

ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL GENERALIZADO DE FANNO EM BOCAIS

Rafael Prado de Oliveira

rafael.prado.oliveira@gmail.com

Resumo. Este trabalho de formatura tem como objetivo principal o estudo e análise de escoamentos compressíveis generalizados e unidimensionais, enfatizando aqueles em bocais da ASME com atrito. Para este estudo e análise, será utilizada uma planilha de cálculo que possa ser utilizada didaticamente para a resolução de problemas, gerando gráficos e/ou tabelas. Serão empregados dois métodos para a análise deste escoamento: o método dos coeficientes de influência, ou fatores de influência, desenvolvido pela aplicação dos conceitos de equações de balanço para tubos de corrente infinitesimais; e o método analítico, para a resolução dos escoamentos através dos coeficientes de descarga presentes nos bocais da ASME. Os cálculos do estudo utilizando o método dos coeficientes de influência serão feitos utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Para validar os dois métodos, foi feita uma análise de um problema, fornecendo alguns dados iniciais. Concluiu-se com esta análise que os métodos apresentam boa correlação entre eles. A planilha de cálculo foi construída de maneira simples e flexível para diversas condições de escoamento, gerando os gráficos e tabelas propostas.

Palavras chave: escoamento generalizado, desenvolvimento de software, escoamento de Fanno com variação de área.

1. Introdução

Na atualidade, existem diversas máquinas que funcionam através de um sistema térmico, onde um fluido compressível (água, ar, combustíveis em geral) realiza o trabalho. Estes fluidos são conhecidos como fluidos ativos e são responsáveis pela geração de trabalho. Estes sistemas apresentam diversos tipos de escoamentos, tais como, escoamentos isoentrópicos com variação de área (bocais e difusores), escoamentos de Fanno com atrito e sem troca de calor, escoamentos de Rayleigh onde temos troca de calor reversível e escoamentos com a adição de massa durante o processo.

Cada escoamento apresentado é definido como simples, pois trabalham com apenas uma variação de potencial (variação da área, atrito, transferência de calor e variação de massa). Estes tipos de escoamentos apresentam ampla utilização didática e considerando o fluido compressível como um gás perfeito, o sistema apresenta uma solução de forma fechada e de simples implementação. Já para gases reais não existe esta solução de forma fechada e é necessária a aplicação de métodos numéricos relativamente simples para a sua resolução.

As composições destes escoamentos simples formam um escoamento generalizado e serão objeto de estudo deste projeto.

2. Definição do problema

Este trabalho de formatura tem como objetivo principal o estudo e análise de escoamentos compressíveis generalizados e unidimensionais. Para este estudo e análise, será utilizada uma planilha de cálculo que possa ser utilizada didaticamente para a resolução de problemas. Para o uso didático desta planilha, durante a resolução dos problemas, serão gerados gráficos e/ou apresentações.

Neste projeto, será feita uma análise mais profunda do escoamento de Fanno com atrito e sem troca de calor em bocais da ASME. Serão empregados dois métodos para a análise deste escoamento: o método dos coeficientes de influência, ou fatores de influência, utilizado para a resolução de escoamentos generalizados; e o método analítico, para a resolução dos escoamentos através dos coeficientes de descarga presentes nos bocais da ASME.

Assim, analisando um problema envolvendo um escoamento de Fanno com atrito e sem troca de calor em um bocal da ASME, através de dois métodos, será possível uma comparação entre estes dois resultados.

Para a construção da planilha, foi definido o software Microsoft Office Excel, pois o software é bem difundido não só no meio acadêmico, mas também, entre os profissionais da área, apresentando uma maior facilidade para os usuários.

3. Metodologia

Dois métodos foram utilizados para o estudo e a análise do escoamento de Fanno, com atrito e sem troca de calor, em bocais da ASME e da ISA 1932.

3.1. Método dos coeficientes de influência

Um dos métodos de análise destes escoamentos generalizados é o método dos coeficientes de influência, ou fatores de influência, desenvolvido pela aplicação dos conceitos de equações de balanço para tubos de corrente infinitesimais.

Utilizando-se a seguinte superfície de controle, que está representada na Fig.(1), podem-se desenvolver oito equações independentes usando parâmetros diferenciais.

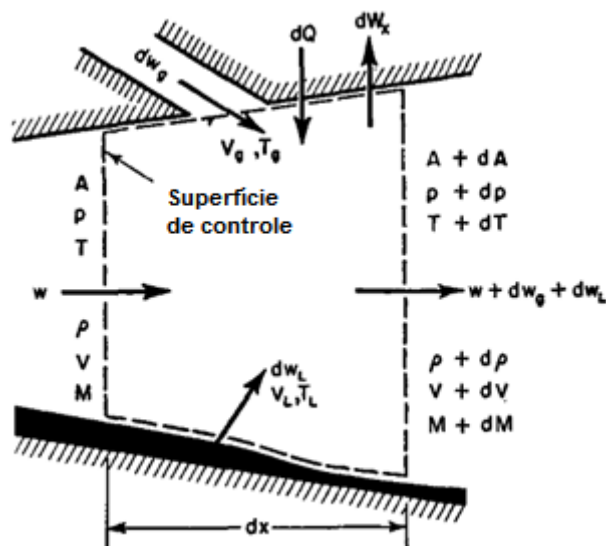


Figura 1 - Superfície de controle para estudo do escoamento generalizado (Fox, 1992)

