

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo da pressão de contato e da tensão no pé do dente de uma
engrenagem

André Rodrigues Garcia da Silveira

São Paulo

2011

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo da pressão de contato e da tensão no pé do dente de uma
engrenagem

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção do título
de Graduação em Engenharia

André Rodrigues Garcia da Silveira

Orientador: Amilton Sinatora

Área de Concentração:

Engenharia Mecânica

São Paulo

2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Silveira, André Rodrigues Garcia da

Estudo da pressão de contato e tensão no pé do dente de um engrenamento / A.R.G. da Silveira. – São Paulo, 2011.

91 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Engrenagens 2. Tensão dos materiais I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

RESUMO

O presente trabalho visa mostrar uma análise por elementos finitos das tensões de pé de dente e das pressões de contato durante um engrenamento de um redutor de velocidade de utilização comercial. Essa análise é importante para se estudar outros efeitos de engrenamentos, como o da flexo-torção do dente da engrenagem. Para tanto, foi feita uma revisão bibliográfica a fim de se determinar os vários métodos de cálculo de engrenagens que são estudados atualmente. Posteriormente, cada um deles foi automatizado em uma planilha de Excel para que seu cálculo seja mais rápido. Depois disso, foi aplicado às planilhas o deslocamento de perfil de engrenagens conjuntamente com o ângulo de hélice. Após essa etapa, elaborou-se uma rotina, em VBA, no software AutoCAD Inventor 2011 que em conjunto com o Microsoft Excel 2007 calcula a geometria da evolvente e desenha um dente de engrenagem no qual será possível fazer as análises corretamente. Como vários pares de engrenagens serão simulados ao longo deste e de outros trabalhos, automatizou-se a rotina para qualquer geometria, deslocamento de perfil, material e ângulo de hélice. A evolvente calculada é a definida na norma DIN 3960. Por fim, realizou-se a simulação do engrenamento por elementos finitos e as devidas análises e conclusões foram tomadas.

Palavras-chave: Engrenagens, Tensões dos Materiais

Abstract

This paper shows a finite element analysis (FEA) of the contact pressure and the gear tooth root stress during engagement in a commercial speed gearbox. This analysis is important because it can be used to study other contact effects, like the torsion-flexion of the gear tooth. To achieve that, firstly several books were read to establish a base of four different theoretical ways to calculate a gear. Afterwards, each one of them were automated in an Excel's sheet, so calculations can be quicker. After that, the profile displacement and helical angle were applied in the sheets. Then, a routine was made (in VBA) connecting the AutoCAD Inventor 2011 with Excel. The last one determines the involutes' geometry and gives it to Inventor, so it can plot a gear's tooth ready to be used in the Finite Element Analysis. Because several gears will be simulated in this or others papers the program was automated to generate a tooth for any geometry, profile displacement, material and helical angle. The involute plotted is defined in DIN 3960. At last, a simulation of an engagement using FEA was made and we could conclude that the analysis made is correct.

Keywords. Gears, Materials' Stresses

MOTIVAÇÃO

O presente trabalho visa estudar as distribuições de pressão na face do dente e as tensões de pé de dente.

No futuro ele servirá para mais que isso. O trabalho permite o estudo de uma ampla gama de geometrias de dente e materiais de engrenagens, sendo que eles podem ser retos ou helicoidais com ou sem deslocamento de perfil. Posteriormente, se necessário, há como aprimorá-lo para que ele possibilite o estudo de perfis cônicos além dos citados acima. Pretende-se também em simular o efeito de um lubrificante e estudar as novas tensões nos dentes.

Também há como usar o programa desenvolvido, aliado a algum software de elementos finitos, para estudar o efeito da flexo-torção no dente da engrenagem. Esse efeito está explicado no parágrafo abaixo.

Quando um par de eixos encontra-se engrenado e há aplicação de um torque externo em um deles, esse torque será transmitido ao outro eixo através das engrenagens. A força que atuará sobre as engrenagens é proporcional ao torque de entrada. Quanto maior esse torque for, maior será a força que tende a separar os eixos que, por estarem suportados por mancais, irão fletir. Quanto mais longe as engrenagens estiverem dos centros dos eixos, maior será a inclinação que elas sofrerão devido a essa flexão. Tal inclinação é responsável pela alteração do perfil das pressões de contato, que alterarão, também, as tensões no pé do dente. Se as engrenagens estiverem no centro dos eixos tal efeito ainda poderá ser observado, mas será ligeiramente menor. Além disso, as engrenagens sofrerão uma torção, isto é, uma face estará defasada da outra de um certo ângulo. Essa torção, aliada à flexão do eixo e da engrenagem (efeito da flexo-torção) modificará o perfil de pressão na superfície do dente. É importante frisar que quanto maior for a largura do dente, mais pronunciado será esse efeito.

Por ser complexo, este efeito pode ser analisado em um posterior mestrado ou doutorado sendo este trabalho a base inicial da análise.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Algumas propriedades do engrenamento ensaiado.....	27
Tabela 2 - Valores das tensões no pé do dente da coroa no ensaio 1	34
Tabela 3 - Valores das tensões no pé do dente do pinhão no ensaio 1	34
Tabela 4 - Pressões de contato na superfície dos dentes no ensaio 2	38
Tabela 5 - Tensão de pé de dente na coroa no ensaio 2.....	39
Tabela 6 - Tensão de pé de dente no pinhão no ensaio 2	39
Tabela 7 - Tensão máxima no interior das engrenagens no ensaio 2	40
Tabela 8 - Tensões previstas pelos modelos das planilhas	46

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Principais características de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (retirada de Stipkovic (1997)).....	4
Figura 2 - Efeito do deslocamento de perfil na fabricação de uma engrenagem. (retirada de Gemaque (2004)).....	7
Figura 3 - Figura auxiliar à explicação da correção de hélice	9
Figura 4 - Decomposição das forças do engrenamento (Stipkovic, 1997).....	11
Figura 5 - Geometria e pressão máxima para Hertz.....	12
Figura 6 - Geometria para Hertz	14
Figura 7 - Dados de entrada do programa desenvolvido (Parte 1).....	17
Figura 8 - Dados de entrada do programa desenvolvido (Parte 2).....	17
Figura 9 - Planilha do Niemann (Parte 1).....	18
Figura 10 - Planilha do Niemann (Parte 2).....	18
Figura 11 - Planilha do Niemann (Parte 3).....	19
Figura 12 - Planilha do Niemann (Parte 4).....	19
Figura 13 - Planilha do Niemann (Parte 5).....	20
Figura 14 - Planilha do Stipkovic (Parte 1)	20
Figura 15 - Planilha do Stipkovic (Parte 2)	21
Figura 16 - Figuras auxiliares para o método do Niemann (Parte 1)	21

Figura 17 - Figuras auxiliares para o método do Niemann (Parte 2)	22
Figura 18 - Comparação entre a engrenagem do Inventor e gerada pelo programa desenvolvido	23
Figura 19 - Determinação das coordenadas (X,Y) de cada ponto da engrenagem.	25
Figura 20 – Três perfis de dente de engrenagem obtidos com o programa. O primeiro tem um deslocamento de perfil de -0,2, o segundo não possui correção e o terceiro tem deslocamento de perfil de +0,5	27
Figura 21 - Engrenagem utilizada no ensaio do caso 1	29
Figura 22 - Linha que mostra o diâmetro de trabalho da engrenagem.....	30
Figura 23 - Condições de contorno do ensaio 1	30
Figura 24 - Diferença de momento nos elementos do pé do dente (em vermelho) em função do tamanho da malha da linha onde está aplicada a força (em preto) para linhas paralelas ao eixo da engrenagem	31
Figura 25 - Malha utilizada no ensaio 1	32
Figura 26 - Tensão no pé do dente da coroa	33
Figura 27 - Tensão na face do dente em que cores roxas excedem o valor da escala à esquerda.....	33
Figura 28 - Tensão no dente para uma malha grosseira	34
Figura 29 - Engrenagens montadas para o ensaio 2	35
Figura 30 - Condições de contorno do ensaio 2	36
Figura 31 - Região de contato	37

Figura 32 - Adensamento da malha no segundo ensaio	37
Figura 33 - Resultado das pressões de contato	38
Figura 34 - Perfil das tensões no interior das engrenagens.....	39
Figura 35 - Perfil das tensões no interior de uma engrenagem (Zoom)	40
Figura 36 - Gráfico Tabela 2 - Valores das tensões no pé do dente da coroa no ensaio 1.....	41
Figura 37 - Gráfico Tabela 3 - Valores das tensões no pé do dente do pinhão no ensaio 1.....	41
Figura 38 - Gráfico da Tabela 4 - Pressões de contato na superfície dos dentes no ensaio 2.....	42
Figura 39 - Gráfico da Tabela 5 - Tensão de pé de dente na coroa no ensaio 2	42
Figura 40 - Gráfico da Tabela 6 - Tensão de pé de dente no pinhão no ensaio 2	42
Figura 41 - Gráfico da Tabela 7 - Tensão máxima no interior das engrenagens no ensaio 2.....	43
Figura 42 - Perfil "ideal" do efeito de borda.....	43
Figura 43 - Perfil ideal do efeito da flexo-torção.....	44
Figura 44 - Perfil ideal dos dois efeitos juntos.....	44
Figura 45 - Valores esperados dos ensaios para cada um dos métodos estudados	47
Figura 46 - Valores médios dos ensaios por MEF comparados com os valores das planilhas	48

