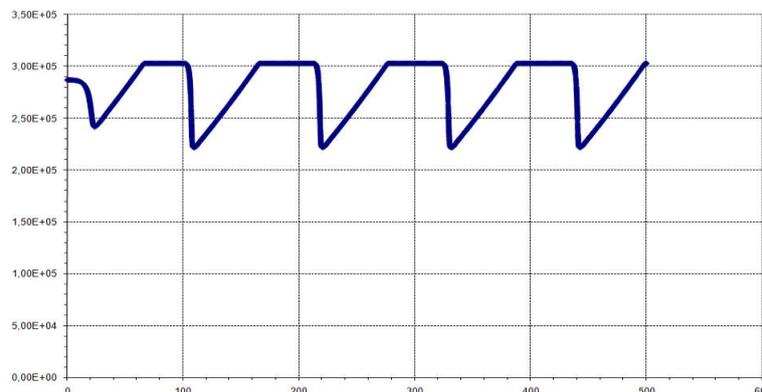


Figura 2 - Variação da pressão na base do riser para vazão de água de  $2 \text{ L/s}$

#### 3.3. Resultados

As pressões apresentadas pelo modelo possuem uma disparidade de 10% a 20% em relação aos períodos da curva de pressão experimental de Mokhatab. Essa diferença aumenta com a diminuição da vazão de líquido, o que diminui o período de produção de líquido, já que há menos líquido escoando, conseqüentemente, o período de pulsação torna-se predominante, gerando instabilidade no sistema, o que é representado pelo erro associado a cada caso, esse último aumenta com a diminuição da vazão de líquido;

O período total mostrado na curva de pressão aumenta quando a vazão de líquido diminui enquanto que o período de produção (intervalo de tempo em ocorre apenas vazão de líquido à pressão máxima) diminui quando comparado ao valor experimental. Com a diminuição da vazão, a produção de líquido diminui, ou seja, o período relacionado à produção diminui quando existe menos líquido dentro do *riser*;

As curvas representadas também apresentam uma defasagem temporal, um atraso, quando comparados ao experimental, tanto no modelo quanto no caso numérico apresentado por Mokhatab. O modelo utilizado para análise numérica usa apenas as condições iniciais para realizar as simulações, ou seja, ele não considera variações nas condições do problema. Porém, no experimento, a partir de observações das curvas representadas, conclui-se que existem variações nas medidas tanto da vazão quanto das pressões, o que pode aumentar a disparidade dos valores calculados numericamente com aqueles obtidos através do experimento.

#### 4. Critério de estabilidade – Comparação pelo critério de Boe

Neste capítulo serão abordados os critérios para análise de estabilidade. Tal análise é baseada no trabalho publicado por Taitel (1990). Nele são apresentados valores experimentais de escoamentos nos quais é sabido seu comportamento estável ou instável. Além disso, serão feitas comparações com as curvas de estabilidade levantadas por Taitel em relação às discrepâncias apresentadas pelos cálculos numéricos realizados neste relatório.

O padrão de intermitência severa é tipicamente relacionado a baixas vazões de líquido e de gás. Isso requer que o padrão de escoamento no *pipeline* seja estratificado. Portanto, uma condição para a existência de intermitência severa é que o padrão de escoamento no trecho inclinado seja um padrão estratificado. Para a determinação dessa condição, é necessário utilizar os mapas de padrão de escoamento ou qualquer método que possa prever os padrões de escoamento.

Em adição a esta condição, a existência de um ciclo de intermitência severa requer que o líquido penetre no pipeline, a saber,  $x > 0$  (Boe, 1981). Esse requerimento é geralmente satisfeito para escoamentos de gás relativamente baixos. Segundo Boe, a condição para  $x = 0$  se encontra no instante em que o aumento da pressão devido à adição de líquido no *riser* é equilibrado pelo aumento na pressão no pipeline devido à adição de gás. A equação (5.1) representa o método para poder se determinar a fronteira de Boe para um específico exemplo mostrado em [12]

$$u_{LS} = \frac{\rho_{G0}RT}{\rho_L g(l\alpha + L)} u_{GS0} \quad (5.1)$$

Em seu artigo, Boe alega que fora da região limitada pelo critério, o escoamento terá natureza de regime estacionário, enquanto que internamente a intermitência severa irá prevalecer. Esta afirmação, contudo, não se mostra muito precisa. Na realidade, o critério de Boe pode ser violado por escoamentos em regime estacionário que se encontrem na região designada para escoamentos sobre intermitência severa e vice-versa. Tal situação poderá ser observada nas análises a seguir. Para a construção da curva do critério de Boe, neste trabalho, será usada uma combinação entre equação (4.3) e a seguinte condição:

$$u_{L0} > 149 \left( \frac{D}{4} \right)^{2/3} |\sin \theta_P|^{1/2} \quad (4.2)$$