Estas oito equações são lineares e formadas por oito variáveis dependentes (dM/M , dp/p , $d\rho/\rho$, dT/T , dV/V , dp_0/p_0 , dF/F , e ds/c_p), as quais são expressas em termos de quatro potenciais, ou variáveis independentes: dA/A , dT_0/T_0 , $d\dot{m}/\dot{m}$ e $\left[\frac{4f}{D}dx + \frac{2\delta d}{kM^2 pA}\right]$.

A solução deste sistema linear composto por estas oito equações resulta em outras oito equações diferenciais em função do número de Mach local e dos quatro potenciais. A Tabela (1) apresenta estas equações.

Tabela 1 - Coeficientes de Influência para Gases Perfeitos

Varição da Propriedade do Escoamento	Potenciais aplicados			
	$\frac{dA}{A}$	$\left[\left(\frac{4f}{D}\right)dx + \frac{2\delta d}{kM^2 pA}\right]$	$\frac{dT_0}{T_0}$	$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$
$\frac{dM}{M}$	$-\frac{\psi}{1-M^2}$	$\frac{kM^2\psi}{2(1-M^2)}$	$\frac{(1+kM^2)\psi}{2(1-M^2)}$	$\frac{\psi[(1+kM^2)-y kM^2]}{1-M^2}$
$\frac{dp}{p}$	$\frac{kM^2}{1-M^2}$	$-\frac{kM^2[1+(k-1)M^2]}{2(1-M^2)}$	$-\frac{kM^2\psi}{1-M^2}$	$-\frac{kM^2[2\psi(1-y)+y]}{1-M^2}$
$\frac{d\rho}{\rho}$	$\frac{M^2}{1-M^2}$	$-\frac{kM^2}{2(1-M^2)}$	$-\frac{\psi}{1-M^2}$	$-\frac{[(k+1)M^2-kyM^2]}{1-M^2}$
$\frac{dT}{T}$	$\frac{(k-1)M^2}{1-M^2}$	$-\frac{k(k-1)M^4}{2(1-M^2)}$	$\frac{\psi(1-kM^2)}{1-M^2}$	$-\frac{(k-1)M^2[(1+kM^2)-kyM^2]}{1-M^2}$
$\frac{dV}{V}$	$-\frac{1}{1-M^2}$	$-\frac{kM^2}{2(1-M^2)}$	$\frac{\psi}{1-M^2}$	$\frac{[(1+kM^2)-y kM^2]}{1-M^2}$
$\frac{dp_0}{p_0}$	0	$-\frac{kM^2}{2}$	$-\frac{kM^2}{2}$	$-kM^2(1-y)$
$\frac{dF}{F}$	$\frac{1}{1+kM^2}$	$-\frac{kM^2}{1+kM^2}$	0	$\frac{y kM^2}{1+kM^2}$
$\frac{ds}{c_p}$	0	$\frac{(k-1)M^2}{2}$	ψ	$(k-1)M^2(1-y)$

Onde o valor $\psi = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$.

As entradas são os coeficientes de influência e representam a derivada parcial de cada propriedade do escoamento com relação ao potencial respectivo. A influência de cada potencial pode ser avaliada pelo fator de influência correspondente.

Utilizando a equação para o número de Mach como referência, pode-se integrá-la como se fosse um problema de valor inicial (para isto, deve-se conhecer o valor de M no instante inicial) e encontrar a função M(x). Assim, através desta função é possível utilizar a Tab.(2) apresentada a seguir, com as soluções integrais já definidas.

Tabela 2 - Soluções Integrais

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{02}}{T_{01}} \frac{\psi_1}{\psi_2}$	$\frac{F_1}{F_2} = \frac{p_2}{p_1} \frac{A_2}{A_1} \frac{1 + kM_2^2}{1 + kM_1^2}$
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$	$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$
$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \frac{A_1}{A_2} \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$	$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{\psi_2}{\psi_1} \right]^{-\frac{k}{k-1}}$
$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \frac{A_1}{A_2} \frac{V_1}{V_2}$	

Para um escoamento adiabático em um bocal medidor ASME de raio longo e com atrito, pode-se observar algumas simplificações na Tabela1, pois $dT_0 = 0$ e $d\dot{m} = 0$. Ou seja, devem-se considerar apenas as duas primeiras colunas da Tabela 1 para a resolução deste problema.

