PLANILHA PARA SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS COM TROCA DE CALOR E ATRITO

Bruno Jacob Perina
brujacob@gmail.com

Resumo. *O escoamento de fluidos em tubulações é um objeto de muito estudo na atualidade, uma vez que muitas situações cotidianas, e outra, nem tão comuns, empregam tanto gases como líquidos como fluido de trabalho. Na vida real, estes escoamentos sofrem a influência de diversos potenciais, como atrito, troca de calor, variação de área da tubulação, adição de massa, entre outros. O escopo deste projeto visa o estudode escoamentos em trocadores de calor com atrito, sendo estes os únicos potenciais variáveis, criando uma planilha onde se possa entrar com as propriedades de uma seção e as variações dos potenciais no escoamento e se chegue em todas as propriedades do fluido em uma outra seção qualquer do duto. A metodologia consiste primeiramente em equacionar todo o processo e usar o método dos coeficientes de influência, onde relaciona-se cada propriedade do fluido a todos os potenciais variáveis do escoamento. Depois aplica-se o método de integração Runge-Kutta 4 no Microsoft Excel 2007 para se obter a variação do número de Mach no escoamento. Com isso, usam-se algumas relações chamadas de equações integrais, para se obter a variação de todas as propriedades ao longo do escoamento através da geração de gráficos.Após toda a implementação das equações no software escolhido, obteve-se uma forte ferramenta para solução de problemas em escoamentos generalizados*

Palavras chave:*. escoamento generalizado, trocador de calor, atrito, runge-kutta, planilha.*

1. Introdução

Grande parte dos sistemas térmicos e hidráulicos empregam fluidos compressíveis, tanto líquidos, como gases, como substâncias de trabalho. Para se entender melhor o funcionamento destes sistemas, o escoamento em suas tubulações é muito estudado.

O método mais didático usado nos cursos para o estudo destes escoamentos usa o conceito de escoamento simples, onde apenas um potencial do fluido é responsável por todas as suas mudanças de propriedades, como por exemplo escoamento isoentrópico com mudança de área da tubulação, com atrito e sem troca de calor (Fanno), diabático reversível (Rayleigh), entre outros. Para os fluidos considerados perfeitos em escoamentos simples, os problemas podem ser facilmente resolvidos de forma fechada, já quando considerados reais, métodos numéricos simples são suficiente para a solução.

Porém, a grande maioria dos problemas que devem ser estudados na vida real são combinações de escoamentos simples. À combinação destes se dá o nome de Escoamentos Compressíveis Unidimensionais Generalizados e a solução para estes problemas se dá através de métodos numéricos mais complicados.

Este projeto consiste na criação de uma planilha para a resolução de problemas na área dos escoamentos generalizados, podendo englobar um ou mais escoamentos simples. Os escoamentos simples aqui analisados serão: diferença de área (bocal), atrito (escoamento Fanno), troca de calor (escoamento Rayleigh), arrasto e adição/supressão de massa, porém o foco será dado em escoamentos com troca de calor e atrito simultaneamente.

Para a resolução dos problemas será usado o método dos coeficientes de influência. Este método é bastante flexível e muito discutido na literatura.

O método consiste na aplicação das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para tubos de corrente infinitesimais incluindo-se simultaneamente todos os potenciais variáveis nos escoamentos simples.

Depois da aplicação das equações chega-se em um sistema linear de 8 equações diferenciais onde todas as variáveis dependentes (número de Mach, pressão, temperatura, densidade, velocidade, pressão de estagnação, força e entropia) estarão em função do número de Mach local e de 4 potencias, ou variáveis independentes (variação de área, variação da temperatura de estagnação, vazão em massa e outro potencial que relaciona atrito e arrasto).

Através destas equações, será criada uma planilha onde serão implementados métodos simples para a resolução destas, permitindo a resolução de problemas no escopo de escoamentos generalizados.