Essa condição garante que para uma velocidade superficial do líquido, que só depende da geometria do conjunto, não ocorrerá intermitência severa. O sistema de equações formado pela equação (5.1) e (5.2), neste trabalho, será chamado curva do critério de Boe ou critério de Boe. Tal curva é referente a um limite teórico imposto sobre o mapa de estabilidade. Abaixo da linha o regime é instável e acima da linha o regime é estável.

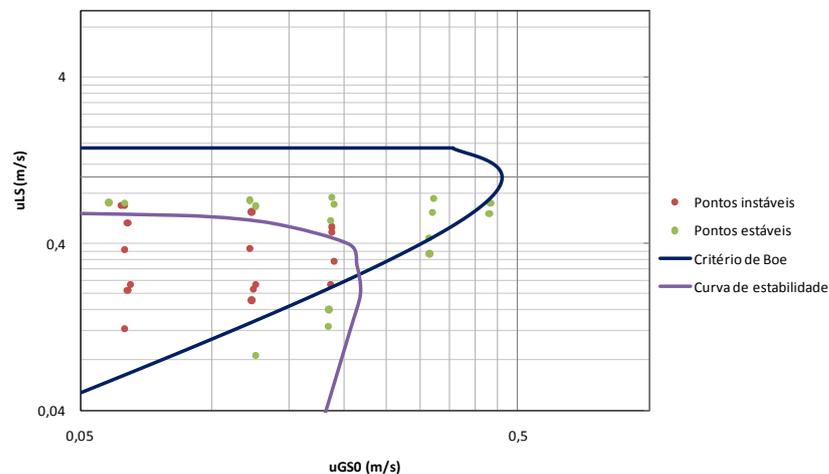


Figura 3 - Curva de estabilidade pelo critério de Boe

Comparando-se as curvas de Taitel com os mapas construídos em função das velocidades superficiais, percebe-se uma semelhança entre os comportamentos das duas curvas. Pode-se notar que ambas possuem os valores limites de velocidades semelhantes e a geometria da curva é próxima uma da outra. Disso, conclui-se que o critério de Boe apresentado neste trabalho foi realizado de maneira análoga ao que Taitel mostrou em seu artigo e, portanto, os resultados são aceitáveis do ponto de vista de comparação. Pode-se, conseqüentemente, utilizar os resultados obtidos neste trabalho como base para análise futura das curvas de estabilidade, em sistemas *pipeline-riser* com *riser* vertical e com atrito, de maneira que os resultados sejam comparáveis e as discrepâncias possam ser verificadas e analisadas.

Pode-se perceber que existem pontos próximos entre si nos quais um deles é instável e o outro é estável. Esta situação torna questionável a maneira que Taitel realizou o experimento e como ele garantiu a estabilidade de certos escoamentos. Análises mais recentes (Baliño, 2007) mostram que esses pontos podem se encontrar sob a região de SS3, tipo de intermitência severa, no qual Taitel não fez menção em seu trabalho.

## 5. Análise de estabilidade para o sistema *pipeline-riser*

A metodologia exposta em Baliño et al (2006) para obter os mapas de estabilidade é computacionalmente intensiva, pois para cada configuração do sistema é preciso fazer uma simulação temporal das equações de governo e verificar se a solução numérica converge para um regime permanente ou se para algum regime intermitente.

Quando se está próximo da fronteira de estabilidade, mas para uma configuração dos parâmetros do sistema onde o estado estacionário é instável, a evolução do sistema para o regime intermitente é lenta, pois a taxa de crescimento no tempo da instabilidade é muito pequena, o que leva a grandes períodos de simulação.

A teoria de estabilidade linear fornece uma metodologia que resulta em procedimento computacional mais econômico. Uma vez determinado o estado estacionário, escrevemos as variáveis dependentes como a soma de seus valores no estado estacionário mais uma perturbação e substituímos nas equações de governo do escoamento multifásico. Em seguida, lineariza-se as equações de governo das perturbações do estado estacionário. Para determinar a estabilidade do estado estacionário é necessário que se resolva o sistema de equações lineares que resultou do procedimento descrito.

