

ANÁLISE DE ESFORÇOS EM CORREIAS NA REGIÃO DO *TURNOVER*

Marcelo Ito

marcelo.itod2@gmail.com

Orientador: Prof. Dr. Roberto Ramos Júnior

Resumo: Transportadores de correia são usados para transportar uma gama de materiais a granel. O transportador possui o lado de carga, onde o material é carregado e transportado, e o lado de retorno, que se inicia após o descarregamento de material. Viradores de correia são usados para girar a correia em 180° no lado de retorno logo após o ponto de descarga, e depois, novamente em 180° na região próxima ao carregamento, ainda no retorno. O giro faz com que o lado limpo da correia esteja em contato com os roletes de retorno, eliminando problemas causados pelo contato da sujeira com estes roletes. Os viradores contribuem para a limpeza sob o transportador porque o material é desprendido da correia em uma região específica. O presente trabalho objetiva encontrar um método analítico para determinar os esforços na correia na região do virador, discutindo algumas equações encontradas na bibliografia.

Palavras-chave: *Transportadores de Correia, Viradores de Correia, Mineração, Turnover, Análise Estrutural.*

1. INTRODUÇÃO

O manuseio de materiais na forma de granéis é de interesse para um vasto número e variedade de indústrias pelo mundo, como as ligadas à mineração, processos químicos, agricultura e processos alimentícios. Em vista dos substanciais custos envolvidos, estas operações devem ser realizadas da forma mais econômica, confiável e eficiente. Os transportadores contínuos, principalmente os de correia, tem-se mostrado uma alternativa eficiente para a solução desse problema da engenharia.

O comprimento, a capacidade e a velocidade dos transportadores de correia estão crescendo a cada dia. Nos anos 1980 pensava-se ser impossível construir transportadores operando com velocidade superior a 800 pés por minuto, aproximadamente 4,0 m/s. Atualmente, são conhecidos muitos projetos que operam com velocidade superior a 1300 pés por minuto, aproximadamente 6,5 m/s. A capacidade tem ultrapassado facilmente o valor de 20000 toneladas por hora. São comuns os transportadores com mais de 1 km de comprimento. Os transportadores com mais de 700 metros de comprimento são considerados como “longa distância”.

Implementações nas técnicas de manufatura dos componentes do transportador têm possibilitado conceber projetos com maiores capacidades, comprimentos e velocidades. Os rolos e a correia eram componentes limitadores dos parâmetros de projeto, mas melhorias na qualidade de fabricação (por exemplo, melhor concentricidade e balanceamento dos elementos) permitiram que alguns esforços dinâmicos pudessem ser minimizados, aumentando o desempenho dos elementos. Melhorias nos processos de fabricação das correias, principalmente aquelas que possuem cabos de aço, permitiram conceber transportadores maiores, mais resistentes e confiáveis.

Este desenvolvimento nas técnicas construtivas fez surgir a necessidade de considerar as interações, antes sem muita relevância, entre os componentes flexíveis, elementos motrizes e componentes tensionadores, bem como as vibrações longitudinais introduzidas no transportador durante os estados transientes.

Turnover, traduzido para o português como “Virador”, é utilizado para eliminar problemas causados pelo contato do lado sujo da correia com rolos de retorno; assim, para eliminar este problema, a correia deve ser girada em 180° em torno do vetor normal à seção transversal depois da região de descarga, de maneira que o lado limpo da correia fique em contato com os rolos de retorno. Próximo à região de carregamento a correia deve novamente sofrer giro de 180° para que o lado limpo da correia esteja em contato com os rolos na região de carga.

O contato do lado sujo da correia com os rolos de retorno causa desgaste na superfície dos rolos, pois sempre restam partículas do material transportado na correia, mesmo depois do processo de raspagem existente na região de descarga do transportador. Na maioria das vezes, o material transportado possui uma abrasividade alta que contribui tanto para o desgaste da correia quanto dos rolos.

Contudo, a implantação do virador somente se faz necessária para transportadores de longa distância, pois, dependendo do comprimento, pode não haver distância suficiente para virar e desvirar a correia, e ainda, o ganho na vida útil da correia e dos rolos não é tão significativo para absorver os custos gerados devido a implantação do virador.

O *turnover* traz, além de ganhos na vida de componentes, ganhos ambientais, pois os restos do material que não são eliminados na raspagem podem se desprender da correia ao longo do transportador quando o lado sujo está voltado para baixo, sujando toda a área sob o transportador. Quando a correia é virada, o lado sujo fica voltado para cima de maneira que o material não se desprenda da correia.

2. OBJETIVO

Na região do *turnover* são induzidos esforços na carcaça da correia que podem fazer com que os cabos de aço mais próximos a borda atinjam a tensão de ruptura e ao mesmo tempo, os cabos que estão próximos a linha de centro da correia podem estar sob compressão. Assim, calcular os esforços na correia se faz necessário para alcançar um bom desempenho do transportador.

Este trabalho objetiva analisar os esforços na correia especificamente na região de *turnover* mediante modelos matemáticos existentes na literatura ou através de novos modelos.



Figura 2.1 - Região do *Turnover*.

3. MODELOS ANALÍTICO-NUMÉRICOS

O presente capítulo apresenta os modelos encontrados na bibliografia, e também, modelos que foram desenvolvidos no presente trabalho, apresentando algumas hipóteses e equações utilizadas para dimensionamento do virador.

3.1 Modelo GOODYEAR

Na revisão bibliográfica foi mencionado o modelo apresentado por GOODYEAR, 1975, o qual é exposto a seguir:

- Deve-se calcular T_t . Em que T_t é a tensão da correia na região próxima ao *turnover*.
- Determinar T_r . Em que T_r é a tensão nominal da correia.
- Encontrar E , módulo de elasticidade da correia, dado pelo fabricante.
- Determinar ΔT_t . Em que ΔT_t é a diferença entre as tensões de borda e a tensão no centro da correia, na região do *turnover*.

Quando, $T_t \leq 0,5 \cdot T_r$, então, $\Delta T_t = 1,8 \cdot T_t$.