Figura 47 - Valores máximos dos ensaios por MEF comparados com os valores das planilhas	49
Figura 48 - Cálculo da distância de pressão máxima à superfície do dente ...	49
Figura 49 - Comparação de uma análise fotoelástica com o resultado de elementos finitos.....	51
Figura 50 - Parâmetros necessários para criação do dente	66
Figura 51 - Indicação do sentido horário / anti-horário numa engrenagem helicoidal	68
Figura 52 - Localização do comando MACRO no Inventor	68
Figura 53 - Programa que gera o dente da engrenagem	69
Figura 54 - Dente plotado pelo programa.....	69
Figura 55 – Localização do comando Padrão Circular	70
Figura 56 - Comandos a serem executados para revolucionar uma engrenagem (tanto reta quanto helicoidal).....	70
Figura 57 - Engrenagem revolucionada.....	71
Figura 58 - Macro "Corrigir engrenagem para elementos finitos"	72
Figura 59 - Engrenagem pronta para elementos finitos.....	73
Figura 60 - Informativo de problemas	73
Figura 61 - Primeiro erro comum.....	74
Figura 62 - Segundo erro comum.....	75

LISTA DE SÍMBOLOS

b = Largura do dente

d_a = Diâmetro externo (ou da cabeça)

d_g = Diâmetro de base

d_i = Diâmetro de pé do dente

d_p = Diâmetro primitivo

d_Y = Diâmetro qualquer para o qual se deseja calcular a espessura do dente

h = Altura comum do dente

h_f = Altura do pé do dente

h_k = Altura da cabeça do dente

h_z = Altura do dente

i = Relação de transmissão

$\vec{l}_p = \hat{l}_p$ = Vão entre dentes no primitivo

m_n = Módulo

n = Rotação da engrenagem

r_p = Raio primitivo

S_k = Folga da cabeça

$S_Y N$ = Espessura do dente em um diâmetro d_Y

$\vec{s}_p = \hat{s}_p$ = Espessura no primitivo

$\vec{t}_p = \hat{t}_p =$ Passo medido na linha de engrenamento

$z =$ Número de dentes

$\alpha_0 =$ Ângulo de pressão

$a_p =$ Distância entre centros (entre eixos)

$\alpha_t =$ Função de α_0 e de β_0

$\alpha_{yt} =$ Função de α_t , do diâmetro primitivo e de d_Y

$\beta_0 =$ Ângulo de hélice

$\beta_Y =$ Função de β_0 , do diâmetro primitivo e de d_Y

$\varepsilon =$ Grau de recobrimento

$\psi_Y =$ Função do deslocamento de perfil, do ângulo de engrenamento, do número de dentes, do ângulo de hélice, do diâmetro primitivo e de d_Y

$\theta_Y =$ Ângulo do ponto da superfície do dente até o centro em função de d_Y

$\omega =$ Velocidade angular da engrenagem

Agradecimentos

Agradeço

a Deus,
a meus "lindos" pais, Afonso e Marli,
a minhas irmãs, Marina e Livia,
a minha namorada, Daniele,
a meu orientador, Amilton,
a meu professor, Philip,
e a todas as outras pessoas que me ajudaram durante o
decorrer do trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

1.	INTRODUÇÃO.....	1
2.	REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA.....	2
3.	ELABORAÇÃO DAS PLANILHAS DE CÁLCULO DE ENGRENAGENS NO EXCEL.....	16
4.	ELABORAÇÃO DO DENTE DE ENGRENAGEM NO PROGRAMA INVENTOR 2011/2012	22
5.	SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	27
5.1.	Ensaio da tensão no pé do dente.....	29
5.2.	Ensaio da pressão de contato no engrenamento	34
6.	DISCUSSÃO DOS DADOS	41
7.	CONCLUSÕES.....	50
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
	ANEXO A – PROGRAMA DESENVOLVIDO	53
	ANEXO B – TUTORIAL DO PROGRAMA GERENG.....	65
A.	PRÉ-REQUISITOS	65
B.	GERANDO UM DENTE COM O PERFIL EVOLVENTE	65

C.	REVOLUCIONANDO OS DENTES DA ENGRENAGEM	70
D.	FAZENDO O ACABAMENTO DA ENGRENAGEM PARA ELEMENTOS FINITOS.....	71
E.	PROBLEMAS COMUNS.....	73

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo analisar, utilizando o método dos elementos finitos (MEF), a tensão de pé de dente e a pressão de contato de um par de engrenagens durante um engrenamento. Para tanto, será utilizado o programa ANSYS Workbench versão 13, daqui em diante denominado apenas ANSYS. Porém, o programa fornecerá resultados que podem ou não estar corretos. Para validar a análise pelo programa, e concluir que o modelo está correto, os resultados serão comparados a cálculos teóricos de engrenagens definidos por diversos autores e normas.

No intuito de agilizar futuros cálculos de engrenagens para trabalhos subseqüentes, os métodos dos diversos autores serão automatizados em diversas planilhas do software Microsoft Excel, daqui em diante denominado apenas Excel.

Outro ponto que deve ser ressaltado é o fato de que não há softwares que forneçam um desenho 3D de uma engrenagem com o perfil da evolvente corretamente desenhado. Este consiste em outro principal foco deste trabalho. Para fazer a análise correta do dentado, desenvolveu-se um programa que estabelece uma conexão entre os softwares: Excel e AutoCAD Inventor 2011, daqui em diante denominado apenas Inventor. Com essa Macro, digitam-se os parâmetros do engrenamento no Excel e iniciando o comando no Inventor, a engrenagem é plotada em 3D. Um tutorial de como se utiliza o programa está no Anexo B.

O objetivo deste trabalho é adquirir confiança no método de elementos finitos e no modelo utilizado para fazê-lo para poder, então, estudar efeitos mais importantes como o da flexo-torção do dente da engrenagem ou o efeito do lubrificante no engrenamento.

Para a indústria essa análise também é válida, pois pode ratificar resultados pré-calculados com outros programas ou então retificá-los.

2. REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA

Será elaborada agora uma breve revisão bibliográfica com o objetivo de elucidar ao leitor os principais parâmetros de um engrenamento.

Para iniciar a apresentação, define-se a relação de transmissão de um engrenamento na Eq. (1):

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1)$$

Em que:

i - relação de transmissão da engrenagem;

ω_i - velocidade angular da engrenagem " i " em rad/s ;

z_i - número de dentes;

r_i - raio primitivo em mm .

O índice 1 denota a engrenagem de menor diâmetro e o índice 2 denota a de maior. Isso, porque a relação de transmissão é convencionalizada para ser sempre maior ou igual a um, ou seja, $i \geq 1$.

Essa equação mostra que para um dado engrenamento, a relação de velocidades angulares é fixa, pois o i é sempre o mesmo, ou seja, mantida a velocidade angular de entrada fixada, a velocidade de saída será constante. Isso é muito importante, pois, teoricamente, não há um surgimento de vibrações inerentes ao mecanismo de transmissão de movimento como há em um eixo cardã, por exemplo.

Ela também mostra que quanto maior for a velocidade angular da engrenagem, menor será seu raio, e vice-versa. Para um redutor, a entrada se dá pelo eixo da engrenagem menor (maior rotação) e a saída ocorre pelo eixo da engrenagem maior (menor rotação). Para um multiplicador ocorre o contrário, ou seja, a entrada

se dá pela maior engrenagem e a saída pela menor. Cada qual possui suas aplicações típicas, sendo mais comum, na prática, encontrar redutores.

Os redutores são mais utilizados em aplicações que:

- necessitem de grande torque, como em um carro em aceleração ou em um terno de moenda de usina de açúcar;
- necessitem diminuir a sua rotação, seja pouco como na geração de energia elétrica através de uma turbina a vapor (geralmente a redução é de 4000 para 1800 rpm com $i = 2,2$), seja muito como em um difusor de usina de açúcar (a redução ocorre de aproximadamente 1180 rpm para 0,4 rpm com $i = 3000$).

Os multiplicadores, por sua vez, possuem funções mais específicas, em que o aumento da velocidade traz algum benefício. São utilizados em aplicações que:

- necessitem aumentar a sua rotação, como em uma pequena central hidroelétrica (geralmente o aumento vai de 300 rpm para 1200 rpm). O benefício trazido é a diminuição do tamanho do gerador, diminuindo tanto o seu custo, quanto o custo das obras civis.