Dessa forma obtém-se um sistema de equações algébricas, cuja solução pode ser escrita em termos de seus autovalores e autovetores. Em seguida realiza-se a transformada inversa de Laplace, que fornece que a evolução temporal da solução das equações lineares para as perturbações do estado estacionário depende dos autovalores do sistema de equações algébrico anteriormente obtido. Caso os autovalores tenham parte real negativa, a solução decai exponencialmente com o tempo e o estado estacionário é estável. Se pelo menos um autovalor possui parte real positiva, a solução cresce exponencialmente com o tempo e o estado estacionário é instável.

Resumindo, a estabilidade do estado estacionário em face de pequenas perturbações é definida pelo espectro do operador obtido via linearização das equações de governo em termos do estado estacionário.

Neste capítulo será apresentado um resumo das equações adimensionais que controlam as perturbações do estado estacionário de um escoamento bifásico em um sistema *pipeline-riser*, para uma geometria específica, como riser vertical, e algumas hipóteses simplificadoras como fração de vazio constante no riser e atrito desprezível entre os fluidos e o riser. O equacionamento completo encontra-se em Burr et al (2009).

### 5.1. Equações de governo para as perturbações do estado estacionário

Para se obter as equações de governo das perturbações introduz-se a soma dos termos estacionários com os termos de perturbação nas equações adimensionais e, desta maneira, determinam-se as equações de governo para as perturbações.

- Equações de governo de perturbações para o *pipeline* em  $x^* = 0$  (no *pipeline* apenas um ponto é necessário para se analisar a estabilidade do sistema)

- Conservação de massa de líquido:

$$\dot{j}_{l1} = 0 \quad (5.1)$$

- Conservação de massa de gás:

$$\left( \frac{L}{L_r} \cdot \tilde{\alpha}_p + \frac{L_b}{L_r} \right) \cdot \frac{\partial P_g}{\partial t} + \frac{L}{L_r} \cdot \tilde{P}_g \cdot \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + P_g \cdot \tilde{j}_{g1} + \tilde{P}_g \cdot j_{g1} = 0 \quad (4.2)$$

- Relação de deriva:

Por hipótese admite-se que  $\alpha_p$  é constante e, portanto, não será considerada a perturbação desta variável.

- Equações de governo para o riser:
  - Conservação de massa para o líquido:

$$-\frac{\partial \alpha_r}{\partial t} + \frac{\partial j_l}{\partial s} = 0 \quad (4.3)$$

- Conservação de massa para o gás:

$$\tilde{\alpha}_r \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \tilde{P} \cdot \frac{\partial \alpha_r}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{P}}{\partial s} \cdot j_g + \tilde{P} \cdot \frac{\partial j_g}{\partial s} + \tilde{j}_g \cdot \frac{\partial P}{\partial s} + \frac{\partial \tilde{j}_g}{\partial s} \cdot P = 0 \quad (4.4)$$

- Momento linear da mistura (sem atrito e riser vertical):

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -\Pi_L \cdot \left[ -\alpha_r + \tilde{P} \cdot \alpha_r + P \cdot \tilde{\alpha}_r \right] \quad (4.5)$$

- Relação de deriva:

$$(1 - C_d \cdot \tilde{\alpha}_r) \cdot j_g - (C_d \cdot \tilde{\alpha}_r) \cdot j_l - (C_d \cdot [\tilde{j}_l + \tilde{j}_g] + U_d^*) \cdot \alpha_r = 0 \quad (4.6)$$

Nas equações acima se desprezaram os termos não lineares, como por exemplo, os produtos de dois termos de perturbação. O equacionamento necessário para se desenvolver as equações (4.3)-(4.6) está mostrado em Burr et al (2009) e, portanto, optou-se por não refazê-los neste relatório.

## 5.2. Redução do número de equações de perturbação para o riser

Para tornar mais simples o procedimento computacional, nesta seção a equação (4.6) será eliminada para reduzir o número de equações de governo das perturbações do estado estacionário no riser. Portanto, pode-se reescrever a equação (4.6) como:

$$\alpha_r = \frac{\tilde{\alpha}_r \cdot (1 - C_d \cdot \tilde{\alpha}_r)}{\tilde{j}_g} \cdot j_g - \frac{C_d \cdot \tilde{\alpha}_r^2}{\tilde{j}_g} \cdot j_l \quad (4.7)$$

Podem-se reescrever as equações (4.3), (4.4) e (4.5) a partir da substituição de  $\alpha_r$  pela equação (4.7), com  $j_g(s, t)$ ,  $j_l(s, t)$  e  $P(s, t)$  como variáveis a serem determinadas, o que resulta nas equações representadas abaixo.