Ou quando, $T_t > 0,5 \cdot T_r$, então, $\Delta T_t = 1,8 \cdot (T_r - T_t)$.

- Calcular $\frac{\Delta T_t}{E}$.

Após calcular $\frac{\Delta T_t}{E}$ é possível determinar o comprimento do *turnover* a partir do gráfico apresentado na Figura 3.1:

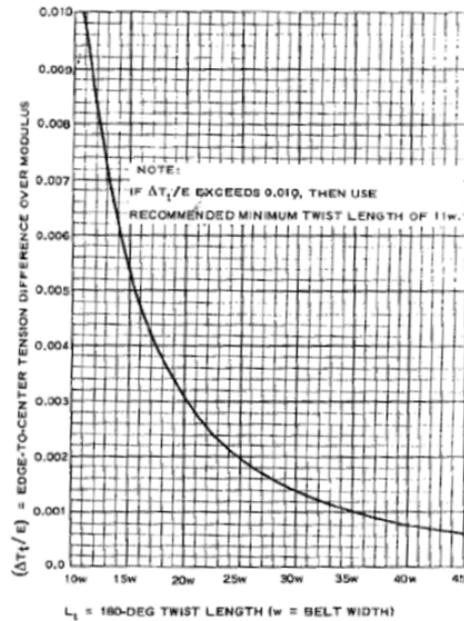


Figura 3.1 - Figura apresentada para determinar o comprimento do turnover. (Goodyear, 1975)

Conforme dito anteriormente, percebe-se pela simplicidade das equações que o método apresentado pela Goodyear é empírico, baseado nos resultados de aplicações ao longo da história.

O manual Goodyear também apresenta uma fórmula para calcular o SAG, onde este é o máximo deslocamento vertical da linha elástica da correia. A fórmula encontrada no manual é apresentada a seguir:

$$SAG = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot P} \quad \text{Eq. 3.1}$$

3.2 Modelo proposto por RYAN LEMMON

Segundo LEMMON, 2002, as tensões devidas à tração-torção podem ser calculadas a partir da fórmula:

$$\sigma_{TO} = \frac{T_n}{bw} + E \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{r \cdot \pi}{L}\right)^2 + 1} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{bw \cdot \pi}{2 \cdot L}\right)^2 + 1} - \frac{L}{\pi \cdot bw} \cdot \ln \left(\frac{bw \cdot \pi}{2 \cdot L} + \sqrt{\left(\frac{bw \cdot \pi}{2 \cdot L}\right)^2 + 1} \right) \right] \quad \text{Eq. 3.2}$$

Em que,

E é o módulo de elasticidade da correia, o qual deve ser informado pelo fabricante; T_n é o esforço de tração aplicado a correia; bw é a largura da correia; L é o comprimento do *Turnover*; r é a distância relativa a linha de centro da correia.

Assim, a tensão na linha de centro da correia é aproximadamente:

$$\sigma_{TO, r=0} = \frac{T_n}{bw} - \frac{E}{3} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{\pi \cdot bw}{2 \cdot L}\right)^2 + 1} - 1 \right] \quad \text{Eq. 3.3}$$

Assim, a tensão na borda da correia é aproximadamente:

$$\sigma_{TO, r=\frac{bw}{2}} = \frac{T_n}{bw} + \frac{2 \cdot E}{3} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{\pi \cdot bw}{2 \cdot L}\right)^2 + 1} - 1 \right] \quad \text{Eq. 3.4}$$

4. MODELO ANALÍTICO-NUMÉRICO PARA FLEXTORÇÃO

Este modelo, denominado Modelo 1, calcula os deslocamentos transversais ao longo da correia sob ação de peso próprio, esforço de tração nas extremidades, considerando a correia um material composto formado pelas propriedades dos cabos e da borracha.

O Modelo 1 é apresentado, em primeira instância, utilizando conceitos da Resistência dos Materiais, sobre os quais são aplicadas as hipóteses de pequenas deformações e pequenos deslocamentos. Em segunda instância, é apresentado um modelo hierarquicamente superior ao apresentado em primeira instância, pois, agora são aplicadas as equações de equilíbrio demonstradas por Clebsh-Kirchhoff-Love (RAMOS, 2001).

4.1 Resistência dos Materiais

Para o modelo 1, primeira instância, aplicam-se dois subcasos. A diferença entre os subcasos são as condições de contorno, pois o subcaso 1 considera uma viga bi-apoiada e o subcaso 2 considera uma viga bi-engastada. Ao final, é apresentada uma comparação entre os dois subcasos.

4.1.1 Subcaso 1 - Bi-apoiado

A seguir será adotado um modelo de barra bi-apoiada com carregamento constante vertical para baixo, o qual será denominado de q , um esforço de tração na barra denominado P e o espaçamento entre os pontos de apoio igual a L . É válido ressaltar que para todo o desenvolvimento a seguir o eixo Y está orientado para baixo.

Modelo Adotado

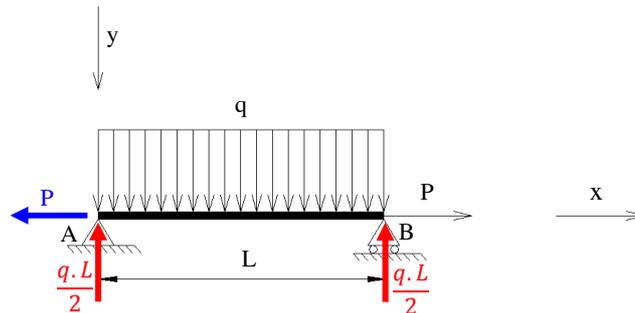


Figura 4.1 - Modelo adotado

Equação do momento fletor,

$$M(x) = -P \cdot y - \frac{q \cdot x^2}{2} + \frac{q \cdot L \cdot x}{2} \quad \text{Eq. 4.1}$$

Da relação momento x curvatura linearizada:

$$M(x) = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \quad \text{Eq. 4.2}$$