2. Escoamentos Generalizados

2.1. Equacionamento

Considera-se um escoamento em uma distância infinitesimal (dx) entre duas seções de um duto. Neste escoamento há variação da vazão mássica (adição ou redução de massa), troca de calor através do duto, atrito na tubulação e por fim a variação da seção transversal do duto. Podemos observar este caso na figura a seguir:

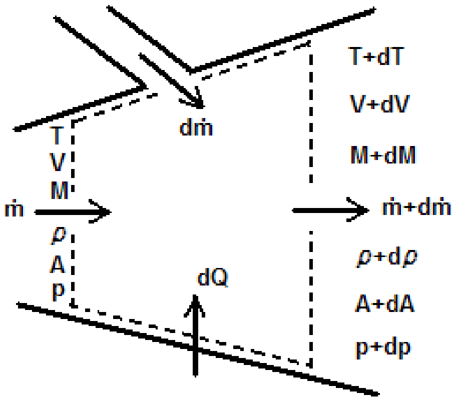


Figura 1. Escoamento em um duto

No volume de controle serão aplicadas uma série de equações físicas, de estado e de conservação. Como trata-se de um pedaço dx de duto, as equações serão tratadas todas em sua forma diferencial. As equações serão expostas a fim de exibir todo o equacionamento usado para se chegar as equações diferenciais usadas na planilha.

2.1.1. Equação de Estado

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \tag{2.1}$$

2.1.2. Número de Mach

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{dV^2}{V^2} - \frac{dT}{T} \tag{2.2}$$

2.1.3. Equação da Conservação de Massa

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} \tag{2.3}$$

2.1.4. Temperatura e Pressão (Estática e de Estagnação)

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{dT}{T} + \left(\frac{(k-1)M^2}{1 + \frac{k-1}{2}M^2}\right)\frac{dM}{M} \tag{2.4}$$

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{dp}{p} + \left(\frac{kM^2}{1 + \frac{k-1}{2}M^2}\right)\frac{dM}{M} \tag{2.5}$$

2.1.5. Equação de Energia

$$\frac{dQ - dW - dH_i}{c_p T} = \left(1 + \frac{(k-1)}{2}M^2\right)\frac{dT_o}{T_o} \tag{2.6}$$

2.1.6. Equação do Momento Linear

$$\frac{dp}{p} + \frac{kM^2}{2}\frac{dV^2}{2} + \frac{kM^2}{2}\left(4f\frac{dx}{D_h} + \frac{2dF_D}{kM^2pA}\right) + kM^2(1-y)\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = 0 \tag{2.7}$$

2.1.7. Impulso

$$\frac{dF}{F} = \frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} + \frac{2kM^2}{1+kM^2}\frac{dM}{M} \tag{2.8}$$

2.1.8. Variação de Entropia (2ª Lei da Termodinâmica)

$$\frac{ds}{c_P} = \frac{dT}{T} - \frac{k-1}{k}\frac{dp}{p} \tag{2.9}$$

Através de todo este equacionamento exibido, pode-se chegar a 8 equações diferenciais que relacionam as variáveis dependentes do sistema às variáveis independentes, que são aquelas que definem as características do problema:

<u>Variação da área transversal do duto</u>

$$\frac{dA}{A}$$

Representa como varia a área transversal da passagem através do escoamento. Será usada no caso em que há bocais no duto. Com tubulações de área transversal constante dA/A = 0.

<u>Variação da temperatura de estagnação</u>

$$\frac{dT_0}{T_0}$$

Representa como varia a temperatura de estagnação ao longo do escoamento. Será utilizada para representa a troca de calor que ocorre durante o escoamento.

<u>Variação do fluxo de massa</u>

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$$

Representa o fluxo de massa através de cada seção do duto. Mostra se há adição ou subtração de massa o longo do escoamento.

<u>Variação de atrito e arrasto</u>

$$\left(4f\frac{dx}{D_h} + \frac{2dF_D}{kM^2pA}\right)$$

A primeira parcela da equação representa como varia o atrito na tubulação ao longo do escoamento e a segundo parcela a variação do arrasto. O arrasto é geralmente induzido pela introdução de corpos/objetos no escoamento.