A partir de (4.3) obtém-se:

$$-\tilde{\alpha}_r \cdot (1 - \tilde{\alpha}_r \cdot C_d) \frac{\partial j_g}{\partial t} + \tilde{\alpha}_r^2 \cdot C_d \cdot \frac{\partial j_l}{\partial t} + \tilde{j}_g \cdot \frac{\partial j_l}{\partial s} = 0 \quad (4.8)$$

A partir de (4.4) obtém-se:

$$\tilde{P} \cdot \tilde{\alpha}_r \cdot (1 - \tilde{\alpha}_r \cdot C_d) \frac{\partial j_g}{\partial t} - C_d \cdot \tilde{P} \cdot \tilde{\alpha}_r^2 \cdot \frac{\partial j_l}{\partial t} + \tilde{j}_g \cdot \tilde{\alpha}_r \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \tilde{j}_g \cdot \frac{\partial}{\partial s} (\tilde{j}_g \cdot P + \tilde{P} \cdot j_g) = 0 \quad (4.9)$$

A partir de (4.5) obtém-se:

$$\tilde{j}_g \cdot \frac{\partial P}{\partial s} = -\Pi_L \cdot \left[ \tilde{j}_g \cdot \tilde{\alpha}_r \cdot P + (\tilde{P} - 1) \cdot \tilde{\alpha}_r \cdot (1 - \tilde{\alpha}_r \cdot C_d) \cdot j_g - (\tilde{P} - 1) \cdot \tilde{\alpha}_r^2 \cdot C_d \cdot j_l \right] \quad (5.10)$$

As equações (4.8)-(5.10) podem ser reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial j_l}{\partial t} \\ \frac{\partial j_g}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial t} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & D_{23} \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial j_l}{\partial s} \\ \frac{\partial j_g}{\partial s} \\ \frac{\partial P}{\partial s} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} j_l \\ j_g \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

## 5.3. Estabilidade

Aplica-se a transformada de Laplace ao sistema de equações (5.11) e nas equações (5.1) e (4.2) de forma a eliminar a dependência em relação ao tempo. Em seguida, discretiza-se o domínio espacial (intervalo  $0 < s < 1$ ) e representa-se o operador de diferenciação via diferenças finitas. O resultado é um sistema de equações algébricas, que uma vez resolvido fornece a solução no domínio da variável da transformada de Laplace. A transformada inversa de Laplace dessa solução fornece a solução no domínio do tempo. Essa solução é função dos autovalores do sistema de equações algébricas resultante da discretização espacial. Caso todos esses autovalores possuam parte real negativa, a solução decai com o tempo e o estado estacionário é estável. Caso um autovalor possua parte real positiva, a solução cresce com o tempo e o estado estacionário é instável. Uma vez aplicada a transformada de Laplace às equações (5.1), (4.2) e (5.11) temos:

- Para a tubulação tem-se:
  - Para o líquido tem-se a equação:

$$\hat{j}_{l1} = 0 \quad (5.12)$$

- Para o gás tem-se a equação:

$$\omega \left( \frac{L}{L_r} \tilde{\alpha}_p + \frac{L_b}{L_r} \right) \hat{P}_g - \left( \frac{L}{L_r} \tilde{\alpha}_p + \frac{L_b}{L_r} \right) \hat{P}_g(0) + P_g \tilde{j}_{g1} + \tilde{P}_g j_{g1} = 0 \quad (5.13)$$

- Para o riser tem-se:

$$\left( [A] + \omega [B] \right) \begin{Bmatrix} \hat{j}_l \\ \hat{j}_g \\ \hat{P} \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{j}_l}{\partial s} \\ \frac{\partial \hat{j}_g}{\partial s} \\ \frac{\partial \hat{P}}{\partial s} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} j_l \\ j_g \\ P \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