Assim chega-se à solução da equação diferencial:

$$y(x) = \frac{q \cdot E \cdot I \cdot e^{k \cdot L}}{P^2 \cdot (e^{k \cdot L} + 1)} \cdot e^{-k \cdot x} + \frac{q \cdot E \cdot I}{P^2 \cdot (e^{k \cdot L} + 1)} \cdot e^{k \cdot x} - \frac{q}{2 \cdot P} \cdot x^2 + \frac{q \cdot L}{2 \cdot P} \cdot x - \frac{q \cdot E \cdot I}{P^2} \quad \text{Eq. 4.3}$$

Em que $k = \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}}$

Para $x = L/2$, tem-se:

$$\delta_1 = y(L/2) = \frac{q \cdot E \cdot I}{P^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{k \cdot L/2}}{e^{k \cdot L} + 1} - 1 \right) + \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot P} \quad \text{Eq. 4.4}$$

Chegando ao fim da dedução da fórmula de cálculo do SAG, é possível perceber que a equação encontrada difere da equação encontrada na bibliografia, a qual se pretendia encontrar, entretanto o resultado encontrado possui a parcela almejada e outra parcela que depende da rigidez flexional.

O deslocamento máximo de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento distribuído e constante de intensidade q , na Mecânica dos Sólidos é calculado pela seguinte fórmula, conforme pode ser visto em GERE, 2003:

$$y_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad \text{Eq. 4.5}$$

Define-se o adimensional ϵ_1 ,

$$\epsilon_1 = \delta_1 \cdot y_1^{-1} \quad \text{Eq. 4.6}$$

Assim,

$$\epsilon_1 = \frac{384}{5 \cdot (k \cdot l)^4} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{k \cdot l/2}}{e^{k \cdot l} + 1} - 1 \right) + \frac{48}{5 \cdot (k \cdot l)^2} \quad \text{Eq. 4.7}$$

O adimensional ϵ_1 indica, portanto, a relação entre as flechas (deslocamentos transversais máximos) de uma viga bi-apoiada, submetida a um carregamento uniformemente distribuído, com ou sem esforço de tração ($k \neq 0$ e $k = 0$, respectivamente).

4.1.2 Subcaso 2 - Bi-engastado

A seguir será apresentado o subcaso 2 (Bi-engastado) para o cálculo do SAG. Este modelo se faz necessário porque a correia é um elemento contínuo, com vários pontos de apoio (contato entre correia e os roletes). Quando se observa uma seção de correia entre dois roletes percebe-se que sobre os pontos de apoio não ocorre rotação da correia, assim, esta configuração pode ser modelada como um caso bi-engastado.

Modelo Adotado

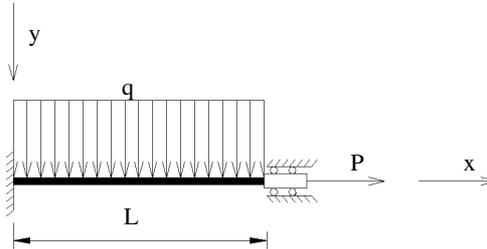


Figura 4.2 - Modelo adotado

Equação do momento fletor,

$$M(x) = -P \cdot y - \frac{q \cdot x^2}{2} + \frac{q \cdot L \cdot x}{2} - \frac{q \cdot L^2}{12} \quad \text{Eq. 4.8}$$

Da relação momento x curvatura linearizada:

$$M(x) = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \quad \text{Eq. 4.9}$$

Assim chega-se à solução da equação diferencial:

$$y(x) = \left(\frac{q \cdot E \cdot I}{P^2 \cdot (e^{k \cdot L} + 1)} + \frac{q \cdot L^2}{12 \cdot P \cdot (e^{k \cdot L} + 1)} \right) \cdot \left(\frac{e^{k \cdot L}}{e^{k \cdot x}} + e^{k \cdot x} \right) - \frac{q}{2 \cdot P} \cdot x^2 + \frac{q \cdot L}{2 \cdot P} \cdot x - \frac{q \cdot E \cdot I}{P^2} - \frac{q \cdot L^2}{12 \cdot P} \quad \text{Eq. 4.10}$$

Para $x = L/2$, tem-se:

$$\delta_2 = \frac{q \cdot E \cdot I}{P^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{k \cdot L/2}}{e^{k \cdot L} + 1} - 1 \right) + \frac{q \cdot L^2}{6 \cdot P} \cdot \left(\frac{e^{k \cdot L/2}}{e^{k \cdot L} + 1} + \frac{1}{4} \right) \quad \text{Eq. 4.11}$$

O deslocamento no ponto médio de uma viga bi-engastada de acordo com as equações da Resistência dos Materiais pode ser calculada a partir da seguinte fórmula, conforme pode ser visto em GERE, 2003:

$$y_2 = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad \text{Eq. 4.12}$$

Define-se o adimensional ϵ_2 ,

$$\epsilon_2 = \delta_2 \cdot y_2^{-1} \quad \text{Eq. 4.13}$$

Assim,

$$\epsilon_2 = \frac{384}{(k \cdot l)^4} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{k \cdot l/2}}{e^{k \cdot l} + 1} - 1 \right) + \frac{64}{(k \cdot l)^2} \cdot \left(\frac{e^{k \cdot l/2}}{e^{k \cdot l} + 1} + \frac{1}{4} \right) \quad \text{Eq. 4.14}$$

O adimensional ϵ_2 indica, portanto, a relação entre as flechas (deslocamentos transversais máximos) de uma viga bi-engastada, submetida a um carregamento uniformemente distribuído, com ou sem esforço de tração ($k \neq 0$ e $k = 0$, respectivamente).

Comparação entre o modelo bi-apoiado e o modelo bi-engastado

Quando os modelos bi-apoiado e bi-engastado são adimensionalizados por suas respectivas expressões da Resistência dos Materiais, y_1 e y_2 , é possível observar através da Figura 4.3 que a curva adimensionalizada para o caso bi-apoiado está sempre abaixo da curva do modelo bi-engastado para qualquer valor de $k \cdot l$ diferente de zero. Vê-se que as curvas tem o mesmo comportamento, entretanto, com uma ligeira diferença.