Assim, a equação que envolve o número de Mach fica:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{\psi}{1 - M^2} \cdot \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\psi}{2 \cdot (1 - M^2)} \cdot \left[\left(\frac{4fdx}{D_h} \right) + \frac{2dF_D}{kM^2pA} \right] \quad (1)$$

Se considerarmos a componente de arrasto nula, temos que:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{\psi}{1 - M^2} \cdot \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\psi}{2 \cdot (1 - M^2)} \cdot \left(\frac{4fdx}{D_h} \right) \quad (2)$$

Por esta equação, percebe-se que este método apresenta uma descontinuidade na equação acima, para a condição de $M = 1$, ou seja, quando o escoamento no bocal bloca (desconsiderando a presença de ondas de choque no escoamento).

Para um bocal convergente-divergente com atrito, encontra-se a equação exposta anteriormente, a qual pode ser reescrita da seguinte maneira, para uma melhor análise:

$$\frac{(1 - M^2)}{M} \cdot dM = -\psi \cdot \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\psi}{2} \cdot \left(\frac{4fdx}{D_h} \right) \quad (3)$$

Para o ponto em que o escoamento bloca, ponto sônico ($M = 1$), a equação acima resulta em:

$$\frac{dA}{A} = \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{4fdx}{D_h} \right) \quad (4)$$

Dividindo toda a equação por dx, tem-se:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{A \cdot k}{2} \cdot \left(\frac{4f}{D_h} \right) \quad (5)$$

Logo, percebe-se que dA/dx é sempre positivo, já que os termos do lado direito da equação só podem ser positivos. E, assim, o ponto sônico só pode ocorrer na parte divergente do bocal. Se os efeitos de atrito fossem desprezados, o ponto sônico ocorreria quando $dA/dx = 0$, ou seja, na garganta do bocal.

Deve-se atentar para o fato de que se a variação de área for grande o suficiente para provocar uma alteração significativa no valor do número de Reynolds, é necessário recalculá-lo para o escoamento.

Sendo os bocais da ASME (e os bocais ISA 1932) convergentes, para que se possam comparar os dois métodos de resolução, serão considerados apenas bocais convergentes (pelo menos nesta etapa do desenvolvimento do projeto).

3.1.1. Método de resolução

Para a solução de um problema generalizado, devem-se definir, primeiramente, as condições do início e as condições de contorno do problema. Em seguida, podem-se desenvolver as equações diferenciais que cumpram os requisitos de cada potencial.

Neste trabalho, será utilizado o método de Runge Kutta de 4ª ordem, com precisão de 5ª ordem, devido à precisão e simplicidade. A integração da equação para M dá um resultado de M(x), que com o auxílio da tabela 2 permite obter os resultados de todas as propriedades e variáveis.

O método de Runge Kutta de 4ª ordem, RK4, é um método de aproximação por etapas, que pode ser expresso pela equação a seguir para resolver um problema de valor inicial do tipo:

$$\frac{dy}{dt} = g(t, x, y) \quad y(t_0) = y_0 \quad (6)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (G_1 + 2G_2 + 2G_3 + G_4) \quad (7)$$

Onde h é o passo na variável independente e:

$$G_1 = g(t_n, x_n, y_n) \quad (8)$$

$$G_2 = g(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2} \cdot F_1, y_n + \frac{h}{2} \cdot G_1) \quad (9)$$

$$G_3 = g(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2} \cdot F_2, y_n + \frac{h}{2} \cdot G_2) \quad (10)$$

$$G_4 = g(t_n + h, x_n + h \cdot F_3, y_n + h \cdot G_3) \quad (11)$$

3.2. Método do Coeficiente de Descarga

Aplicando as equações de Bernoulli e da continuidade, pode-se obter a expressão da vazão teórica para um escoamento incompressível, adiabático e sem atrito. A equação de Bernoulli, aplicada ao fluido incompressível escoando ao longo de uma linha de corrente, de mesma cota vertical, é dada por:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (12)$$

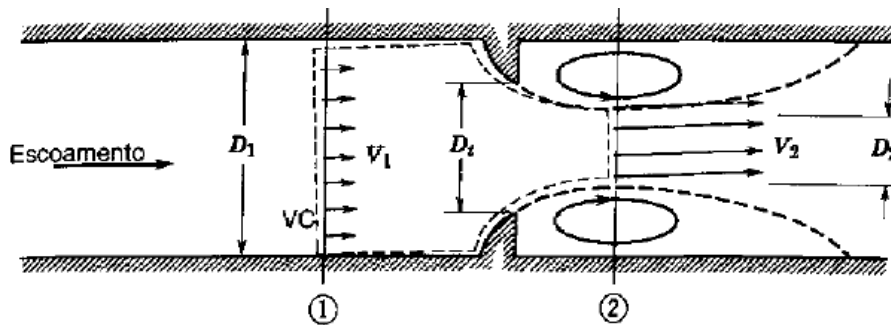


Figura 2 - Representação de um escoamento através de um bocal (Fox, 1992)