2.2. Coeficientes de Influência

Com as 8 equações citadas acima e realizando algumas passagens algébricas, que envolvem matrizes e não serão demonstradas aqui, pode-se chegar a uma série de equações diferenciais que relacionam cada propriedade do sistema, chamadas de variáveis dependentes e que geralmente são as incógnitas do problema, com as variáveis independentes, que são os potenciais do sistema. Estas equações relacionam as variáveis dependentes e independentes através dos coeficientes de influência, que são os coeficientes que multiplicam cada potencial em cada equação. Como exemplo destas equações pode-se mostrar a mais importante de todas, a do número de Mach:

$$\begin{aligned}\frac{1}{M}\frac{dM}{dx} = &-\frac{\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\frac{1}{A}\frac{dA}{dx} + \frac{(1+kM^2)\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{2(1-M^2)}\frac{1}{T_0}\frac{dT_0}{dx} \\ &+ \frac{kM^2\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{2(1-M^2)}\left(4\frac{f}{D_h} + \frac{dF_D/dx}{\frac{1}{2}kpAM^2}\right) + \frac{(1+kM^2)\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\frac{1}{\dot{m}}\frac{d\dot{m}}{dx}\end{aligned} \tag{2.10}$$

Sendo assim, fornecidas as variáveis independentes, pode-se integrar esta equação e encontrar uma função M(x), que fornece o valor do número de Mach em qualquer seção do duto que se esteja interessado.

Procedendo assim, há duas maneiras de se resolver os problemas de escoamentos generalizados. Primeiramente todos os dados da seção de entrada (seção 1) devem ser dados no enunciado do problema e a partir destes dados deve-se descobrir todas as propriedades de uma outra seção requerida. O primeiro método é resolver as equações diferencias da tabela 1, para cada propriedade na qual se está interessado. Outro método é resolver apenas a equação do número de Mach (4-17) e a partir desta solução, usar as *Relações ou Equações Integrais*, que serão demonstradas a seguir.

2.3. Equações Integrais

As equações integrais consistem em relacionar dois pontos do escoamento, podendo assim encontrar propriedades de um ponto 2, conhecendo-se as propriedades do ponto 1. As equações integrais são mostradas a seguir:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{02}}{T_{01}} \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2\right)} \tag{2.11}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \tag{2.12}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \tag{2.13}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} \tag{2.14}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{T_{02} T_1}{T_{01} T_2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{2.15}$$

$$s_2 - s_1 = \Delta s = c_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \tag{2.16}$$

Assim, conhecendo as propriedades de uma seção (1) dada e a variação do número de Mach, pode-se encontrar qualquer propriedade do fluido em qualquer seção (2) que se queira.

3. Escoamento em um Trocador de Calor com Atrito

Neste trabalho não serão analisadas todas as variações analisadas no item acima. O foco será dado para escoamentos em trocadores de calor com atrito. Também consideraremos que há apenas atrito nas paredes do duto, desconsiderando a parcela diferencial referente ao arrasto. Assim, podemos simplificar a equação diferencial do número de Mach:

$$\frac{1}{M}\frac{dM}{dx} = \frac{(1 + kM^2)\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{2(1 - M^2)} \frac{1}{T_0}\frac{dT_0}{dx} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{2(1 - M^2)} \left(4\frac{f}{D_h}\right) \tag{3.1}$$

Análise Geral. Considerando o comprimento infinitesimal do duto dx, a taxa de troca de calor pode ser expressa através do coeficiente de transferência de calor $\mathcal{H}$, em termos da temperatura adiabática da parede (T_{ap}) e da temperatura da parede da tubulação (T_p).

$$\dot{m}.dQ = \frac{\pi}{4} D^2 \rho V c_p dT_0 = \mathcal{H} \pi D dx (T_p - T_{ap})$$

Quando o escoamento é subsônico (grande maioria dos casos), a temperatura adiabática da parede (T_{ap}) não difere muito da temperatura de estagnação T_0, sendo totalmente aceitável a sua substituição. Sendo assim:

$$\frac{dT_0}{T_p - T_0} = \frac{4\mathcal{H}}{\rho V c_p} \frac{dx}{D}$$

Os fenômenos de transferência de calor e atrito estão intimamente ligados e a partir deste ponto devemos usar a Analogia de Reynolds, que relaciona os dois fenômenos:

$$\frac{\mathcal{H}}{\rho V c_p} = \frac{f}{2}$$

E assim, juntando as equações, teremos:

$$\frac{dT_0}{T_p - T_0} = 2f\frac{dx}{D}$$

Finalmente, rearranjando a equação do número de Mach, pode-se chegar em:

$$\frac{dM}{dx} = \left(F_{T_0} + \frac{2T_0}{T_p - T_0}F_f\right)\frac{1}{T_0}\frac{dT_0}{dx} \tag{3.2}$$