O leitor do presente texto não deve ficar iludido com a proximidade entre as curvas e pensar que o deslocamento transversal do modelo bi-engastado é realmente próximo do modelo bi-apoiado. É importante lembrar que as curvas foram adimensionalizadas por equações diferentes entre si em um fator igual a 5 ($y_1 = 5 \cdot y_2$).

Além da proximidade entre as curvas $\epsilon_1 = \epsilon_1(k \cdot L)$ e $\epsilon_2 = \epsilon_2(k \cdot L)$, observa-se que a curva de ϵ_1 está sempre abaixo da curva de ϵ_2 para um mesmo $k \cdot L$. Isto significa que a relação percentual dada por $\epsilon_1 = \delta_1/y_1$ aponta para uma maior diferença entre os valores de δ_1 e y_1 , quando comparada à relação percentual dada por $\epsilon_2 = \delta_2/y_2$, que aponta para uma menor diferença entre os valores de δ_2 e y_2 (apesar do fato de estas diferenças serem significativas para $k \cdot L > 2$).

Pontos importantes a serem ressaltados:

$$\begin{aligned} (k \cdot L) \rightarrow 0 & \Rightarrow \epsilon_1, \epsilon_2 \rightarrow 1 \\ (k \cdot L) \rightarrow \infty & \Rightarrow \epsilon_1, \epsilon_2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

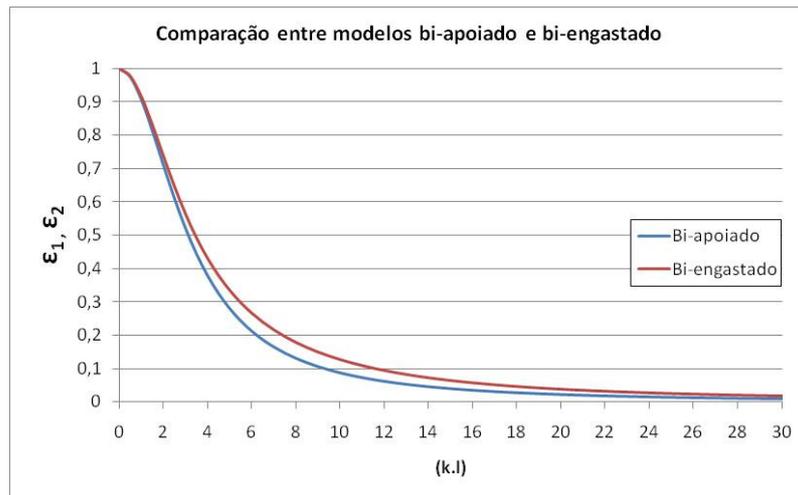


Figura 4.3 - Comparação entre modelos bi-apoiado e bi-engastado

4.1.3 Comparação entre fórmula deduzida e a fórmula do SAG para o modelo bi-apoiado

A fórmula encontrada na bibliografia para o cálculo do SAG não faz menção alguma para qual modelo ela foi deduzida. A fórmula deduzida para o modelo bi-apoiado traz uma parcela idêntica a fórmula do SAG encontrada, por exemplo, em GOODYEAR, 1975. Entretanto, a fórmula deduzida apresenta uma parcela que depende da rigidez flexional da correia e a fórmula do SAG proposta pela Goodyear não apresenta tal parcela.

Então, será apresentado um estudo da fórmula do SAG proposta pela Goodyear adimensionalizada pela equação de deslocamento vertical máximo de uma viga bi-apoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído.

A adimensionalização da fórmula do SAG pela equação de deslocamento máximo de uma viga bi-apoiada pode ser dada da seguinte forma:

A fórmula do SAG:

$$SAG = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot P} \quad \text{Eq. 3.1}$$

Deslocamento máximo de uma viga bi-apoiada, submetida apenas a um carregamento uniformemente distribuído de intensidade q :

$$y_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad \text{Eq. 4.5}$$

Define-se o adimensional α_1 ,

$$\alpha_1 = SAG \cdot y_1^{-1} \quad \text{Eq. 4.15}$$

Assim,

$$\alpha_1 = \frac{48}{5 \cdot (k \cdot l)^2} \quad \text{Eq. 4.16}$$

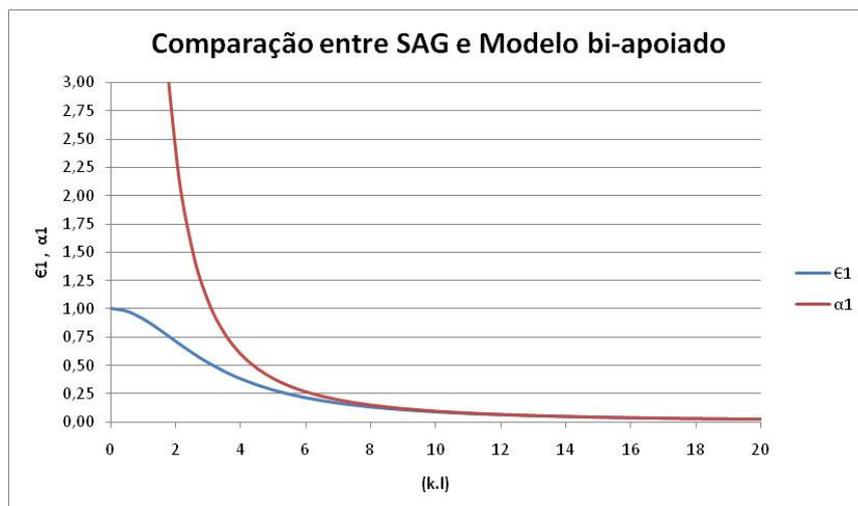


Gráfico 4.1 - Comparação entre SAG e Modelo bi-apoiado. Para $0 \leq k \cdot l \leq 20$.

Vê-se que a partir de $k \cdot l = 10$, praticamente não há diferença entre os adimensionais. Assim, a rigidez flexional da correia é importante somente quando $k \cdot l < 10$.