A Fig. (1) (Stipkovic, 1997) mostra as principais características geométricas das engrenagem cilíndricas de dentes retos. Serão discutidas também as equações que relacionam tais características entre si.

Uma das principais relações geométricas de uma engrenagem é:

$$z * t_p = \pi * d_p \quad (2)$$

Onde:

t_p - passo da engrenagem medido em *mm*.

d_p - diâmetro primitivo da engrenagem também em *mm*.

O passo de uma engrenagem é a distância entre dois pontos equivalentes, como entre dois vales, medida sobre a circunferência primitiva.

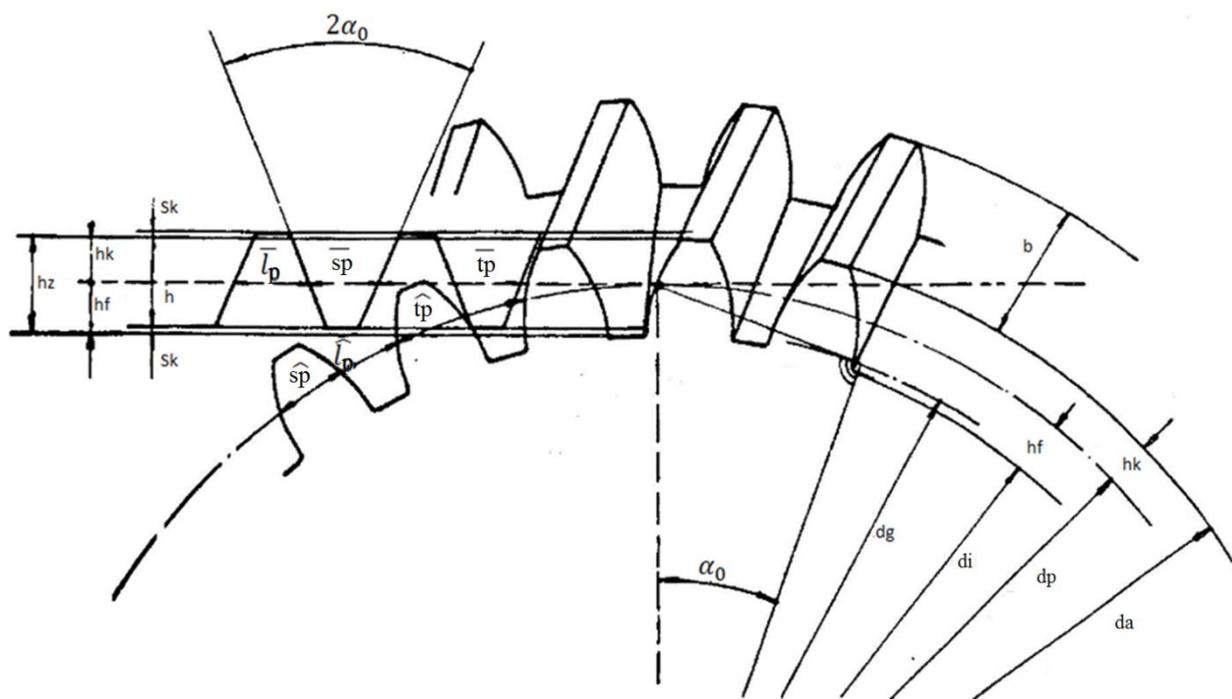


Figura 1 - Principais características de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (retirada de Stipkovic (1997))

A Eq. (2) iguala o perímetro do círculo primitivo com ele mesmo mudando apenas as variáveis da fórmula. Define-se, também, a variável “módulo” (m_n na Eq. (3), medido em mm), de tal forma que:

$$m_n = \frac{t_p}{\pi} \quad (3)$$

Dessa forma, a equação perde o π , ficando mais fácil de ser manipulada e calculada (Eq. (4)). Logo:

$$m_n * z = d_p \quad (4)$$

Outras fórmulas que envolvem os parâmetros da Fig. (1) acima são:

$$s_p = l_p = \frac{t_p}{2} = \frac{\pi * m_n}{2} \quad (5)$$

$$a_p = r_{p1} + r_{p2} = \frac{d_{p1} + d_{p2}}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} * m_n = \frac{1+i}{2} * z_1 * m_n \quad (6)$$

$$h = 2 * m_n; \quad h_k = m_n; \quad h_f = 1,2 * m_n; \quad h_z = h_k + h_f = 2,2 * m_n \quad (7 \text{ a } 10)$$

$$d_a = d_p + 2 * h_k; \quad d_i = d_p - 2 * h_f \quad (11 \text{ e } 12)$$

$$d_g = d_p * \cos(\alpha_0) \quad (13)$$

Note que essas equações são válidas para engrenagens cilíndricas de dente reto (que é a que está apresentada na Fig. (1))

Nas fórmulas acima:

s_p - espessura do dente no círculo primitivo da engrenagem medida em mm ;

l_p - tamanho do vão entre dentes no círculo primitivo medido em mm ;

a_p - distância entre eixos medida em mm ;

r_p - raio primitivo medido em mm ;

h - altura comum dos dentes das duas engrenagens em mm ;

h_k - altura da cabeça do dente em mm ;

h_f - altura do pé do dente em mm ;

h_z - altura total do dente em mm ;

d_a - diâmetro externo (ou de cabeça de dente) medido em mm ;

d_i - diâmetro do pé do dente medido em mm ;

d_p - diâmetro primitivo medido em mm ;

d_g - diâmetro de base medido em mm ;

α_0 - ângulo de pressão medido em graus.

Vale ressaltar também, que, na figura, há dois tipos de ênfases: " $\hat{}$ " e " $\bar{}$ ". A ênfase " $\hat{}$ " é usada para dizer que aquela medida é a da engrenagem e " $\bar{}$ " é utilizada para demonstrar que aquele símbolo pertence à ferramenta. O seu valor absoluto é o mesmo, por isso nas equações não se utilizou uma ou outra.

Essas equações (de 1 a 13) definem as principais variáveis de uma engrenagem. Algumas merecem uma maior atenção. As Eqs. de 7 e 10 definem o vários tamanhos característicos do dente. Esses valores podem ser alterados, conforme a aplicação/ferramenta. O valor da altura do pé do dente, por exemplo, vale, pela fórmula acima, 1,2 vezes o módulo, mas esse valor varia, geralmente, entre 1,1 e 1,5. A Eq. (5) também necessita de atenção, pois a largura do dente é igual ao vão apenas quando se admite folga de flanco nula e deslocamento de perfil nulo (ver definição do deslocamento de perfil abaixo).

A circunferência de base, cujo diâmetro é definido pela Eq. (13), é a circunferência da qual se inicia a evolvente. Note que dependendo das características da engrenagem, a circunferência de base pode ser menor, igual ou maior que a circunferência de pé de dente.

O módulo das engrenagens é padronizado, assim como o ângulo de contato. No entanto, o último tende a variar muito menos que o primeiro. Geralmente o ângulo de contato vale 20° . O módulo, por sua vez, varia em uma gama enorme de valores que vão desde 0,3 mm até 75 mm. Para que haja um engrenamento correto, porém, ambas as engrenagens devem ter o mesmo ângulo de contato e o mesmo módulo.

Outro parâmetro importantíssimo para uma engrenagem é o deslocamento de perfil " x ". Esse deslocamento é utilizado para:

- evitar o efeito de interferência quando o número de dentes é reduzido, ou seja, diminui o número mínimo de dentes;
- evitar o engripamento dos dentes;

- aumentar a capacidade de carga do conjunto;
- ajustar uma distância entre eixos que seria inalcançável mudando apenas módulo e número de dentes;

Para fazer esse deslocamento de perfil, basta aumentar/diminuir a distância da ferramenta em relação à engrenagem. Esse efeito pode ser mais bem visualizado na Fig. (2) abaixo:

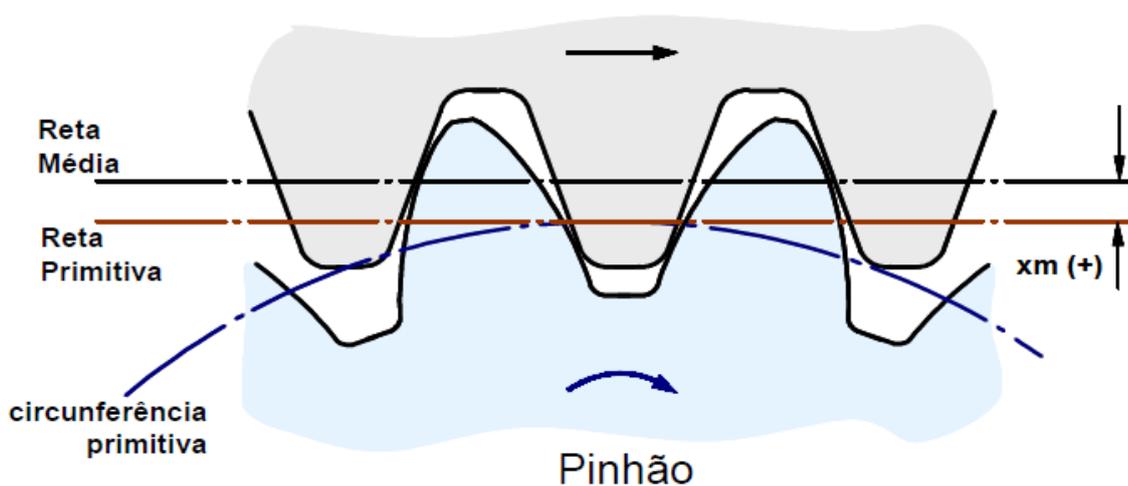


Figura 2 - Efeito do deslocamento de perfil na fabricação de uma engrenagem. (retirada de Gemaque (2004))

Nesta figura, a reta primitiva é uma reta que tangencia o círculo primitivo da engrenagem (este não se altera com o deslocamento de perfil), e a reta média é a reta do "círculo primitivo" da ferramenta. Como a ferramenta é uma cremalheira, o diâmetro desse "círculo" é infinito e ele se torna uma reta. Ao se deslocar essa reta, a geometria do dente muda, apesar de a evolvente se manter a mesma (não se alteram o círculo de base, o módulo da engrenagem e nem o número de dentes). Exemplos desses dentes modificados podem ser vistos no fim do presente trabalho. Conforme mostrado, um deslocamento positivo é obtido aumentando a distância da ferramenta em relação à engrenagem, e um deslocamento negativo é obtido diminuindo essa distância.

Uma outra parte da Revisão Bibliográfica consiste na leitura de papers sobre engrenagens. Foi feita uma pré-leitura de 92 papers, 67 patentes e aplicações de patentes e 35 livros, dissertações, teses e catálogos de empresas. Após essa leitura, elaborou-se uma planilha em Excel onde cada um desses documentos foi classificado segundo assuntos pré-determinados, sendo eles: aquecimento, contato entre engrenagens (tensões de Hertz), desgaste de engrenagens, deslizamento específico, fadiga, análises através de elementos finitos, flexão do eixo/engrenagem, flexão no pé do dente, geração de novos perfis, grau de recobrimento, lubrificação, normas, modificação de perfil, planetários, qualidade da superfície, redutores navais, ruído, vibração, desalinhamento de eixo e correção do dente na fabricação.

Dessa forma fica mais fácil encontrar referências bibliográficas para assuntos específicos quando for necessário, além de dar uma noção de o que está sendo pesquisado no momento. Com isso, utilizou-se os filtros do Excel, e foram lidos os papers referentes a "contato entre engrenagens (tensões de Hertz)", "flexão no pé do dente" e "análises através de elementos finitos".

Esses papers não são focados explicitamente na análise da tensão nos dentes, mas sim em assuntos decorrentes, como "Determinação da vida de uma engrenagem através de um modelo computacional" abordado por Glodez, et al. (2002), "Análise de impacto em um engrenamento através de elementos finitos" abordado por Lin, et al. (2006) ou "Análise das tensões de contato no dente para redução do desgaste", abordado por Mao (2006). Porém, apesar de não ser o foco, esses papers abordam o assunto superficialmente e podem ser utilizados para se ter uma base de análises por MEF.

É importante também dar uma breve explicação de o que é a correção helicoidal em uma engrenagem. Como será visto nos resultados, como o torque é aplicado apenas em um lado da engrenagem, há ali uma concentração de tensão. O que se faz é usinar o dente para que, com a carga aplicada, o contato seja pleno. A Fig. (3) mostra esse efeito. Primeiramente, o perfil, paralelo com o eixo da engrenagem, está descarregado (a). Posteriormente é aplicado um momento na engrenagem, pelo lado esquerdo, e há uma deformação mostrada em (b) que será o

perfil de trabalho da engrenagem. Porém, se o perfil inicial do dente fosse o mostrado em (c), com a carga aplicada o estado final seria o mostrado em (d), que é o perfil de trabalho ideal, pois diminui muito a concentração de tensão no dente.

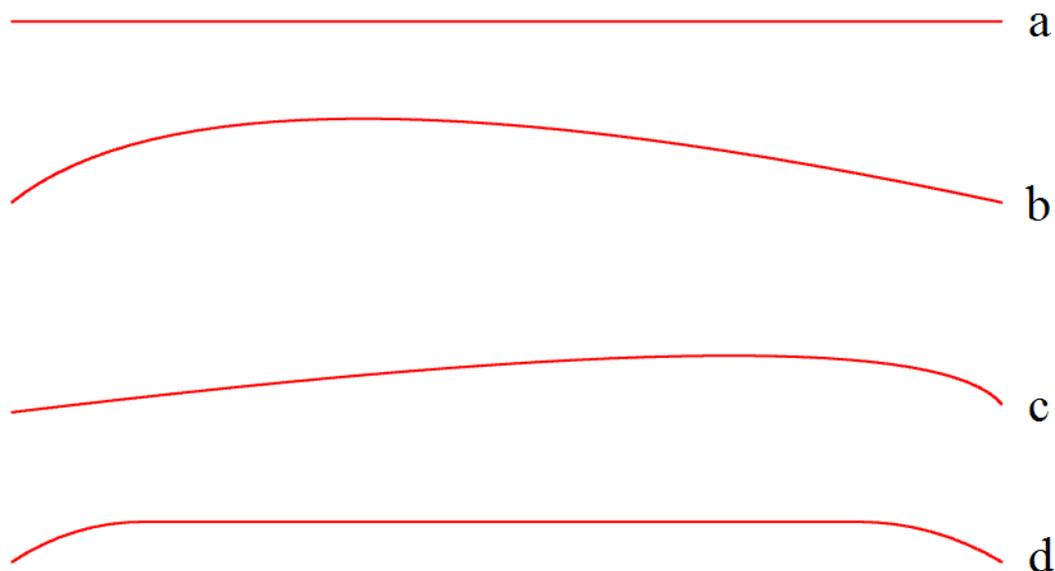


Figura 3 - Figura auxiliar à explicação da correção de hélice

Este efeito será visualizado nos resultados deste trabalho. Porém, um estudo mais aprofundado é um tema de mestrado ou doutorado.

Outro ponto importante a ser deduzido brevemente é a decomposição das forças de engrenamento em uma engrenagem helicoidal (para fazer a decomposição em uma engrenagem de dentes retos, basta considerar o ângulo de hélice nulo). O momento aplicado em uma engrenagem é transmitido à outra através da força tangencial. As outras forças, axial e radial, surgem devido à geometria do contato. A Fig. (4) abaixo mostra melhor essa decomposição. Sabe-se, da afirmação anterior, que:

$$\text{Torque} = P_u * \frac{d_0}{2} \quad (14)$$

E, através da Fig. (4), vêm:

$$P_R = \frac{P_u \tan(\alpha_0)}{\cos(\beta_0)} \quad (15)$$

$$P_a = P_u \tan(\beta_0) \quad (16)$$

$$P_N = \sqrt{P_u^2 + P_a^2 + P_R^2} \quad (17)$$

Onde:

Torque = torque aplicado à engrenagem medido em N mm;

P_u = Força tangencial transmitida pelo engrenamento medida em N;

P_R = Força radial transmitida pelo engrenamento medida em N;

P_a = Força axial transmitida pelo engrenamento medida em N;

P_N = Força normal atuante no dente medida em N.

Essas forças serão as utilizadas para fazer um dos ensaios, no Capítulo 5.

A parte final da revisão bibliográfica é a dedução da análise de contatos não conformes segundo Hertz. Uma análise mais aprofundada pode ser estudada em Norton (2000) ou em Shigley (2006).

Primeiramente, um contato não conforme, a grosso modo, é aquele contato que idealmente não ocorre em um plano, mas em uma reta ou um ponto. A palavra "idealmente" remonta à idéia de que duas esferas pressionadas uma contra a outra, sofrerão deformação e a região de contato real será um plano, porém, idealmente (sem deformações) a região é um ponto.