Onde:

$$F_{T_0} = \frac{\left(M(1 + kM^2)\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)\right)}{2(1 - M^2)}$$

$$F_f = \frac{kM^3\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{2(1 - M^2)}$$

3.1. Caso de Temperatura de Parede Constante

Nos casos em que a temperatura de parede for considerada constante, tem-se que T_p não varia com x. Assim, pode-se integrar facilmente a equação (5-3):

$$\frac{1}{2}\left[\frac{4f(x_2 - x_1)}{D}\right] = \ln\frac{T_p - T_{01}}{T_p - T_{02}}$$

Considerando que a seção (1) é o ponto onde $x = 0$, todas suas propriedades são dadas e f, D e T_p conhecidos, pode-se descobrir a temperatura de estagnação para qualquer seção (2) que se queira:

$$T_0(x) = T_p - \left(T_p - T_{01}\right)e^{-\left(\frac{2fx}{D}\right)} \tag{3.3}$$

3.2. Caso de Fluxo de Calor Constante

Neste caso o fluxo de calor por unidade de área é o mesmo durante toda a tubulação. Assume-se então que o coeficiente de troca de calor $\mathcal{H}$ seja constante e assim $T_p - T_0$ é constante durante todo o duto. Ou seja:

$$T_{p1} - T_{01} = T_{p2} - T_{02}$$

Sendo assim:

$$\frac{dT_0}{T_{p1} - T_{01}} = 2f\frac{dx}{D}$$

E a integração ficaria:

$$\frac{(T_{02} - T_{01})}{T_{p1} - T_{01}} = 2f\frac{x_2 - x_1}{D}$$

Considerando o ponto (1) como o ponto onde $x = 0$ e sabendo que $T_p - T_0 = C = cte$:

$$T_0(x) = \frac{2fxC}{D} + T_{01} \tag{3.4}$$

Da mesma forma que no caso com temperatura de parede constante, a equação (5-7) permite que se calcule qualquer valor de T_0 em função de uma distância x do duto.

Com isto, chega-se a conclusão que há duas maneiras de se resolver um problema de escoamento generalizado em um trocador de calor com atrito.

- ✓ Dão-se todas as propriedades do fluido em uma seção 1 do duto e a temperatura de parede constante durante toda tubulação (T_p). Com este dado, acha-se a variação da temperatura de estagnação no escoamento dT_0/dx. Assim, integra-se a equação do número de Mach e através das relações integrais descobre-se as propriedades do fluido em qualquer outra seção do duto.
- ✓ Dão-se todas as propriedades do fluido em uma seção 1 do duto e a diferença entre a temperatura de parede e de estagnação, $\mathrm{T_p - T_0}$, que será constante ao longo de toda a tubulação, uma vez que o coeficiente de troca de calor $\mathcal{H}$ é constante. Com este dado, acha-se a variação da temperatura de estagnação no escoamento $\mathrm{dT_0/dx}$. Assim, integra-se a equação do número de Mach e através das relações integrais descobrem-se as propriedades do fluido em qualquer outra seção do duto.

4. Coeficiente de atrito variável

O fator de atrito f é uma grandeza que varia proporcionalmente ao número de Reynolds do escoamento.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

Sabe-se que a vazão mássica do escoamento é constante durante todo o duto. Sendo assim, a parcela ρVD será constante para todas as seções, fazendo com que o número de Reynolds varie apenas em função da viscosidade μ.

Com esta condição, para cada seção deverá ser calculada a viscosidade, através da Lei de Sutherland[6]:

$$\mu = 0{,}00001716\left(\frac{T}{273{,}1}\right)^{1{,}5}\frac{384{,}1}{T+111} \tag{4.1}$$

Pode-se reparar que ela dependerá apenas da temperatura do fluido na seção analisada.