4.1.4 Comparação entre fórmula deduzida e a fórmula do SAG para o modelo bi-engastado

Da mesma forma que foi feito para o modelo bi-apoiado, a presente seção apresenta a comparação entre a fórmula do SAG, a qual não faz menção alguma para qual modelo ela foi deduzida, e a fórmula deduzida para o modelo bi-engastado.

Então, será apresentado um estudo da fórmula do SAG adimensionalizada pela equação de deslocamento vertical máximo de uma viga bi-engastada.

A fórmula do SAG:

$$SAG = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot P} \quad \text{Eq. 3.1}$$

Deslocamento máximo de uma viga bi-engastada:

$$y_2 = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad \text{Eq. 4.12}$$

Define-se o adimensional α_2 ,

$$\alpha_2 = SAG \cdot y_2^{-1} \quad \text{Eq. 4.17}$$

$$\alpha_2 = \frac{48}{(k \cdot l)^2} \quad \text{Eq. 4.18}$$

Retomando a expressão de ϵ_2 :

$$\epsilon_2 = \frac{384}{(k \cdot l)^4} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{k \cdot l/2}}{e^{k \cdot l} + 1} - 1 \right) + \frac{64}{(k \cdot l)^2} \cdot \left(\frac{e^{k \cdot l/2}}{e^{k \cdot l} + 1} + \frac{1}{4} \right) \quad \text{Eq. 4.19}$$

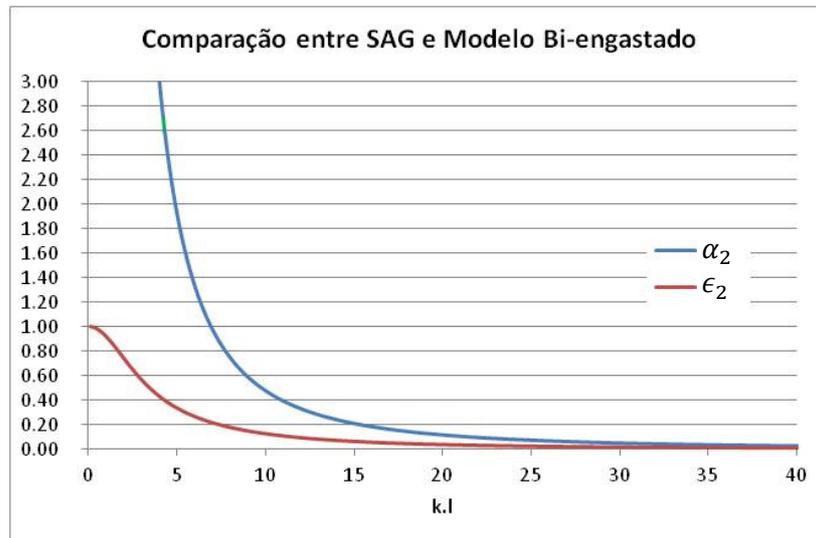


Gráfico 4.2 - Comparação entre SAG e Modelo bi-engastado. Para $0 \leq k \cdot l \leq 40$.

É possível observar que a rigidez flexional da correia possui importância somente quando o produto $k \cdot l$ é menor que 20. Após este valor as curvas apresentadas nos gráficos 5.1 e 5.2 são aproximadamente coincidentes.

4.2 Equações de Equilíbrio de Clebsh-Kirchhoff-Love

Nesta seção apresenta-se um modo hierarquicamente superior ao apresentado nas seções anteriores, considerando as mesmas condições de carregamento, porém, agora, as hipóteses de pequenos deslocamentos são dispensadas.

As equações diferenciais de equilíbrio de Clebsh-Kirchhoff-Love (segundo RAMOS, 2001) são:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial S_i} - Q_y \cdot k_{ti} + T \cdot k_{yi} + f_x = 0 \quad \text{Eq. 4.20}$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial S_i} - T \cdot k_{xi} + Q_x \cdot k_{ti} + f_y = 0 \quad \text{Eq. 4.21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial S_i} - Q_x \cdot k_{yi} + Q_y \cdot k_{xi} + f_z = 0 \quad \text{Eq. 4.22}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial S_i} - M_y \cdot k_{ti} + M_z \cdot k_{yi} - Q_y + m_x = 0 \quad \text{Eq. 4.23}$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial S_i} - M_z \cdot k_{xi} + M_x \cdot k_{ti} + Q_x + m_y = 0 \quad \text{Eq. 4.24}$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial S_i} - M_x \cdot k_{yi} + M_y \cdot k_{xi} + m_z = 0 \quad \text{Eq. 4.25}$$

Simplificações:

Considerando as hipóteses adotadas para o Modelo 1 (correia sob flexão simples), as seguintes simplificações são possíveis:

- Eixos principais de flexão coincidem com direções principais de curvatura (da curva formada pelo eixo central da correia em sua configuração deformada). Em outras palavras: a base formada pelos versores $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ coincide com aquela formada pelos versores $(\vec{b}, \vec{n}, \vec{t})$.
- Decorre da simplificação anterior que $\varphi = 0$, ou seja, o ângulo entre a direção normal, \vec{n} , e o plano principal de flexão y, z é sempre nulo, já que $\vec{n} \equiv \vec{e}_y$.
- A tortuosidade do eixo central é nula para o carregamento considerado $\tau = 0$.
- Os esforços distribuídos por unidade de comprimento da correia são tais que $f_x = 0$, $f_y = -mg \cdot \cos(\theta)$ e $f_z = -mg \cdot \sin(\theta)$. Em que m é a massa por unidade de comprimento da correia e g é a aceleração da gravidade.