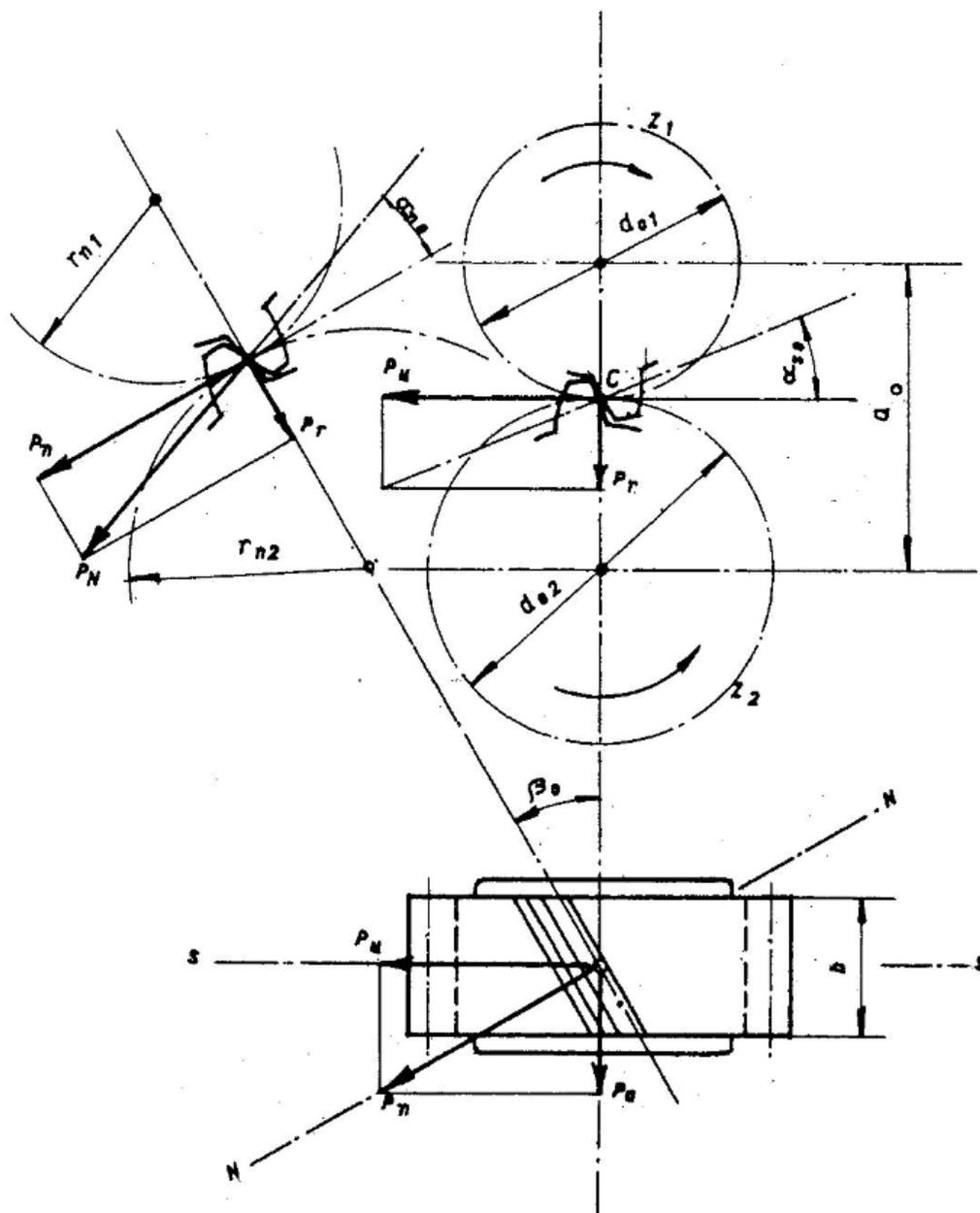


Figura 4 - Decomposição das forças do engrenamento (Stipkovic, 1997)

A análise elaborada por Hertz, calcula a pressão de contato entre dois cilindros (de raios quaisquer, iguais ou diferentes) e qual que é a largura dessa zona de contato. Uma análise mais profunda pode fornecer as tensões abaixo da superfície, bem como seu valor máximo e a sua posição.

A Fig. (5) abaixo mostra como varia o valor da pressão na região de contato.

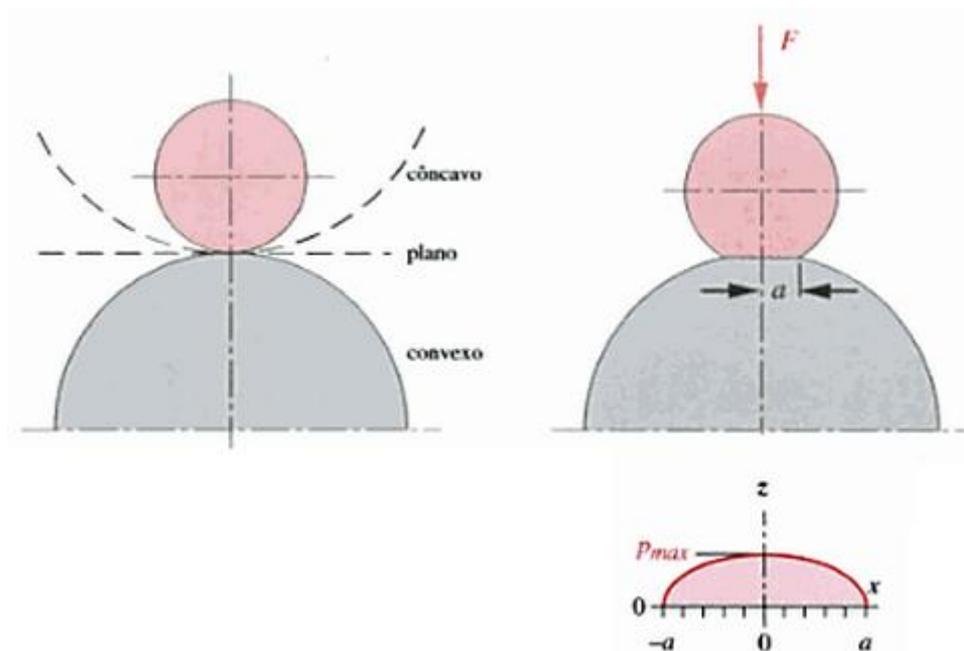


Figura 5 - Geometria e pressão máxima para Hertz

A pressão máxima está descrita na eq. (18):

$$p_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{2F\left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}\right)}{b\pi\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}} \quad (18)$$

O valor de meia largura de contato está na eq. (19):

$$a = \sqrt{\frac{2F\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}\right)b\pi}} \quad (19)$$

$p_{m\acute{a}x}$ = máxima pressão de contato medida em MPa;

F = força de compressão nos cilindros medida em N;

D_i = diâmetro do cilindro i medido em mm;

b = comprimento dos cilindros medido em mm;

ν_i = coeficiente de Poisson do material do cilindro i;

E_i = Módulo de elasticidade do cilindro i medido em MPa;

a = meia largura da região de contato medida em mm.

Adotando a hipótese de que, nas proximidades do contato, o perfil do dente de uma engrenagem pode ser considerado como um cilindro, deve-se calcular o raio "instantâneo" para alimentar as equações de Hertz.

Para tanto, deve-se explorar superficialmente o perfil da evolvente de círculo. Tal perfil é gerado por um ponto de uma reta que rola sem deslizamento sobre uma circunferência, de acordo com Oliveira (1961). Para mais informações, favor consultar a bibliografia. Porém, pode-se determinar o raio "instantâneo" (R na Fig. (6)) da evolvente sabendo-se o raio de base e o raio de trabalho do engrenamento. Esses parâmetros estão melhores mostrados na Fig. (6).

$$r_b = r_p * \cos(\alpha_0) \quad (20)$$

r_b = raio de base medido em mm;

r = raio de trabalho do engrenamento (é o raio pelo qual estão sendo transmitidas as forças das engrenagens) medido em mm.

De acordo com a figura, temos:

$$\frac{R}{r_b} = \tan(\alpha_0) \quad (21)$$

$$\frac{r_b}{r} = \cos(\alpha_0) \quad (22)$$

$$R = r_b \tan\left(\arccos\left(\frac{r_b}{r}\right)\right) \quad (23)$$

R = raio de entrada dos cálculos de Hertz medido em mm.

Com isso, pode-se calcular as pressões máximas no contato.