Finalmente, pode-se calcular o coeficiente de atrito. Ele será calculado através de duas fórmulas. Para regime laminar, ou seja, Reynolds menor que 2000, é encontrado por[2]:

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{4.2}$$

Já em regime turbulento, que será considerado quando o número de Reynolds for maior que 2000, é calculado por[6]:

$$f = \frac{0{,}0625}{\left[\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}+\frac{5{,}74}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right)\right]^2} \tag{4.3}$$

Onde a parcela ε/D é a rugosidade do duto, que deve ser fornecida nas entradas do problema e será considerada constante durante todo o escoamento.

5. Escoamento com ponto sônico presente

Há um grande problema quando o escoamento tratado atingir o ponto sônico, pois a equação diferencial 5.1 do número de Mach, e consequentemente a 5.5, possuem descontinuidades neste ponto.

Quando um escoamento atinge o ponto sônico, sendo vindo de Mach menor ou maior que 1, para que ele ultrapasse este ponto e continua a crescer, ou diminuir, é preciso que se mude as condições do escoamento, fato que não é estudado neste projeto. Sendo assim, o Mach se manterá igual a unidade até o fim do escoamento. Algumas outras propriedades, que dependem apenas do Mach, também continuarão constantes; já outras, que dependem, por exemplo, da troca de calor (que continua a variar por todo o duto) continuarão se alterando até o fim do escoamento.

Para resolver este problema da descontinuidade na planilha, foi criada uma função para que quando Mach chegue perto da unidade, ele seja igualado a 1,01 e assim mantido constante até o fim do escoamento. Foi definido na planilha que o Mach será igualado a 1,01 quando o escoamento atingir Mach entre 0,98 e 1,02. Para que esta função funcione perfeitamente, é recomendado que se use no mínimo 100 passos de integrações, ajustando estes através do passo dx.

6. Método de Resolução das Equações

Uma vez claras as equações diferenciais ordinárias a serem resolvidas, deve-se escolher qualquer algoritmo numérico que possa resolvê-las.

Aqui método aqui escolhido será o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, um dos mais empregados na literatura. O "RK4", ou mesmo método de Runge-Kutta, foi escolhido não só por sua precisão e simplicidade, mas também por ser um método fácil de ser implementado em uma planilha.

7.1. Runge-Kutta de 4ª Ordem

Suponhamos uma equação diferencial do tipo:

$$y' = f(t, y), \text{ com } y(t_0) = y_0$$

O método de Runge-Kutta de 4ª ordem para este problema é dado pelas seguintes equações:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$t_{n+1} = t_n + h$$

O valor de y_{n+1} é a aproximação de $y(t_{n+1})$ por Runge-Kutta de 4ª ordem. Também temos definido que:

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3)$$

Este método baseia-se no fato de sempre o próximo valor (y_{n+1}) ser determinado pelo valor atual (y_n) somado com o produto do tamanho do intervalo/passo de integração (h) e uma inclinação estimada. A inclinação em questão nada mais é do que a derivada da variável analisada em um ponto específico. Esta inclinação estimada de RK4 é uma média ponderada das inclinações k:

- k_1 é a inclinação no início do intervalo;
- k_2 é a inclinação no ponto médio do intervalo, usando a inclinação k_1 para determinar o valor de y no ponto $t_n + h/2$ através do método de Euler;
- k_3 também é a inclinação no ponto médio do intervalo, mas agora usando a inclinação k_2 para determinar o valor de y;
- por fim, k_4 é a inclinação no final do intervalo, com seu valor de y determinado por k_3.