As equações (5.12) e (5.13) são utilizadas como condição de contorno para o riser em  $s = 0$ . Representa-se o operador  $\partial/\partial s$ , que aparece no sistema de equações (5.14), por um operador de diferenças finitas. Para tal, utiliza-se fórmula de diferenças finitas de três pontos. Discretiza-se o intervalo  $0 < s < 1$  em  $N + 1$  pontos. Isso resultará em um total de  $3N + 3$  variáveis, mas com condição de contorno dada pelas equações (5.12), (5.13), na realidade têm-se  $3N$  variáveis desconhecidas. Logo, necessitam-se de  $3N$  equações para determiná-las. Utiliza-se a equação (5.13) para escrever  $\hat{j}_{g1} = \hat{j}_{g1}(s = 0)$  em termos de  $\hat{P}_g = P(s = 0)$ , ou seja

$$\hat{j}_{g1} = \frac{\tilde{j}_{g1}}{\tilde{P}_g} \hat{P}_g - \omega \left( \frac{L}{L_r} \tilde{\alpha}_p + \frac{L_b}{L_r} \right) \frac{\hat{P}_g}{\tilde{P}_g} + \left( \frac{L}{L_r} \tilde{\alpha}_p + \frac{L_b}{L_r} \right) \frac{P_g(0)}{\tilde{P}_g} \quad (5.15)$$

O resultado da discretização via diferenças finitas é o seguinte sistema de equações algébricas:

$$\left( \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \hat{j}_l \\ \hat{j}_g \\ \hat{P}_1 \\ \hat{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Os blocos  $K_{ij}$  e  $M_{ij}$ ,  $i, j = 1; 2$  tem dimensão  $N \times N$ , o bloco  $K_{33}$  e  $M_{33}$  tem dimensão  $1 \times 1$ , os blocos  $K_{23}$  e  $M_{23}$  tem dimensão  $N \times 1$ , os blocos  $K_{24}$  e  $M_{24}$  tem dimensão  $N \times (N-1)$ , os blocos  $K_{4j}$ ;  $j = 1; 2$  tem dimensão  $(N-1) \times N$ , o bloco  $K_{43}$  tem dimensão  $(N-1) \times 1$  e o bloco  $K_{44}$  tem dimensão  $(N-1) \times (N-1)$ . Os vetores  $\{\hat{j}_l\}$  e  $\{\hat{j}_g\}$  tem dimensão  $N$  e o vetor  $\{\hat{P}\}$  tem dimensão  $N-1$ .

A equação acima deixa claro que os vetores  $\{\hat{j}_l\}$  e  $\{\hat{j}_g\}$  tem dimensão  $N$  e que o vetor  $\{\hat{P}\}$  tem dimensão  $N-1$ , mas os valores a serem determinados para a pressão  $\hat{P}$  vão do nó 1 até o nó  $N$ , enquanto que os valores a serem determinados para  $\hat{j}_l$  e  $\hat{j}_g$  vão do nó 2 até o nó  $N + 1$ . A primeira linha de blocos na equação matricial (5.16) representa a discretização da equação de continuidade para o líquido no riser (matrizes  $K_{1j}$  e  $M_{1j}$ ). A segunda linha de blocos na equação matricial representa a discretização da equação de continuidade para o gás no riser (matrizes  $K_{2j}$  e  $M_{2j}$ ). A terceira linha na equação matricial representa a equação do momento da mistura no primeiro nó da discretização do riser, e a quarta linha dessa equação matricial representa a discretização da equação do momento para a mistura ao longo do riser. A última linha da equação matricial será utilizada para eliminarmos o vetor de pressão e reduzir a dimensão do problema de autovalores/vetores associado a essa equação algébrica.

Após um rearranjo algébrico na equação (5.16), esta última pode ser escrita como:

$$\left[ \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{j}_l \\ \hat{j}_g \\ \hat{P}_1 \end{Bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ 0 & 0 & H_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{j}_l \\ \hat{j}_g \\ \hat{P}_1 \end{Bmatrix} \right] = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

Para se determinar a estabilidade do estado estacionário basta determinar os autovalores do problema de autovalores/autovetores:

$$\left( \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ 0 & 0 & H_{33} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \hat{j}_l \\ \hat{j}_g \\ \hat{P}_1 \end{Bmatrix} = 0 \quad (5.19)$$

Onde  $\omega$  representa o conjunto de autovalores a ser determinado. Se os  $2N+1$  autovalores apresentarem parte real negativa, o estado estacionário é estável, mas se um autovalor apresentar parte real positiva, o estado estacionário é instável.

## 6. Resultados da teoria de estabilidade

Neste capítulo serão apresentadas as curvas levantadas a partir das simulações realizadas em função do cálculo dos autovalores para diversas configurações, com e sem atrito. Três tipos de análises podem ser realizadas: a análise e comparação do mapa de estabilidade, em função do conjunto de parâmetros, com outros mapas disponíveis na bibliografia, a análise da quantidade de autovalores com parte positiva no intervalo estudado e a análise do módulo dos autovalores positivos encontrados, nos casos em que existam autovalores com parte real positiva.