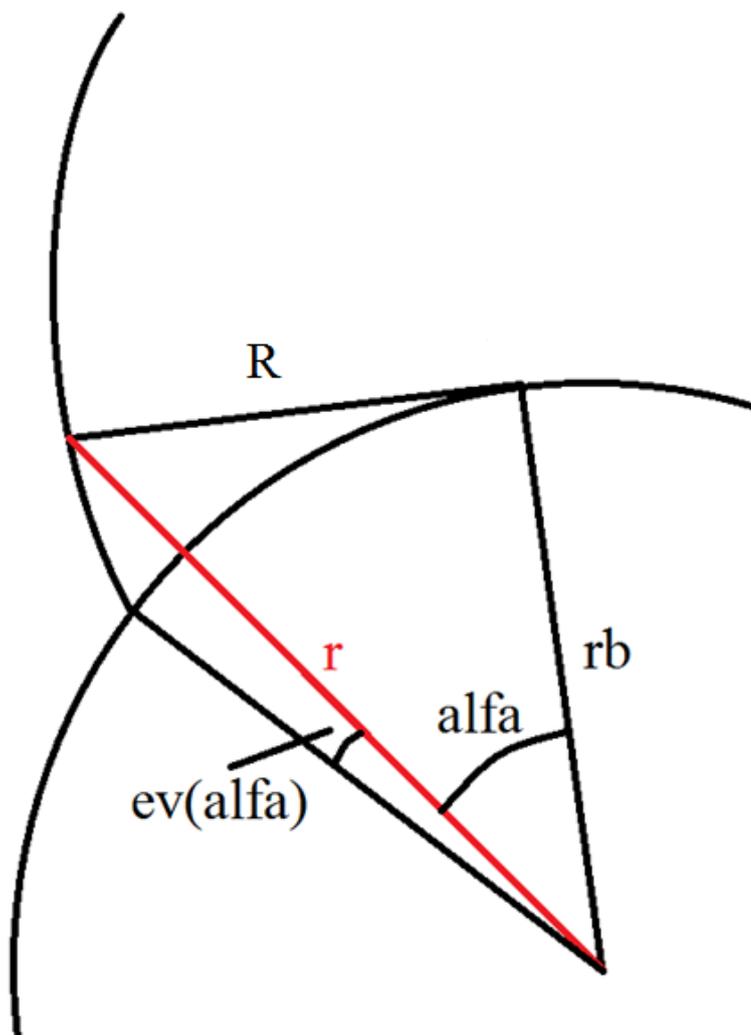


Figura 6 - Geometria para Hertz

Porém, no fim do trabalho, também serão analisadas as tensões abaixo da superfície do dente. Para tanto, precisa-se deduzir a equação da tensão máxima em função da profundidade do dente.

De acordo com Von Mises, temos:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}$$

24

Sendo que:

$$\sigma_1 = -p_{m\acute{a}x} \left(\frac{1+2\left(\frac{z}{a}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}} - 2 \left| \frac{z}{a} \right| \right) \quad (25)$$

$$\sigma_2 = -2\nu p_{m\acute{a}x} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2} - \left| \frac{z}{a} \right| \right) \quad (26)$$

$$\sigma_3 = -\frac{p_{m\acute{a}x}}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}} \quad (27)$$

Onde:

z = profundidade onde se quer calcular a tens\~ao m\~axima medida em mm.

$\sigma_{m\acute{a}x}$ = tens\~ao m\~axima em um ponto a uma dist\~ancia z da superf\~icie medida em MPa.

Note que a equa\~cao da tens\~ao m\~axima depende de tr\~es par\~ametros: da meia largura do contato, da profundidade desejada e do coeficiente de Poisson. Como ficaria muito dif\~icil isolar o par\~ametro z para encontrar o seu valor que maximize a tens\~ao, adotou-se um coeficiente de Poisson = 0,3 (utilizado na literatura e no material ensaiado) e calculou-se ponto a ponto a tens\~ao m\~axima em fun\~cao da posi\~cao. Assim, encontrou-se a posi\~cao e o valor da tens\~ao m\~axima em fun\~cao da press\~ao m\~axima e do valor da meia largura do engrenamento. Dessa forma, tem-se que:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 0,57p_{m\acute{a}x} \quad (28)$$

$$z_{\sigma_{m\acute{a}x}} = 0,7a \quad (29)$$

Esses resultados ser\~ao utilizados posteriormente no Capitulo 6.

3. ELABORAÇÃO DAS PLANILHAS DE CÁLCULO DE ENGRENAGENS NO EXCEL

Foi realizado um estudo em cinco livros: Tese de livre-docência de Marco Stipkovic Filho (Stipkovic, 1997), no livro sobre engrenagens do mesmo autor (Stipkovic, 1978), no livro de Elemento de Máquinas (volume II) do Niemann (Niemann, 2002), no livro do Nelson Campos Gil de Oliveira (Oliveira, 1961) e no livro do Buckingham (Buckingham, 1949).

Fazendo um breve resumo dos métodos, vê-se que para a análise das pressões de contato, a grande maioria dos métodos partem dos cálculos de Hertz brevemente explicados acima. Com base nesses cálculos, cada autor faz suas considerações e correções da fórmula e no fim, os valores calculados são ligeiramente distintos entre si.

Para a análise de tensão de pé de dente, os métodos partem do triângulo de Lewis, em que a força é idealmente aplicada na cabeça do dente e a tensão gerada é transferida para o pé deste.

Exemplos de dados de entrada são: Módulo, número de dentes do pinhão, número de dentes da coroa, potência, rotação do pinhão, relação de transmissão, propriedades dos materiais das engrenagens, entre outros. Exemplos de dados de saída são: pressão de contato, tensão de pé de dente, coeficiente de segurança, entre outras.

As figuras de 7 a 17 abaixo mostram algumas imagens do software desenvolvido. Os valores são meramente ilustrativos e não correspondem a engrenagens reais.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	QUAL PLANILHA PRECISA DESSES											O usuário preenche	
2	DADOS COMO ENTRADA?											O usuário escolhe uma opção	
3													
4	Stipkovic	Niemann	Poli	Gil					Dados de entrada	Símbolo	Unidades	Valor	Valores comuns
5	X	X	X						Relação de transmissão	i	-	1,1	
6	X	X	X						Rotação do pinhão	np	rpm	858	
7	X	X	X						Módulo (frontal se $\beta_0 \neq 0$)	m	mm	2,75	
8	X	X	X	X					Ângulo de engrenamento de fabricação	α_0	Graus	20	20
9				X					Ângulo de engrenamento de funcionamento	α	Graus	20	20
10	X	X							Ângulo de hélice	β_0	Graus	23	O máximo é 45
11	X	X							Número de dentes do pinhão	zp	-	30	O mínimo é 14
12	X								Concavidade (1=convexo, 0=concavo)	-	-	1	1
13		X	X						Distância entre eixos	a	mm	95	94,10596769
14	X	X	X						Torque no pinhão (kgf*m)	**	**	24,2	
15									Informações do material (por enquanto são entrada, depois serão automatizadas)				
16	X		X						Módulo de elasticidade (pinhão)	E1	GPa	210	
17	X		X						Módulo de elasticidade (coroa)	E2	GPa	210	
18	X		X						Coefficiente de Poisson (pinhão)	ni1	-	0,3	
19	X		X						Coefficiente de Poisson (coroa)	ni2	-	0,3	
20	X		X						Tensão de escoamento (pinhão)	sigmae1	MPa	700	
21	X		X						Tensão de escoamento (coroa)	sigmae2	MPa	700	
22	X								Sigma admissível (à fadiga)	sigmaadm	kg/cm ²	200	
23	X		X						Dureza (pinhão)	HBp	kg/mm ²	400	
24	X		X						Dureza (coroa)	HBC	kg/mm ²	400	

Figura 7 - Dados de entrada do programa desenvolvido (Parte 1)

25	X								Fator de carga	e	-	Muito uso e carga máxima continuamente	
26	X								Há engrenagens em balanço (1=sim, 0=não)	-	-	0	0
27	X								Duração em horas de funcionamento	h	h	1000	
28		X							Largura do dente	b	mm	17,5	
29		X							Coefficiente de segurança	CS	-	1,25	Obrigatoriamente maior que:
30		X							Diâmetro externo (pinhão)	dk1	mm	96,28	96,45117255 90,47619048
31		X							Diâmetro externo (coroa)	dk2	mm	104,775	105,4987916 99,52380952
32		X							Qualidade DIN3962 (entrada da tabela 22.12)	Qualid.	-	6	Valor entre 6
33		X							Material (pinhão)	Número	-	19	Aço cementado 16 MnCr 5
34		X							Material (coroa)	Número	-	19	Aço cementado 16 MnCr 5
35													
36													
37		X							Condição do engrenamento	-	-	Engrenagens cilíndricas apoiadas nos dois lados	
38		X							CT é linear ou parabólico?	-	-	parabólico	parabólico
39		X							Tipo de contato do par engrenado	-	-	aço/aço	
40		X							Dureza do material (coloque 0 se for consider a da tabela)	H	dureza Brinell	650	
41		X							Módulo de Elast. do mat. mais fraco (se não estiver na lista, Egfraco)	kgf/mm ²		0	
42		X							Será considerada a correção de perfil? Qual?	-	-	Engrenamento zero, tipo V	
43		X							Correção de perfil (total)	x1+x2	-	0,335	(Se escolher a norma DIN 3 992, não preencha esse campo)
44		X							Correção de perfil (pinhão)	x1	-	0,21	
45		X							Correção devido ao lubrificante. Colocar 1 a menos que estiver usando um exemplo do Nieman			0,75	Padrão de Óleo ISO VG
46		X							Clique no link abaixo e preencha todos os quatro quadros. Eles são necessários para se utilizar o método do Niemann				
47		X							FIGURAS AQUI				
48			X						Correção	-	-	DIN 870	
49			X						Se customizado : x1	x1	-	14241241241	
50			X						x2	x2	-	98723549358	