A equação da energia combinada com a equação da continuidade resulta em:

$$\frac{Q}{A_2} = V_2 = \left[\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Essa expressão é imprecisa, pois não leva em conta o atrito do escoamento, e, também, porque a determinação de D_2 não é prática. Para contornar a situação, emprega-se o diâmetro da obstrução D_t , ficando:

$$\beta = \frac{D_t}{D_1} \quad (14)$$

E introduzindo-se o coeficiente adimensional de descarga C_d , para efetuar a correção dos problemas de atrito, tal que:

$$Q = A_t \cdot V_t = C_d \cdot A_t \left[\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Definindo-se o coeficiente de descarga, C_d , e o fator de velocidade de aproximação, E , como:

$$C_d = \frac{Q_{\text{real}}}{Q_{\text{ideal}}} = \frac{\dot{m}_{\text{real}}}{\dot{m}_{\text{ideal}}} \quad E = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^4}} \quad (16)$$

Assim, pode-se reescrever a equação da vazão como:

$$Q_{\text{real}} = C_d \cdot E \cdot \beta^2 \cdot A_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (17)$$

O coeficiente de descarga C_d é conhecido empiricamente e tabelado em função do número de Reynolds e do diâmetro terno dos tubos, através da padronização dos medidores de obstrução. O coeficiente de descarga C_d e o fator de velocidade de aproximação são frequentemente combinados num só fator de vazão, K , definido por $K = C_d E$.

A equação de correlação recomendada para um bocal medidor ASME de raio longo é:

$$C_d = 0,9975 - 6,53 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{Re_{D_1}}} \quad (18)$$

Esta equação prevê coeficientes de descarga para bocais medidores com precisão de $\pm 2\%$ para $0,25 < \beta < 0,75$ e $10^4 < Re < 10^7$. Portanto, criou-se uma tabela com valores do coeficiente de escoamento K em função do Re , variando a relação de diâmetros β , como mostra o gráfico abaixo.

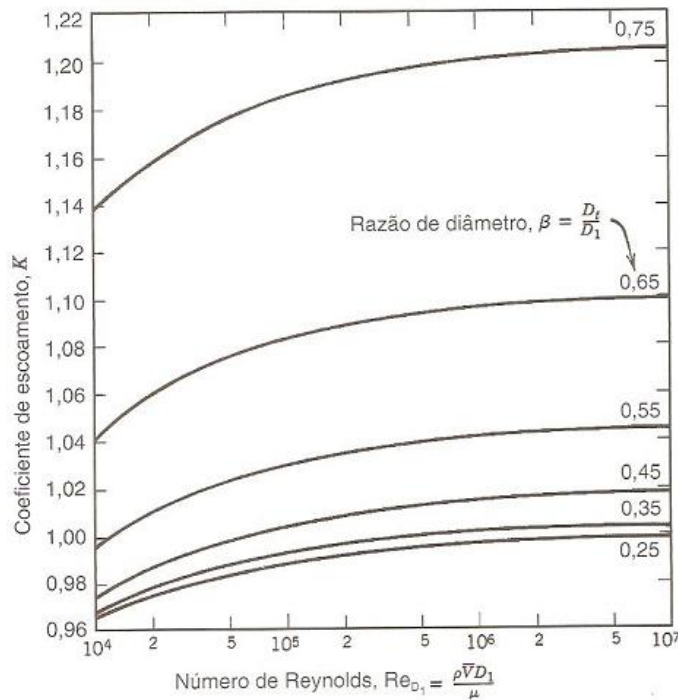


Gráfico 1 - Coeficientes de escoamento para bocais medidores ASME de raio longo (Fox, 1992)

Na Europa, é bastante utilizado bocais ISA 1932, cuja equação para o coeficiente de descarga é:

$$C_d = 0,9900 - 0,2262 \cdot \beta^{4,1} - (0,00175 \cdot \beta^2 - 0,0033 \cdot \beta^{4,15}) \cdot \left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{1,15} \quad (19)$$

Esta equação tem validade para, para $50 \text{ mm} < D_1 < 500 \text{ mm}$ e:

$0,3 < \beta < 0,44$ sendo $7 \cdot 10^4 < Re < 10^7$;

$0,44 < \beta < 0,8$ sendo $2 \cdot 10^4 < Re < 10^7$;

E, assim, tem-se, também, um gráfico de coeficiente de descarga e número de Reynolds, para os bocais ISA 1932:

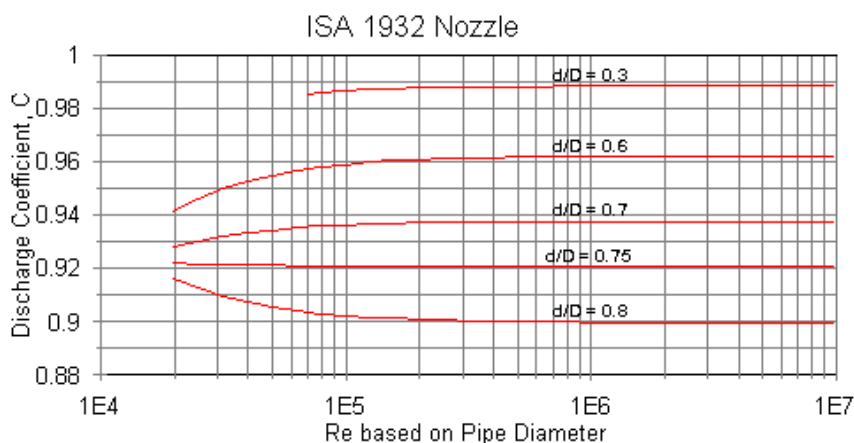


Gráfico 2 - Coeficientes de descarga para bocais ISA 1932 (<http://www.mattechcz.com/en/about-us/products/nozzles/67-dyzy-isa-1932>)