Definido isto, é feita uma média ponderada com todas as inclinações, dando-se peso dois para as inclinações do ponto médio. Sendo assim:

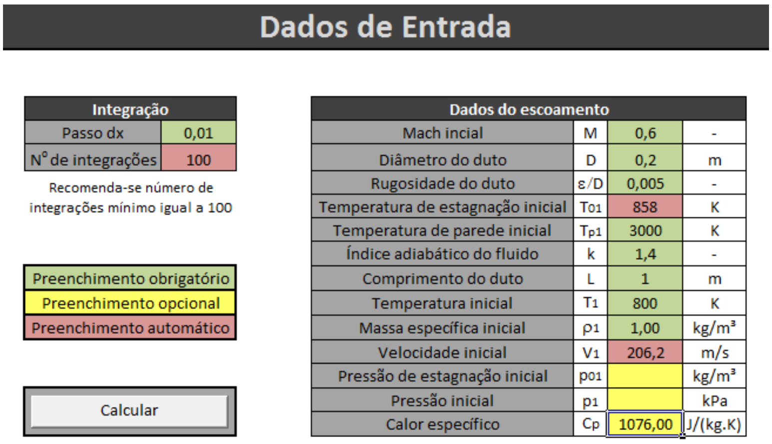
$$\text{inclinação} = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

Percebe-se que este é o coeficiente empregado na primeira equação do método de Runge-Kutta:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}.\text{inclinação}$$

8. Exemplo

Será executado um exemplo para o caso de temperatura de parede constante. Os dados de entrada ficaram da seguinte forma:



Dados de Entrada

Integração	
Passo dx	0,01
Nº de integrações	100

Recomenda-se número de integrações mínimo igual a 100

Preenchimento obrigatório
Preenchimento opcional
Preenchimento automático

Calcular

Dados do escoamento			
Mach incial	M	0,6	-
Diâmetro do duto	D	0,2	m
Rugosidade do duto	ε/D	0,005	-
Temperatura de estagnação inicial	T_{01}	858	K
Temperatura de parede inicial	T_{p1}	3000	K
Índice adiabático do fluido	k	1,4	-
Comprimento do duto	L	1	m
Temperatura inicial	T_1	800	K
Massa específica inicial	ρ_1	1,00	kg/m³
Velocidade inicial	V_1	206,2	m/s
Pressão de estagnação inicial	p_{01}		kg/m³
Pressão inicial	p_1		kPa
Calor específico	Cp	1076,00	J/(kg.K)

Figura 2.2 Dados de entrada do exemplo

Olhando os dados, podemos perceber que o fluido de trabalho é o ar, sofrendo um acréscimo de calor (temperatura de parede maior que a temperatura de estagnação) escoando com Mach igual a 0,6 (veja que a velocidade inicial é calculada automaticamente) em um duto com 20cm de diâmetro e 1m de comprimento.

Apertou-se o botão calcular, para realizar as 100 integrações estipuladas, e pode-se analisar os gráficos plotados:

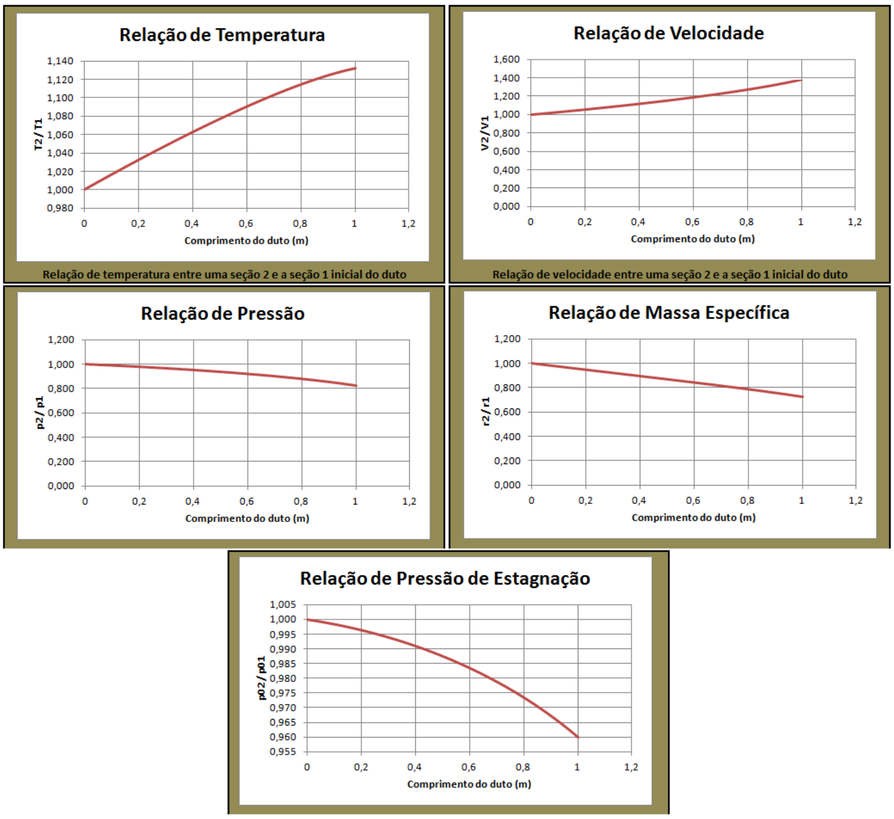


Figura 3. Gráficos das relações das propriedades

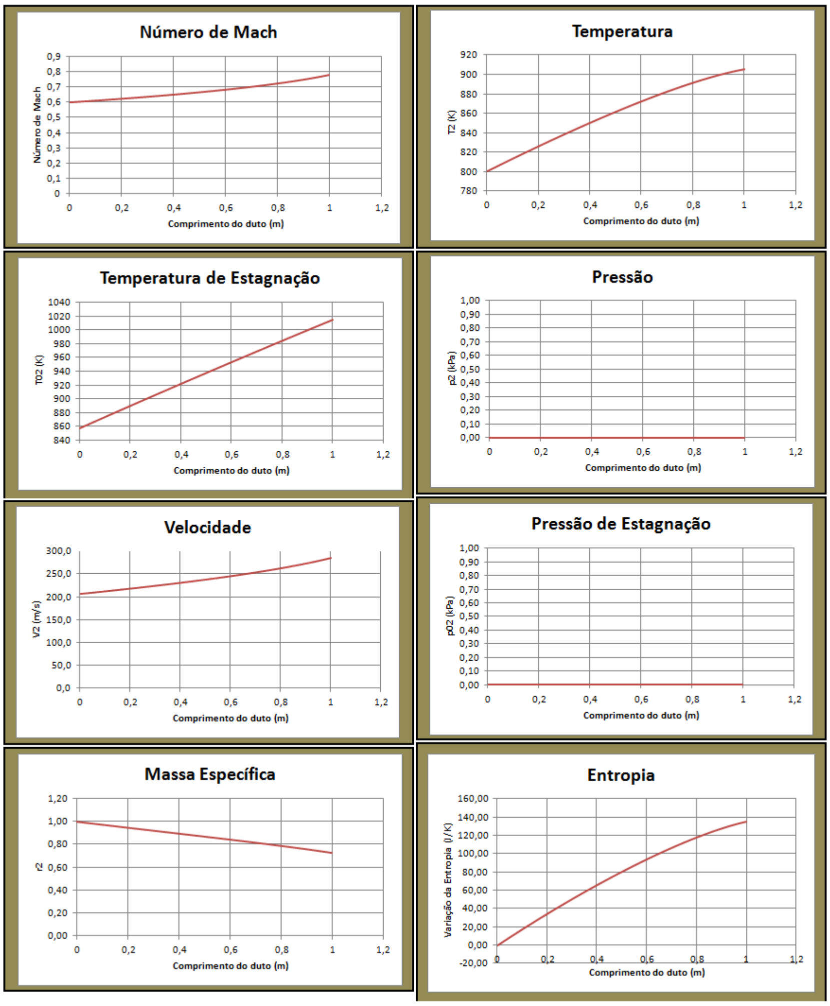


Figura 4 - Gráficos do valor das propriedades ao longo do escoamento

Repara-se que a temperatura de estagnação cresce durante o escoamento, uma vez que está sendo adicionado calor ao escoamento.

Pode-se observar também que os gráficos da pressão e da estagnação não possuem curva nenhuma, pois seus campos opcionais na aba de entradas não foram preenchidos. Já o calor específico, que também era opcional, foi preenchido, gerando a curva da variação de entropia.

9. Conclusões

Escolheu-se o tema dentro do escopo dos Escoamentos Generalizados, que trata de escoamentos em dutos que envolvem diversos tipos de variações combinadas, como variação da seção transversal do duto, adição de massa, troca de calor, atrito.