Figura 8 - Dados de entrada do programa desenvolvido (Parte 2)

	A	B	C	D
1	Dados de entrada	Símbolo	Unidades	Valor
2	Potência	N1	kW	21,3087
3	Potência	N1	CV	29,0
4	Rotação do pinhão	n1	rpm	858
5	Módulo na seção normal	mn	mm	2,75
6	Largura da engrenagem	b	mm	17,5
7	Número de dentes do pinhão	z1	-	30
8	Distância entre eixos	a	mm	95
9	Relação de transmissão	i	-	1,1
10	Diâmetro da circ. de cabeça (pinhão)	dk1	mm	96,28
11	Diâmetro da circ. de cabeça (coroa)	dk2	mm	104,775
12	Ângulo de hélice	beta0	radianos	0,401425728
13	Ângulo de hélice	beta0	graus	23
14	Qualidade DIN3962 (entrada da tabela)	Qualid.	-	6
15	Material (pinhão)	Número	-	17
16	Material (coroa)	Número	-	17
17	Cz	Cz	-	1
18	Dureza do material (coloque 0 se for o H	dureza Bri	-	650
19	Módulo de Elast. do mat. mais fraco (s	Egfraco	kgf/mm^2	0
20	Recobrimento pinhão	e1	-	0,74447467
21	Recobrimento coroa	e2	-	0,687105824
22				
23	Coefficiente de segurança	CS	-	1,25

Figura 9 - Planilha do Niemann (Parte 1)

	E	F	G	H	I	J	K
2							
3			Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor	
4			Momento no pinhão	M1	m*kgf	24,2	
5			Velocidade tangencial no primitivo	v	m/s	4,06	1
6			Carga nominal	B	kgf/mm^2	0,338	
7			Diâmetro da circ. de rolamento (pinhão)	db1	mm	90,476	82,5
8			Diâmetro da circ. de rolamento (coroa)	db2	mm	99,524	90,75
9			Número de dentes da coroa	z2	-	33	
10			Beta g	betag	radianos	0,376	21,54101
11			Beta b	betab	radianos	0,405	23,19549
12			Alfa b	alfab	radianos	0,400	22,89903
13			ge	ge	-	1,4	
14			gR	gR	-	1	
15			Linha da tabela de qualidade	-	-	7	
16			gk	gk	-	0	
17			Cz	Cz	-	1	
18			T	T	-	0,078	
19			Força tangencial nominal na circ de rolamento	U	kgf	534,733	
20			mb			3,015873016	
21			Alfa k1	alfak1	radianos	0,524	30,04161
22			Alfa k2	alfak2	radianos	0,505	
23		Erro do dente	Erro de passo do engrenamento	fe	micro	8,135	23,37998
24			Erro da forma dos flancos	ff	micro		
25			Passo do rolamento intermitente	fi linha	micro		
26			Erro máximo	f	micro	8,135	
27			Erro da dir. dos flancos, após o amac. com carga	fR	micro	4,183	
28			Erro da dir. dos flancos, após o amac. com carga	fRw	micro	3,137	
29		Erro do rolamento	Partes do recobrimento do perfil na seção normal	e1n	-	0,860	
30			Recobrimento do perfil na seção normal	en	-	1,655	
31			Recobrimento do perfil na seção frontal	ef	-	1,422	

Figura 10 - Planilha do Niemann (Parte 2)

	E	F	G	H	I	J	
29		Recobrimento	Partes do recobrimento do perfil na seção normal	e1n	-	0,860	
30			Recobrimento do perfil na seção normal	en	-	1,655	
31			Recobrimento do perfil na seção frontal	e	-	1,432	
32				e1w	-	0,832	
33				ew	-	1,600	
34				esp	-	0,791	
35		Seção frontal	Ângulo de engrenamento frontal	alfa0	radianos	0,377	
36			módulo frontal	m	mm	2,987	
37			diâmetro da circ. primitiva (pinhão)	d01	mm	89,625	
38			diâmetro da circ. primitiva (coroa)	d02	mm	98,587	
39			Altura da cabeça do dente (pinhão)	hk1	mm	2,902	
40			Altura da cabeça do dente (coroa)	hk2	mm	2,626	
41		Seção normal	Ângulo de engrenamento normal	alfa0n	radianos	0,349	
42				x1	mm	0,210	
43				x2	mm	-0,210	
44				z1n	-	37,669	
45				z2n	-	41,436	
46				alfabn	radianos	0,370	
47		Coeficiente de carga		Bw	kgf/mm ²	0,459	
48					CD	-	1,057
49					CT	-	1,019
50					Cbeta	-	1,01
51					u	kgf/mm	31
52					udin	kgf/mm	3,9
53		s utilizados rmente		qw1	-	1,57	
54					qw2	-	1,64
55					qk1	-	2,3
56					qk2	-	2,35
57					qe1	-	0,681
58					qe2	-	0,700

Figura 11 - Planilha do Niemann (Parte 3)

53	Coeficientes utilizados posteriormente		qw1	-	1,57	
54			qw2	-	1,64	
55			qk1	-	2,3	
56			qk2	-	2,35	
57			qe1	-	0,681	
58			qe2	-	0,700	
59			yw1	-	2,60	
60			yw2	-	2,41	
61			yC	-	2,96	
62			ybeta	-	0,813	
63		ye	-	0,928		
64	Coeficientes de segurança e vida à plena carga		SB1	-	1,944	
65			SB2	-	1,853	
66			SG1	-	1,355	
67			SG2	-	1,460	
68			Vida em horas	Lh1	h	Infinito
69			Vida em horas	Lh2	h	Infinito

Figura 12 - Planilha do Niemann (Parte 4)

MATERIAL			
Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor
	SigmaD1	kgf/mm ²	42
	Sigma01	kgf/mm ²	42
	SigmaD2	kgf/mm ²	42
	Sigma02	kgf/mm ²	42
	HB1	kgf/mm ²	650
	HB2	kgf/mm ²	650
	kD1	kgf/mm ²	3,09
	kD2	kgf/mm ²	3,09
	yG	-	1
	yH	-	1
	ys	-	0,75
	yv	-	0,82
	k01	kgf/mm ²	5
	k02	kgf/mm ²	5

Figura 13 - Planilha do Niemann (Parte 5)

	A	B	C	D	F	G	H	I
1	Dados gerais							
2	Ângulo de engrenamento normal	an0	rad	0,34906585				
3	Ângulo de engrenamento fontal	as0	rad	0,376537038	Avanço do dente	S	mm	9,66315831
4	Módulo frontal	ms	mm	2,987491038				
5	Módulo normal	mn	mm	2,75				
6								
7	Valores de parâmetros geométricos do PINHÃO				Valores de parâmetros geométricos da COROA			
8	Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor	Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor
9	Passo frontal	t0s	mm	9,385	Passo frontal	t0s	mm	9,385
10	Passo normal	t0n	mm	8,639	Passo normal	t0n	mm	8,639
11	Espessura no primitivo frontal	s0s	mm	4,693	Espessura no primitivo frontal	s0s	mm	4,693
12	Espessura no primitivo normal	s0n	mm	4,320	Espessura no primitivo normal	s0n	mm	4,320
13	Vão entre dentes no primitivo frontal	l0s	mm	4,693	Vão entre dentes no primitivo frontal	l0s	mm	4,693
14	Vão entre dentes no primitivo normal	l0n	mm	4,320	Vão entre dentes no primitivo normal	l0n	mm	4,320
15	Altura comum do dente	h	mm	5,5	Altura comum do dente	h	mm	5,5
16	Altura da cabeça do dente	hk	mm	2,75	Altura da cabeça do dente	hk	mm	2,75
17	Altura do pé do dente	hf	mm	3,3	Altura do pé do dente	hf	mm	3,3
18	Altura do dente	hz	mm	6,05	Altura do dente	hz	mm	6,05
19	Folga da cabeça	Sk	mm	0,55	Folga da cabeça	Sk	mm	0,55
20	Passo medido na linha de eng.	te	mm	8,819	Passo medido na linha de eng.	te	mm	8,819
21	Número de dentes (inteiro)	z	-	30	Número de dentes (inteiro)	zc	-	33
22	Número de dentes imaginário	zn	-	38,46298687	Número de dentes imaginário	zcn	-	35,8498925
23	Diâmetro primitivo	d0	mm	89,62473114	Diâmetro primitivo	d0c	mm	98,5872042
24	Diâmetro externo	dk	mm	95,12473114	Diâmetro externo	dkc	mm	104,087204
25	Diâmetro do pé do dente	df	mm	83,02473114	Diâmetro do pé do dente	dfc	mm	91,9872042
26	Diâmetro de base	dg	mm	83,346	Diâmetro de base	dgc	mm	91,681
27	Largura do dente	b	mm	22,765	Largura do dente	bc	mm	22,765
28								
29								
30	Distância entre eixos	a	mm	94,106				
31	Grau de recobrimento e	e	-	1,485258059				
32	Grau de recobrimento es	es	-	1,029585957				
33	Grau de recobrimento total eg	eg	-	2,514844017				
34								