Simplificando,

$$-(EI_x) \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2} + T\chi = mg \cdot \cos(\theta) \quad \text{Eq. 4.26}$$

$$\frac{\partial T}{\partial s} + (EI_x) \cdot \frac{\partial \chi}{\partial s} = mg \cdot \sin(\theta) \quad \text{Eq. 4.27}$$

$$\chi = \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad \text{Eq. 4.28}$$

As equações foram adimensionalizadas através dos seguintes parâmetros, em que os símbolos acentuados com til são os parâmetros adimensionais:

$$\tilde{s} = \frac{s}{L_0} \quad \Rightarrow \quad s = \tilde{s} \cdot L_0$$

$$\tilde{T} = \frac{T}{T_0} \quad \Rightarrow \quad T = \tilde{T} \cdot T_0$$

$$\tilde{\chi} = \chi \cdot L_0 \quad \Rightarrow \quad \chi = \frac{\tilde{\chi}}{L_0}$$

Assim,

$$-R \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\chi}}{\partial \tilde{s}^2} + W \cdot \tilde{T} \cdot \tilde{\chi} = \cos(\tilde{\theta}) \quad \text{Eq. 4.29}$$

$$W \cdot \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{s}} + R \cdot \frac{\partial \tilde{\chi}}{\partial \tilde{s}} = \sin(\tilde{\theta}) \quad \text{Eq. 4.30}$$

$$\tilde{\chi} = \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{s}} \quad \text{Eq. 4.31}$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin(\tilde{\theta}) \quad \text{Eq. 4.32}$$

Em que,

$$R = \frac{(EI_x)}{m \cdot g \cdot L_0^3} \quad \text{Eq. 4.33}$$

$$W = \frac{T_0}{L_0 \cdot m \cdot g} \quad \text{Eq. 4.34}$$

Para $R = W = 1$ e as seguintes condições de contorno aplicadas, $\tilde{T}(0) = 1$, $\tilde{T}(1) = 1$, $\tilde{\chi}(0) = 0$, $\tilde{\chi}(1) = 0$ e $y(0) = 0$, obtêm-se os gráficos:

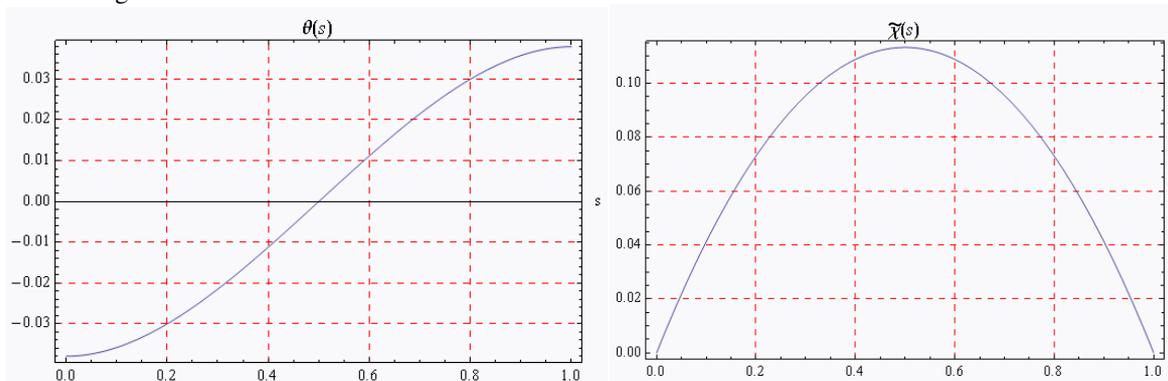


Gráfico 4.3- Rotação x Coordenada Curvilínea e Curvatura x Coordenada Curvilínea

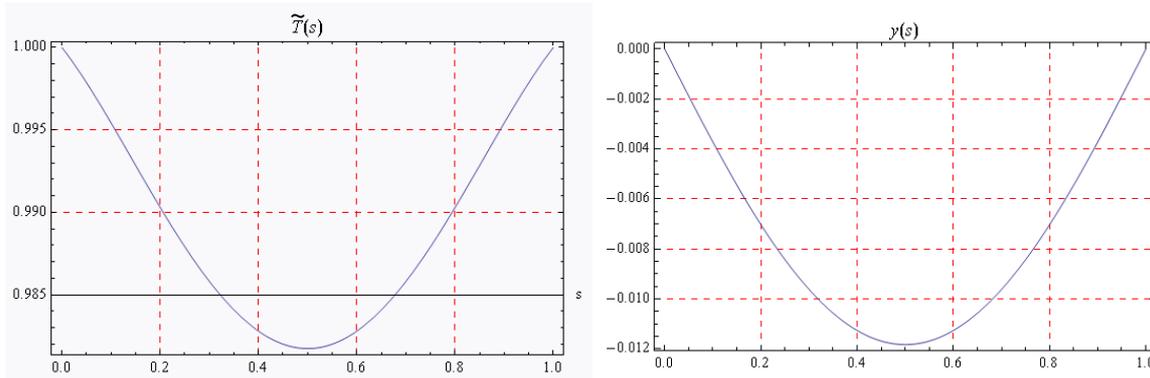


Gráfico 4.4 - Esforço de Tração x Coordenada Curvilínea. Deslocamento Vertical x Coordenada Curvilínea

Observa-se pelo Gráfico 4.3 e Gráfico 4.4, que a rotação é aproximadamente 0,038 rad nos apoios e nula no ponto médio da correia. A curvatura adimensionalizada é nula nos apoios e máxima no centro, igual a 0,11. No gráfico do esforço de tração observa-se que a tração é variável ao longo da coordenada curvilínea. Esta variação, que neste exemplo atingiu o valor máximo de 2%, não poderia ser observada no modelo da resistência dos materiais, pois neste modelo o esforço de tração é constante ao longo da correia. O deslocamento vertical máximo foi de aproximadamente 12 mm.

5. MODELO ANALÍTICO-NUMÉRICO PARA TORÇÃO-TRAÇÃO

Este modelo, denominado Modelo 2, calcula os deslocamentos transversais ao longo da correia sob ação do momento torçor aplicado em relação ao eixo central da correia e do esforço de tração aplicado nas extremidades; entretanto, este modelo não considera o peso próprio da correia. A correia será considerada como um elemento formado por dois elementos distintos: a borracha e os cabos de aço. A borracha será somente um elemento separador dos cabos de aço, e estes serão responsáveis por suportar todos os esforços aplicados na correia.