Todas as expressões acima foram determinadas para um escoamento incompressível, porém o objeto de estudo deste trabalho é justamente o escoamento compressível com atrito em bocais. Ou seja, estas equações obtidas anteriormente, necessitam de uma correção. Para fluidos reais, a correção do equacionamento proposto até aqui pode ser obtida multiplicando-se as expressões das vazões volumétricas ou mássicas por um fator de expansão isentrópico ε , função de β , ΔP e k , da forma:

$$Q_{\text{comp}} = Q_{\text{real}} \cdot \varepsilon \quad (20)$$

Os valores de ε variam segundo a norma de medição adotada e também em relação aos pontos de tomada de pressão diferencial sobre o medidor. Pela norma ISO 5167/98 seu valor é dado por:

$$\varepsilon = 1 - (0,351 + 0,256\beta^4 + 0,93\beta^8) \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \quad (21)$$

4. Validação dos métodos

Para que se possa fazer uma comparação entre os métodos de resolução de escoamento em um bocal com atrito, primeiro será feita uma validação destes métodos, resolvendo um exemplo com os dois métodos e comparando os resultados obtidos para algumas variáveis.

Será adotado o exemplo a seguir para ser feita esta comparação:

“Ar escoar em um duto adiabático de secção circular, em regime permanente. O duto possui diâmetro inicial de 0,06 m e comprimento de 1,5 m. O ar entra no duto com $M_1 = 0,6$, $P_1 = 150 \text{ kPa}$ e com $T_1 = 313,15 \text{ K}$. Assuma que o fator de atrito possa ser considerado constante e calculado com as condições de entrada. Assuma, também, que a parede do duto é lisa. Determine a variação do número de Mach, da área, da pressão e da temperatura ao longo do comprimento do duto para os seguintes casos:”

a-) A secção circular aumenta linearmente em 50%;

b-) A secção circular diminui linearmente em 50% e $M_1 = 0,25$.

Método dos coeficientes de influência

Dados para o ar a $P_1 = 150 \text{ kPa}$ e $T_1 = 313,15 \text{ K}$:

$\mu = 1,907 \cdot 10^{-6} \text{ N.s/m}$

$c = 354,6 \text{ m/s}$

$\rho = 1,67 \text{ kg/m}^3$

$v = M \cdot c = 0,6 \cdot 354,6 = 212,8 \text{ m/s}$

Assim, pode-se calcular o valor de Reynolds e o fator de atrito pelas equações:

$$Re_D = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1,67 \cdot 212,8 \cdot 0,06}{1,907 \cdot 10^{-6}} = 1122240 \quad (22)$$

Portanto, o escoamento é turbulento e o fator de atrito pode ser encontrado no diagrama de Moody ou, ainda, calculado pela equação:

$$f = \frac{0,0625}{\left[\log \left(\frac{\epsilon}{3,7D_H} + \frac{5,74}{Re_D^{0,9}} \right) \right]^2} = \frac{0,0625}{\left[\log \left(0 + \frac{5,74}{1122240^{0,9}} \right) \right]^2} = 0,00285 \quad (23)$$

Sendo $k = 1,4$, a equação do número de Mach é:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{\psi}{1-M^2} \cdot \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\psi}{2 \cdot (1-M^2)} \cdot \left(\frac{4fdx}{D_h} \right) \quad (24)$$

Substituindo os valores encontrados anteriormente, tem-se:

$$\frac{dM}{dx} = M \cdot \left[-\frac{1+0,2M^2}{1-M^2} \cdot \frac{1}{A(x)} \cdot \frac{dA}{dx} + \frac{0,7M^2(1+0,2M^2)}{(1-M^2)} \cdot \left(\frac{0,0114}{D(x)} \right) \right] \quad (25)$$

Assim, para o caso “a-”, a variação de área se dá por:

$$A_a(x) = A_0 \cdot \left(1 + 0,5 \cdot \frac{x}{L} \right) \quad (26)$$

E, no caso “b-”, se dá por:

$$A_b(x) = A_0 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot \frac{x}{L} \right) \quad (27)$$

Sendo o diâmetro calculado por:

$$D(x) = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A(x)} \quad (28)$$

Após o cálculo pelo método de Runge-Kutta da equação envolvendo o número de Mach, os demais parâmetros serão calculados utilizando as soluções integrais presentes na Tabela 2.