Os mapas de estabilidade mostram, ponto a ponto, para quais configurações o sistema é estável ou não, sendo que os pontos azuis são instáveis, enquanto que os pontos vermelhos representam configurações estáveis do sistema. Estes mapas mostram o contorno da curva de estabilidade que pode ser representado pelos valores nos quais ocorre a mudança de instável para estável.

Os gráficos representados pelas curvas de nível revelam uma informação mais quantitativa do mapa de estabilidade. O primeiro mostra quantos autovalores positivos se encontram para uma determinada configuração do sistema. A quantidade de autovalores revela o quão próxima aquela configuração está próxima da fronteira de estabilidade, pois quanto menor o número de autovalores disponíveis em uma configuração mais próxima esta se posiciona próxima a região estável.

A segunda curva mostra os maiores módulos de autovalores de parte real. As duas curvas de nível se complementam, pois se pode concluir que configurações que apresentam muitos autovalores e com autovalores de parte real com módulos de grande intensidade se localizam em regiões distantes da fronteira de estabilidade. Tal análise torna-se relevante para se compreender a sensibilidade dos autovalores próximos a região de fronteira e de que maneira esse região pode-se comportar quando pequenas alterações nos parâmetros ou no equacionamento do modelo forem feitas.

### 6.1 Resultados obtidos

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos através da simulação numérica explicitada na modelagem

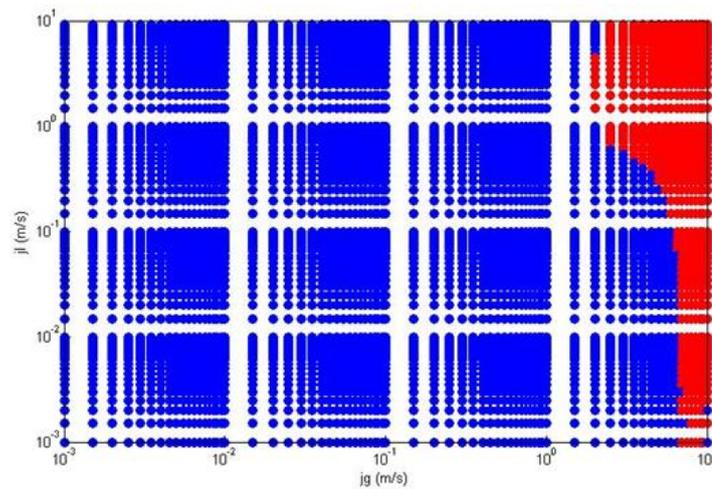


Figura 4 - Mapa de estabilidade

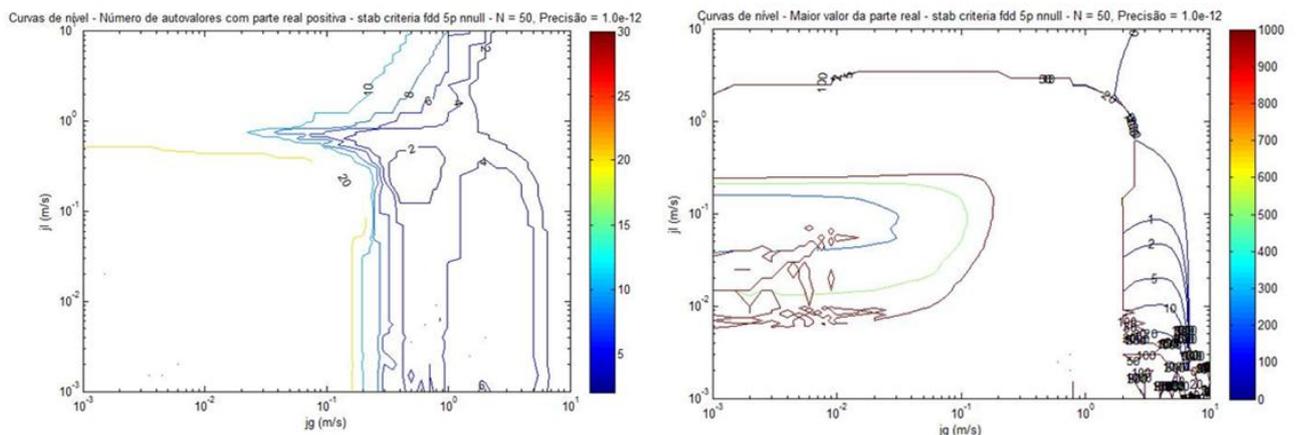


Figura 5 - Curvas de estabilidade - Números de autovalores reais (fig. (a)) e autovalor de maior parte real (fig.(b))