A aplicação das equações diferenciais de equilíbrio será dividida em duas etapas. Na primeira, a correia está totalmente descarregada na configuração não-deformada, R0, e na condição deformada R1 ela sofre uma torção de 180°, ainda sem o esforço de tração. Na segunda, a correia está torcida na condição de referência R1, conforme resultado da primeira etapa e sofre o esforço de tração, resultando na condição deformada final, R2.

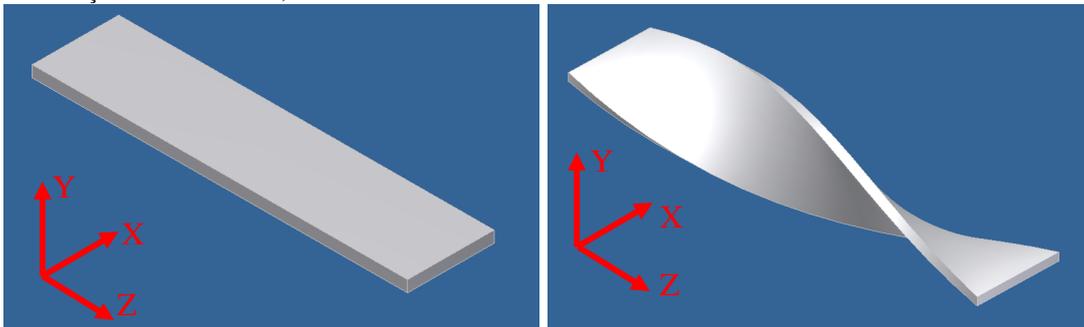


Figura 5.1 - Configuração de referência R0 da primeira etapa e configuração de referência R1 da segunda etapa

Hipóteses:

- Seção transversal da correia é uniforme.
- Uso de material equivalente com propriedades de rigidez ($EI, EA, etc.$) invariáveis ao longo do comprimento, quando descritos em relação à base solidária à correia.
- A configuração inicial (não-deformada) da primeira etapa corresponde àquela em que o eixo central da correia encontra-se reto, sem apresentar flexão e torção entre linhas homólogas, de forma que: $\kappa_{x0} = \kappa_{y0} = 0$ e $\kappa_{t0} = 0$.
- Na configuração de referência R1 a correia permanece com seu eixo central reto, sem apresentar flexão, mas agora apresenta uma torção inicial entre linhas homólogas, de forma que: $\kappa_{x0} = \kappa_{y0} = 0$ e $\kappa_{t0} = \frac{d}{ds_0} \left(\frac{\pi \cdot s_0}{1} \right) = \frac{\pi}{1}$.
- Carregamentos: apenas torção na primeira etapa (M_{t0}) e tração (T_0) nas extremidades da correia na segunda etapa.

Equações diferenciais de equilíbrio para a correia:

- As equações diferenciais de equilíbrio de Clebsch-Kirchhoff-Love são:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial s_i} - Q_y \cdot k_{ti} + T \cdot k_{yi} + f_x = 0 \quad \text{Eq. 4.20}$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial s_i} - T \cdot k_{xi} + Q_x \cdot k_{ti} + f_y = 0 \quad \text{Eq. 4.21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial s_i} - Q_x \cdot k_{yi} + Q_y \cdot k_{xi} + f_z = 0 \quad \text{Eq. 4.22}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial s_i} - M_y \cdot k_{ti} + M_z \cdot k_{yi} - Q_y + m_x = 0 \quad \text{Eq. 4.23}$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial s_i} - M_z \cdot k_{xi} + M_x \cdot k_{ti} + Q_x + m_y = 0 \quad \text{Eq. 4.24}$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial s_i} - M_x \cdot k_{yi} + M_y \cdot k_{xi} + m_z = 0 \quad \text{Eq. 4.25}$$

Simplificações:

Considerando as hipóteses adotadas para o Modelo 2 (correia sob torção e tração), as seguintes simplificações são possíveis para as duas etapas:

- A tortuosidade do eixo central é nula para o carregamento considerado $\tau = 0$.
- Os esforços distribuídos por unidade de comprimento da correia são nulos, uma vez que, o peso próprio da correia não está sendo considerado. Então: $f_x = f_y = f_z = 0$.
- Os momentos distribuídos por unidade de comprimento da correia são tais que $m_x = 0$, $m_y = 0$ e $m_z = 0$.
- O ângulo φ varia linearmente em função do comprimento, de maneira que, pode ser definido da seguinte forma:

$$\varphi(s) = \frac{\pi \cdot s}{l} \quad \text{Eq. 5.1}$$

Em que, l é o comprimento do virador.

- $\chi(s) = 0$, pois o eixo central permanece reto na configuração deformada.

Na primeira etapa e segunda etapas, com as simplificações apresentadas, tem-se:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial s_i} - Q_y \cdot k_{ti} = 0 \quad \text{Eq. 5.2}$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial s_i} + Q_x \cdot k_{ti} = 0 \quad \text{Eq. 5.3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial s_i} = 0 \quad \text{Eq. 5.4}$$

$$Q_y = 0 \quad \text{Eq. 5.5}$$

$$Q_x = 0 \quad \text{Eq. 5.6}$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial s_i} = 0 \quad \text{Eq. 5.7}$$

Portanto, após simplificar as equações de Clebsch-Kirchhoff-Love, tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial s_i} = 0 \quad \text{Eq. 5.4}$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial s_i} = 0 \quad \text{Eq. 5.7}$$

Com isso vê-se que o momento torçor permanece constante na segunda etapa. O esforço de tração, da mesma forma que antes, é constante ao longo da correia.

Sabe-se que a correia é formada por cabos de aço uniformemente espaçados no interior da borracha. Agora será estimado o esforço em cada cabo, de maneira que, será considerado que a borracha não transmite esforços, servindo somente como elemento espaçador entre os cabos.