Assim, o resultado para o caso “a-” pode ser observado no gráfico a seguir:

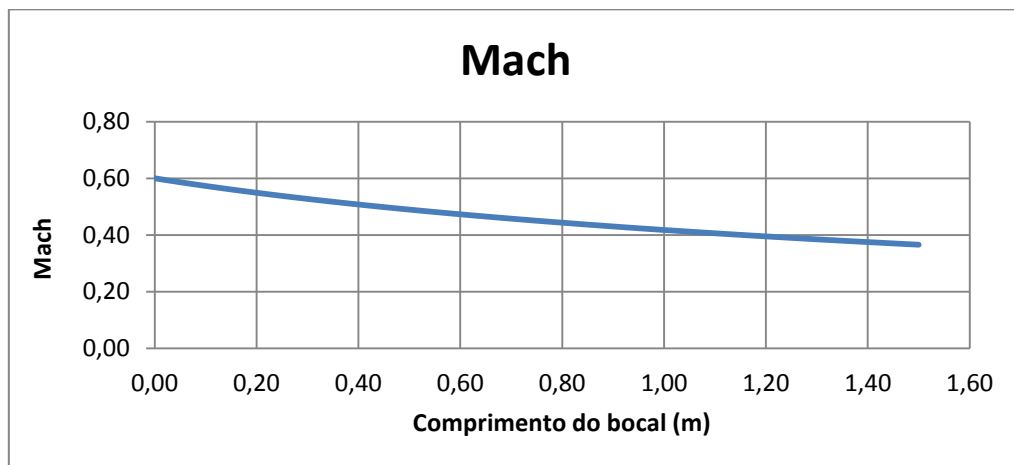


Gráfico 3 - Variação do número de Mach para o caso "a"

Já o resultado para o caso “b-”) pode ser observado no próximo gráfico:

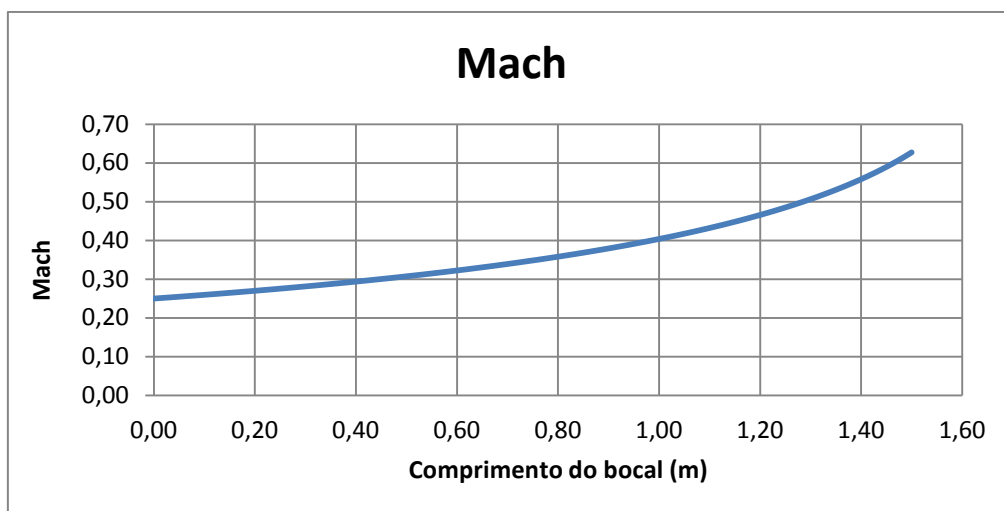


Gráfico 4 - Variação do número de Mach para o caso "b"

4.2. Método dos coeficientes de descarga

Para este método, será calculada apenas a vazão, utilizando alguns dados do caso “b-”), para efeito de comparação com o mesmo. Assim, o valor resultante para a vazão volumétrica na seção de descarga do bocal é de $Q_{\text{comp}} = 0,302 \text{ m}^3/\text{s}$.

Pode-se observar, a seguir, o gráfico criado da vazão volumétrica, utilizando o método de resolução dos coeficientes de influência:

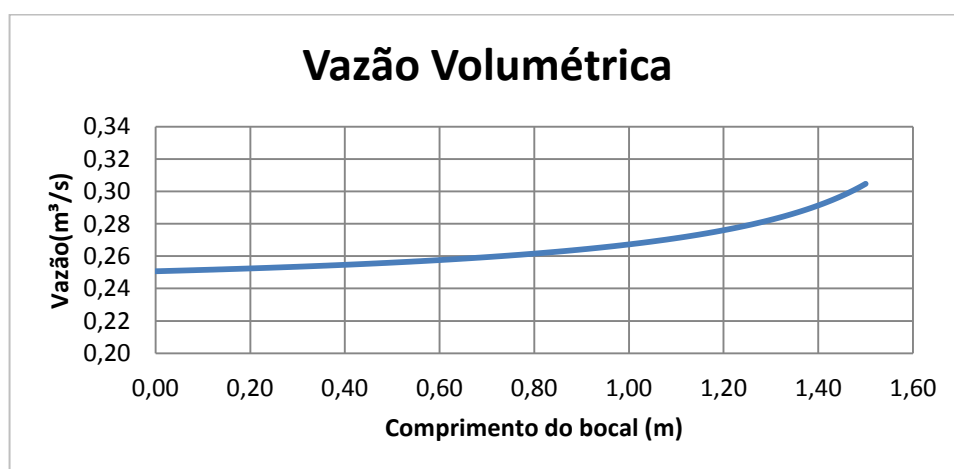


Gráfico 5 - Variação da vazão volumétrica utilizando o método dos coeficientes de influência para o caso "b"

Assim, pode-se retirar do gráfico o valor da vazão volumétrica no fim do bocal ($x = 1,50 \text{ m}$) e compará-lo com o valor calculado pelo método do coeficiente de descarga.

$$\delta = \frac{(Q_{C_{\text{infl.}}} - Q_{C_D})}{Q_{C_{\text{infl.}}}} = \frac{(0,3047 - 0,3017)}{0,3047} = 0,98\% \quad (29)$$

Comparando os dois valores, percebe-se que o desvio entre um e outro foi de apenas 0,98%. Pode-se concluir que os métodos apresentam uma boa correlação entre eles, validando-se o cálculo comparativo entre eles.

5. Planilha de cálculo

A planilha está organizada em três partes: uma guia “Parâmetros Iniciais” contendo além de todas as condições iniciais para o encaminhamento do problema, alguns botões para a execução das macros presentes na planilha; uma guia

“Cálculos”, onde são feitos os cálculos de todas as variáveis do problema; uma guia “Formulário” contendo alguns dados para o suporte e acompanhamento dos cálculos feitos pela planilha.

Potenciais	
dx	0,001
a	-0,5
dA/dx	-0,0014

Condições do Escoamento		
T ₀	313,15 K	Temperatura
P ₀	150 kPa	Pressão
M ₀	0,5	Mach
k	1,4	Índice Adiabático do Fluido
M _m	28,95 kg/kmol	Massa Molecular do Fluido
R	8314,47 J/K.kmol	Cte Universal dos Gases
c	354,64 m/s	Velocidade do Som
ρ	1,67 kg/m³	Massa Específica
μ	1,907E-06 N.s/m	Viscosidade Dinâmica
Re	9322241	Reynolds

Condições Geométricas do Bocal		
A ₀	0,002831 m²	Área
D ₀	0,06 m	Diâmetro
L	0,0424264 m	Comprimento do Bocal
D _t	0,0424264 m	Diâmetro da Obstrução
s	0	Rugosidade
f	0,0020553	Fator de Atrito

Área do Bocal = $A(x) = A(0)[1 + a \cdot (x/L)]$

Botões de Ação para as funções de Cálculo

Discretizar o Bocal Calcular RK4 Calcular Variáveis

Botões de Ação para Traçar os Gráficos

Mach Área Temperatura Pressão Velocidade Massa Específica Vazão Volumétrica

Traçar todos os Gráficos

Figura 3 - Aba "Parâmetros Iniciais" da planilha de cálculo

Na aba “Parâmetros Iniciais”, o usuário deverá entrar com todos os valores das condições iniciais do escoamento, as características do bocal e o valor para o passo da integração. As células vermelhas não devem ser alteradas, pois são calculadas automaticamente. A área deverá ser escrita na forma da equação $A(x) = A_0 \cdot [1 + a \cdot (x/L)]$, para facilitar o cálculo do potencial dA/dx .

Em seguida, ele deverá seguir a sequência dos botões para o correto cálculo das macros (Discretizar o bocal – divide o bocal de acordo com o passo de integração ; Calcular RK4 – faz o cálculo dos parâmetros do método de Runge-Kutta, além de calcular o valor do Mach; Calcular variáveis – faz o cálculo das variáveis restantes).

Na sequência, podem-se traçar os gráficos de cada variável independentemente ou todos de uma só vez, através do botão “Traçar todos os Gráficos”. Cada gráfico é gerado em uma aba individual.

Concluídas estas etapas, podem-se observar os resultados na forma de uma tabela de dados, localizada na aba “Cálculo”. Nela estão todos os dados calculados pela macro, inclusive os parâmetros de Runge-Kutta. Deve-se atentar para um detalhe de criação das macros quando existir um ponto sônico no escoamento. Neste momento, como os bocais da ASME são convergentes, não existe a passagem do escoamento subsônico para o escoamento supersônico, e o bocal bloqueia. Esta parte foi solucionada através de um ajuste no valor do número de Mach quando ele aproximava-se de 1. Dependendo do valor do passo, a planilha automaticamente adota um intervalo e um valor para ele.