Dentro de todas estas variações foram analisadas apenas duas neste Projeto Integrado, troca de calor e atrito dentro da tubulação. Foi feita uma análise em cima do equacionamento de um trocador de calor com atrito e pôde-se chegar a equações úteis para a resolução de problemas, priorizando dois casos específicos deste tipo de escoamento:

- caso onde a temperatura da parede do duto é constante durante todo o escoamento;
- caso onde a o fluxo de calor para o fluido é constante durante todo o escoamento. Esta condição implica em tornar constante a diferença entre a temperatura de parede do duto e a temperatura de estagnação do fluido em cada seção do escoamento.

Os problemas consistem basicamente em fornecer todas as informações de uma seção 1 do duto, incluindo como variam os potencias. A partir destes dados, inseridos na tabela, poderão ser achadas quaisquer propriedades em uma seção 2, mais adiante de 1.

Para tornar a planilha uma ferramenta ainda mais poderosa, também foi considerado que o atrito ao longo da tubulação fosse variável, dependendo do número de Reynolds e da temperatura em cada seção.

A partir deste ponto, escolheu-se um método de resolução simples de equações diferenciais para que fosse possível sua implementação em uma planilha. O método selecionado foi o Runge-Kutta de ordem 4, método simples, prático e muito usado na literatura para tal propósito.

Em cima de uma equação diferencial básica, pôde-se implementar o método no software Microsoft Excel 2007. A planilha foi montada, usando-se abas simples de entradas, cálculos, e saídas/gráficos. Poucas "macros" foram usadas, focando sempre no método de inserção de fórmulas nas células.

Após a conclusão da planilha com inúmeros testes, pôde-se executar alguns exemplos, se mostrando satisfatórios e evidenciando que o método de integração inserido funciona, chegando-se as variações de todas as propriedades do fluido ao longo de todo o escoamento.

Por fim, com uma interface simples e de fácil uso, pôde-se criar uma ferramenta poderosa para a solução de problemas de escoamentos com troca de calor e atrito.

10. Referências Bibliográficas

<http://www.mr-ideahamster.com/excel_sheets/oderk4.htm>. Acessado em 7, 8, 9 e 10 de abril de 2011.

HODGE, B. K., **Compressible Fluid Dynamics with Personal Computer Applications**, Ed. Prentice Hall.

MUNSON, B.R., YOUNG, D. F., OKIISHI, T.H., **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**, 1ª edição, Ed. Blucher,

São Paulo, 2004.

OOSTHUIZEN, P. H., CARSCALLEN, W. E., **Compressible Fluid Flow**, 1st edition, Ed. McGraw-Hill, 1997.

PIMENTA, M. M., **Introdução à dinâmica dos gases. PMC – Termodinâmica do escoamento compressível.**

SHAPIRO, A. H., **The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow**, vol.1, New York, Ronald Press, 1953.

SPREADSHEET TO SOLVE GENERALIZED FLOWS IN A HEAT EXCHANGER WITH FRICTION

Bruno Jacob Perina
brujacob@gmail.com

Abstract. The fluid flow in pipes is an object of study in present time, one time that many daily situations, and others not much commons, use both gases and liquids as working fluid. In real life, this flows suffers the influence of many potencials, like friction, heat exchange, variation of pipe area, mass addiction, and many other. The scope of this project aims the estudy of flows in heat exchangers whit friction, where only these potencials varies, building a spreadsheet where the user enter the properties in a specific section of the pipe and how the potencials varies and get all the properties of the fluid in another point of the flow. The methodology consists to equate all the process and use the method of influence coefficients, that relates each propriety of the fluid to all the variable potencial of the flow. After, applies the Runge-Kutta integration method 4 in the software Microsoft Excel 2007 to solve the equations and obtain the variation of Mach number in the flow. With that, some integral relations are used, and all proprierties variations are obtained by means of graphics. After all the implementation of the equations in the software, will be done a powerful tool to solve generalized flows problems.

Keywords. *generalized flow, heat exchanger, friction, runge-kutta, spreadsheet.*