## 6.2 Análises

Analisando-se os resultados e comparando-se as curvas levantadas com e sem atrito conclui-se que a inclusão do atrito na simulação altera profundamente o resultado. É possível perceber a sensibilidade do modelo para com qualquer alteração em seus parâmetros. Analisando-se as curvas de nível percebe-se que existem diversas configurações que se encontram próximas da fronteira de estabilidade, com um pequeno número de autovalores com parte real positiva e esses autovalores apresentam um módulo do autovalor de maior parte real muito pequeno, ou seja, muito possivelmente uma pequena correção ou inclusão de hipóteses mais sofisticadas possa tornar estas configurações estáveis.

Percebe-se que nas curvas de nível que mostram os autovalores de maior parte real, a mudança do módulo de um valor relativamente baixo para um valor muito alto é brusca, o que pode justificar a análise do parágrafo acima.

Primeiramente, com relação ao cálculo dos autovalores, percebeu-se que o problema não se limita a questões numéricas, pois mesmo utilizando uma alternativa mais sofisticada para resolução, não houve uma melhora tão significativa a ponto de corrigir o problema, mesmo que o problema do autovalor de módulo infinito tenha sido corrigido com esta técnica. Portanto, o erro deve estar associado à modelagem do sistema que deve ser revista.

Acredita-se que esta questão possa estar relacionada à situação em que um bloco de matriz tenha valores muito grandes e outro bloco tenha valores muito pequenos, o que faz um bloco ter caráter dominante no sistema e o outro fica praticamente nulo. Esta condição pode criar um problema relacionado a um conjunto matricial que apresente comportamento de uma matriz singular. Uma alternativa que poderia modificar o resultado, de tal maneira que pudesse corrigir o problema, seria a inserção de termos relacionados à inércia.

Quanto aos resultados, o método de cálculo dos autovalores, método QZ, obtém um número de autovalores maior do que deveria, devido ao procedimento numérico internos das rotinas e também por erros numéricos associados à modelagem. Estes problemas podem fazer com que autovalores que deveriam ter parte real negativa sejam calculados com parte real positiva, neste caso originam-se as regiões onde há poucos autovalores com parte real positiva, como por exemplo, regiões de dois a oito autovalores. Nas figuras referentes ao mapa de estabilidade este problema é evidenciado pela parte superior do gráfico, que é sabido ser estável, e é indicada nessas simulações, em todos os casos, como instável, ou seja, o programa não consegue recuperar essa região nas simulações.

## 7. Conclusões

Com base nas atividades desenvolvidas pode-se verificar a real importância de se compreender os escoamentos multifásicos e suas implicações em sistemas de produção de petróleo, bem como os diversos fenômenos que podem ocorrer em diversas configurações do sistema, como a intermitência severa. Portanto, a adoção de um modelo adequado e válido para a análise do fenômeno de intermitência, que ocorre frequentemente na exploração de petróleo, é de fundamental importância para que se possam evitar as crescentes perdas econômicas e a saída de serviço da plataforma.

Como era esperado a partir de uma análise e comparações com outro experimento verificou-se uma satisfatória eficácia do modelo em [6], com base nos parâmetros que foram determinados a partir do mesmo. A análise revelou que as respostas fornecidas conseguiam prever com certa precisão o comportamento das variáveis, fornecendo melhores resultados do que aqueles encontrados pelo modelo usado no próprio experimento.

A implementação do critério de Boe, segundo, pode prever satisfatoriamente os tipos de regimes para diversos pontos experimentais. A curva de estabilidade construída em função das rotinas de teve bons resultados quando o comprimento de *buffer* é relativamente menor do que o comprimento do *pipeline*. Contudo, quanto maior o comprimento, o modelo tolera escoamentos, que são estáveis, de se encontrar na região de instabilidade.

A partir da teoria de estabilidade, as equações de governo para perturbações em um sistema *riser-pipeline* simplificado foram desenvolvidas e a análise de estabilidade em função dos autovalores encontrados foi realizada. Até o presente o momento de entrega deste trabalho, os resultados da análise de estabilidade pela teoria de estabilidade linear não foi o desejado. Os principais problemas encontrados se apresentaram no cálculo dos autovalores, ou seja, sua determinação em função do método de procura do mesmo, baseado no método de QZ para matrizes não-simétricas. Acredita-se que este problema possa ser justificado pela singularidade apresentada pelas matrizes G e H que não deveriam ser singular, baseada em suas formulações teóricas.