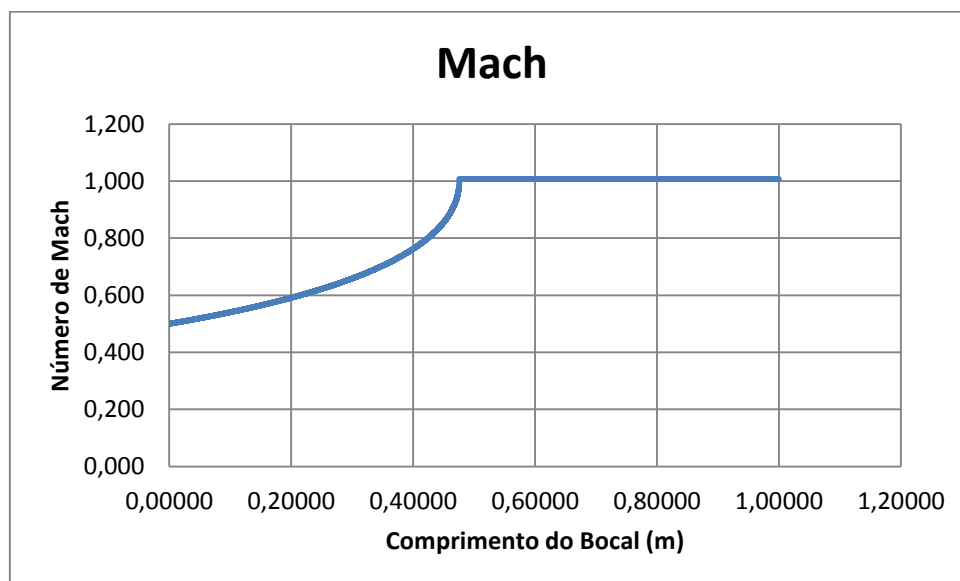


Gráfico 6 - Resultado do número de Mach após o ajuste do ponto sônico

Tabela 3 - Valores do número de Mach na aproximação do ponto sônico

0,986566	0,990058
0,986907	0,990526
0,987258	0,991019
0,987618	0,991541
0,98799	0,992097
0,988374	1,0076
0,988771	1,0076
0,989183	1,0076
0,989611	1,0076

Nesta tabela, pode-se perceber que este ajuste não proporciona grandes alterações na qualidade do resultado, a qual está relacionada ao valor do passo de integração. Quanto menor for o passo de integração, melhor será o resultado, porém maior será o tempo de cálculo da planilha e mais pesado ficará o arquivo.

6. Conclusão

Uma análise geral do que foi desenvolvido neste projeto de graduação nos permite afirmar que estes objetivos foram alcançados com sucesso, visto que a comparação dos métodos apresentou uma variação de apenas 1% entre os resultados de cada método para o cálculo da vazão volumétrica. Ademais, foi criada uma planilha de simples manuseio para os usuários, que com apenas alguns botões poderão ter os resultados de diversas condições do escoamento.

Algumas implementações podem ser feitas para melhorar a capacidade e as opções da planilha futuramente, como, por exemplo, implementar o escoamento com o atrito variável e a opção de bocal convergente-divergente. Estas soluções não requerem grandes mudanças na planilha.

7. Referências

- Fox, R.W.; McDonald, A.T., 1992, "Introduction To Fluid Mechanics", 4ªed, John Wiley & Sons Inc..
- Hodge, B.K.; Koenig, K., 1995, "Compressible Fluid Dynamics With Personal Computer Applications", Ed. Prentice Hall.
- Oosthuizen, P.H.; Carscallen, W.E., 1997, "Compressible Fluid Flow", McGrawHill.
- Pimenta, M. M. Introdução À Dinâmica Dos Gases. Pmc – Termodinâmica Do Escoamento Compressível.
- Shapiro, A. H., 1953, "The Dynamics And Thermodynamics Of Compressible Fluid Flow", Vol.1, New York, Ronald Press.
- Zucker, R.D.; Biblarz, O., 2002, "Fundamentals Of Gas Dynamics", 2ª Ed, John Wiley & Sons Inc..

GENERALIZED COMPRESSIBLE FANNO FLOW INSIDE NOZZLES

Rafael Prado de Oliveira

rafael.prado.oliveira@gmail.com

Abstract. This graduation paper has as main objective the study and analysis of generalized one-dimensional compressible flows, focusing on those in the ASME nozzle with friction. This study and analysis will require a spreadsheet that can be used didactically for solving problems, creating graphics and tables. Two methods will be employed to analyze this flow: the method of influence coefficients or factors of influence, developed by application of the concepts of equations balance for infinitesimal stream lines, and the analytical method for solving the flow through the discharge coefficients present in the ASME nozzles. The study's calculations using the influence coefficients' method are made using the Runge-Kutta of 4th order. In order to validate these two methods, a situation was analyzed, providing some initial data. It was concluded that these analysis methods have good correlation between them. The spreadsheet was designed in a flexible and simple way, giving all the graphics and tables proposed.

Keywords. Generalized flow, software development, Fanno flow with area variation.