Designa-se S_2 a coordenada curvilínea do eixo central do cabo de aço na configuração deformada final e S_0 a coordenada curvilínea do eixo central do cabo de aço na configuração não-deformada.

$$\left(\frac{dS_2}{d\theta_2}\right)^2 = \left(\frac{dx_2}{d\theta_2}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{d\theta_2}\right)^2 + \left(\frac{dz_2}{d\theta_2}\right)^2 \quad \text{Eq. 5.8}$$

$$\left(\frac{dS_2}{d\theta_2}\right)^2 = r_2^2 + \left(\frac{l_2}{\pi}\right)^2 \quad \text{Eq. 5.9}$$

$$\frac{dS_2}{d\theta_2} = \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l_2}{\pi}\right)^2} \quad \text{Eq. 5.10}$$

Analogamente,

$$\frac{dS_0}{d\theta_0} = \sqrt{r_0^2 + \left(\frac{l_0}{\pi}\right)^2} \quad \text{Eq. 5.11}$$

Assim,

$$\frac{dS_2}{d\theta_2} \frac{d\theta_0}{dS_0} = \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l_2}{\pi}\right)^2} / \sqrt{r_0^2 + \left(\frac{l_0}{\pi}\right)^2} \quad \text{Eq. 5.12}$$

Em ambas configurações, deformada e não-deformada, a hélice sofre a mesma rotação de 180° . A deformação do eixo central da correia é pequena frente ao comprimento do virador, assim, o passo da hélice é aproximadamente o mesmo nas duas configurações. Portanto, pode-se aproximar $\theta_1 = \theta_2$.

Desta forma,

$$\frac{dS_2}{dS_0} = \left(\frac{(\pi r_2)^2 + l_2^2}{(\pi r_0)^2 + l_0^2}\right)^{1/2} = 1 + \varepsilon_t \quad \text{Eq. 5.13}$$

Em que ε_t é o alongamento do eixo central do cabo de aço.

Assim, o esforço de tração em cada cabo de aço da correia pode ser calculado pela expressão a seguir:

$$F_i = (EA) \cdot \varepsilon_{ti} \quad \text{Eq. 5.14}$$

O esforço de tração na correia pode ser calculado pela expressão:

$$T_c = \sum_{i=1}^n F_i \cos(\alpha_i) \quad \text{Eq. 5.15}$$

O momento torçor necessário para girar a correia:

$$M_t = \sum_{i=1}^n F_i r_i \cdot \text{sen}(\alpha_i) \quad \text{Eq. 5.16}$$

Em que,

n é o número de cabos de aço no interior da correia.

$\alpha = \alpha(r, l)$ é o ângulo de hélice do cabo de aço.

Pode-se definir uma função α_i , a qual depende da distância do cabo de aço até o eixo de torção da correia e do comprimento do *turnover*.

A função α_i pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{\pi r_i}{l}\right) \quad \text{Eq. 5.17}$$

Através das equações apresentadas anteriormente pode-se determinar o momento torçor e a força de tração na região do *turnover*.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CEMA (2005). Belt Conveyors for Bulk Materials. 6th Ed., Engineering Conference for Conveyor Equipment Manufacturers Association, 599 p.
- GERE, J. M. Mecânica dos Materiais. São Paulo. THOMSON. 2003. 698p.
- GOODYEAR (1975). Handbook of Conveyor & Elevator Belting. Akron, Ohio. 1975.
- LEMMON, R.. Local Stresses in Belt Turnovers in Conveyor Belts. Bulk Material Handling by Conveyor Belt IV. SME Conference. 2002, 17 p.
- LOVE, A. E. H., A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity; New York Cambridge; 4th Ed, 643 p. 1959.
- RAMOS JR, R. Modelos Analíticos no Estudo do Comportamento Estrutural de Tubos Flexíveis e Cabos Umbilicais. São Paulo. 2001. 367 p.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho objetivou analisar os esforços na correia especificamente na região de turnover mediante modelos matemáticos existentes na literatura ou através de novos modelos. Para cumprir estes objetivos foram propostos alguns modelos, de acordo com hipóteses simplificadoras e carregamentos aplicados para cada um dos modelos.

No Capítulo 4 foi apresentado um modelo analítico-numérico para flexo-tração da correia, para o qual foram devidamente apresentadas algumas hipóteses de geometria e esforços. Neste modelo foram demonstradas equações para cálculo do SAG, que vem a ser o deslocamento máximo da linha elástica da correia entre os pontos de apoio. Após todo o equacionamento do modelo, é possível concluir que o uso das expressões que levam em conta o E. I (conforme demonstradas) da correia são importantes somente quando $k.L < 20$. Do ponto de vista prático, o valor do produto $k.L$ para as correias em operação é maior que 100. Logo, a aproximação apresentada na literatura (Goodyear, 1975) é uma aproximação razoável.

No Capítulo 5 foi apresentado um modelo analítico-numérico para torção-tração da correia. Neste modelo a correia é formada por cabos de aço e borracha, separadamente, ao contrário do modelo apresentado no Capítulo 4 que considera a correia como elemento composto pelas propriedades dos cabos e da borracha. No modelo de Tração-Torção observa-se que os esforços nos cabos de aço na borda da correia são maiores que nos cabos do centro da correia, conforme é possível encontrar em modelos apresentados na bibliografia (Goodyear, 1975 e Lemmon, 2001).

ANALYSIS OF STRESS IN BELTS IN TURNOVER REGION

Ito, Marcelo

marcelo.itod2@gmail.com

Advisor: Ramos Jr., Roberto.

ABSTRACT

Belt conveyors are used to carry a large variety of bulk materials. The conveyor has the carry side, where the material is loaded, and the return side, which starts after discharging the material. Turnovers are used to twist the belt 180 degrees near the discharge point in the return side, and then, 180 degrees again near the loading region. The imposed twisting allows the clean side of the belt to be in contact with the return idlers, and thus avoiding problems caused by the contact of the dirty side of the belt with the idlers. Turnovers also contribute to the cleaning under the conveyor because the material is detached from the belt in a particular region. This work aims to find an analytical method to determine belt stresses in the turnover region discussing some equations found in the technical literature.

Keywords: Belt Conveyors, Turnover, Mining, Structural Analysis.