Acredita-se que a inclusão de termos relacionados à inércia possa corrigir o problema da singularidade, porém todo o equacionamento deve ser realizado novamente para que essas mudanças sejam efetivamente consideradas e possa alterar o resultado de maneira satisfatória.

Com relação à metodologia utilizada, todos os testes foram realizados e garantiu-se a funcionalidade para qualquer uso eventual futuro destas rotinas e funções utilizadas neste trabalho de conclusão de curso. Também, foi possível corrigir problemas numéricos encontrados durante a programação das rotinas, conseqüentemente, todas as rotinas funcionam perfeitamente, com exceção daquilo que já foi exposto no relatório.

## 8. Referências

- Mokhtab, S, Severe Slugging In a Catenary-shaped Riser: Experimental and Simulation Studies, *Petroleum Science and Technology*, 719-740, 2007.
- Baliño, J. L., Análise de intermitência severa em *risers* de geometria catenária, *Tese de Livre Docência*, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 141 p., 2008.

- Baliño, J. L., Modelado y simulación de intermitencia severa (*severe slugging*) en sistemas *pipeline-riser*, aplicado a tecnología de petróleo, *IX Reunión sobre Recientes Avances en Física e Fluidos y sus Aplicaciones (FLUIDOS 2006)*, Mendoza, Argentina, 2006.
- Baliño, J. L. (coordenador), Análise de intermitência severa em risers de geometria catenária, *Relatório Final Projeto Petrobras / FUSP 0050.0007646.04.2*, 191 p., 2006
- Baliño, J. L., Burr, K. P. & Pereira, N. A. L., Modeling and simulation of severe slugging in pipeline-riser systems, *XIX International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007)*, Brasília, Brasil, Novembro 2007.
- Burr, K. P. & Baliño, J. L., Evolution Equation for Two-Phase Flow Hydrodynamic Instabilities in Pipe-Riser Systems, *Proceedings do XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (XII DINAME)*, Ilha Bela, Brasil, 2007.
- Burr, K. P. & Baliño, J. L., Assymptotic solution for the stationary state of two-phase flows in pipeline-riser systems, *XIX International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007)*, Brasília, Brasil, Novembro 2007.
- Burr, K. P. & Baliño, J. L., Stationary state assymptotic solution for two-phase flows in pipeline-riser systems of general geometry, *V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2008)*, Salvador, Brasil, Agosto 2008.
- Wallis, Graham B., One-dimensional two-phase flow, New York: McGraw-Hill, 408 p., 1969.
- Strogatz, Steven H., Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 498 p., 1994.
- Burr, K. P., Análise de Estabilidade para Riser em Catenária: Resumo de Equações, São Paulo, 46 p., 2009
- Taitel, Y.; Vierkandt, S.; Shoham, O.; Brill, P., Severe slugging in a riser system: *Experiments and modeling, Int. J. Multiphase Flow*, vol. 16, pp. 57-68, 1990.
- Thomaz, Ricardo da Carvalhinha, Simulação de escoamentos multifásicos. Aplicação a intermitência severa em sistemas de produção de petróleo – São Paulo, 2009. 60 p.
- Oliveira, Raoni Ribeiro Aredas de, Implementação numérica e análises paramétricas em estado estacionário para estudos de intermitência Severa em sistemas de produção de petróleo – São Paulo, 2009. 66 p.

## 9. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## STUDY OF HYDRODYNAMIC STABILITY IN SEVERE SLUGGING BY QZ METHOD

**Gabriel Romualdo de Azevedo**

gazevedo00@gmail.com

**Jorge L. Baliño**

jlbaliño@usp.br

**Karl Peter Burr**

kpburr@gmail.com

**Abstract.** *This graduation work aims the hydrodynamic stability analysis of multiphase flow models applied to oil production systems. It will be developed analytical and computational tools capable of determining the parameter space regions where the multiphase flow is steady and the regions where there are different types of intermittency, such as the severe slugging. Methodologies will be developed for classifying different types of hydrodynamic instabilities which will be helpful in determining which intermittent regimens are acceptable or not. The stability analysis, by checking the eigenvalues related to the numerical solution, will be made by the QZ method, such that the tool can fix any eventuality in the calculation of eigenvalues.*

**Keyword:** *severe, slugging, multiphase, flow, hydrodynamic.*