Figura 14 - Planilha do Stipkovic (Parte 1)

L	M	N	O
Parte de contas			
Critério de Pressão de Contato			
Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor
Menor pressão	pmax	kgf/cm ²	10110,17783
Correção concavidade	fi	-	1,909
Torque no pinhão	Mt1	kgf*mm	24200,000
Fator [f]	f	(kgf/cm ²) ^{0,5}	1527,608
B1*dp1 ²	-	mm ³	182861,761
Pré-largura do dente	b	mm	22,76497436
Parte de contas			
Critério de Pressão de Pé de Dente			
Dados de saída	Símbolo	Unidades	Valor
Esforço tangencial	Pu	N	540,029514
Fator q	q	-	3,07
Sigma máximo pé de dente	sigmax	MPa	24,41216718

Figura 15 - Planilha do Stipkovic (Parte 2)

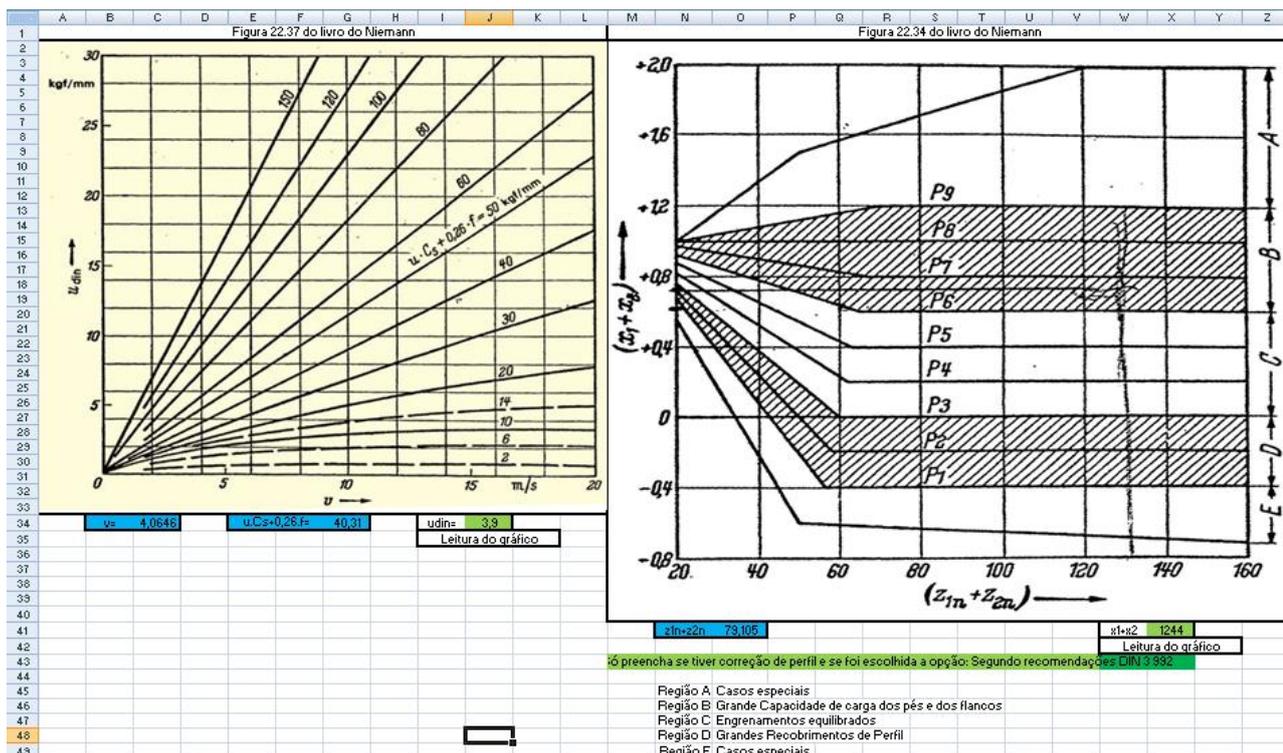


Figura 16 - Figuras auxiliares para o método do Niemann (Parte 1)

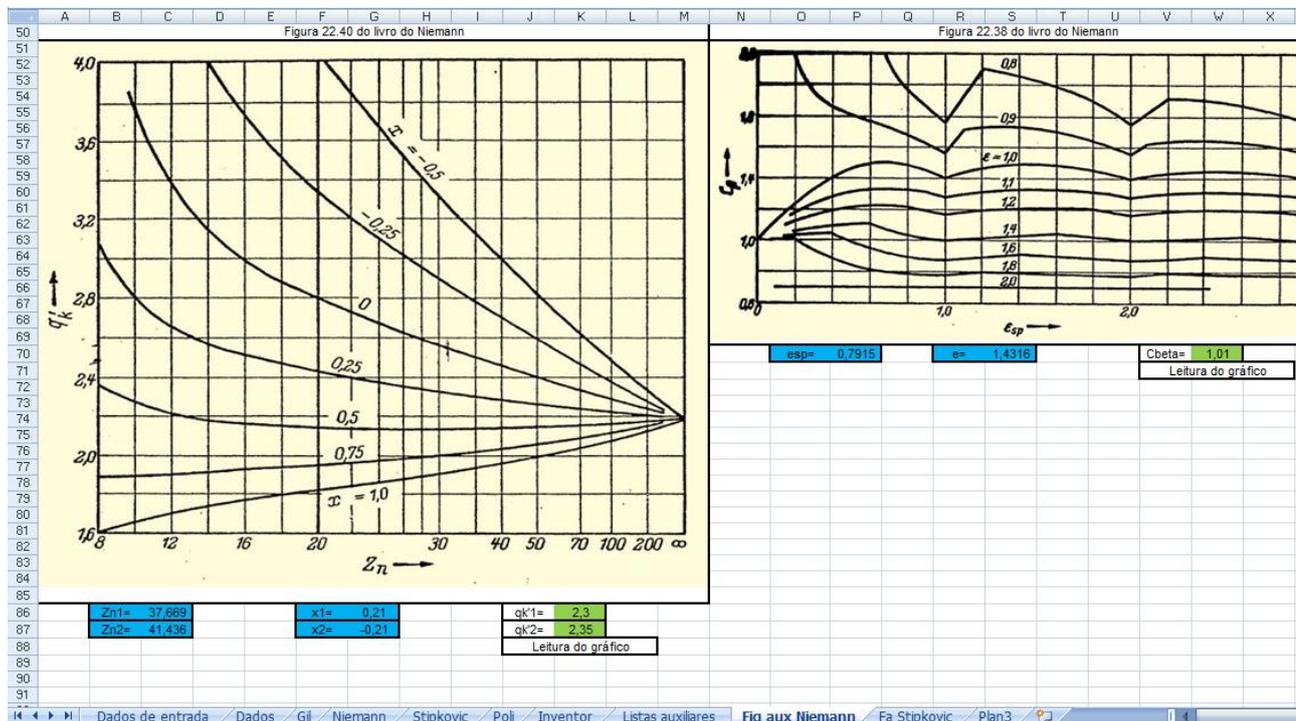


Figura 17 - Figuras auxiliares para o método do Niemann (Parte 2)

O usuário primeiro escolhe o método que será utilizado no cálculo das engrenagens. Depois, ao apertar um botão, que está ligado a uma macro, o Excel automaticamente mostra todos os itens que o usuário deve preencher para o completo cálculo do engrenamento segundo aquele método.

Se necessário, o usuário deve preencher as colunas reservadas na planilha de figuras. Posteriormente, pode-se observar todas as informações sobre a engrenagem calculadas na planilha correspondente ao método escolhido.

4. ELABORAÇÃO DO DENTE DE ENGRENAGEM NO PROGRAMA INVENTOR 2011/2012

Atualmente o Inventor, ao desenhar o perfil de uma engrenagem, desenha uma circunferência ao invés da evolvente (ver Fig. (18)). Dessa forma, o programa precisa de um menor processamento gráfico para gerar as figuras, e como a sua

função é majoritariamente ilustrativa, uma circunferência é suficiente para essa aplicação. Obviamente esse dente não pode ser simulado em elementos finitos. Para desenhar o perfil da evolvente no Inventor, precisou-se da sua equação. O método para obtê-la será descrito a seguir.

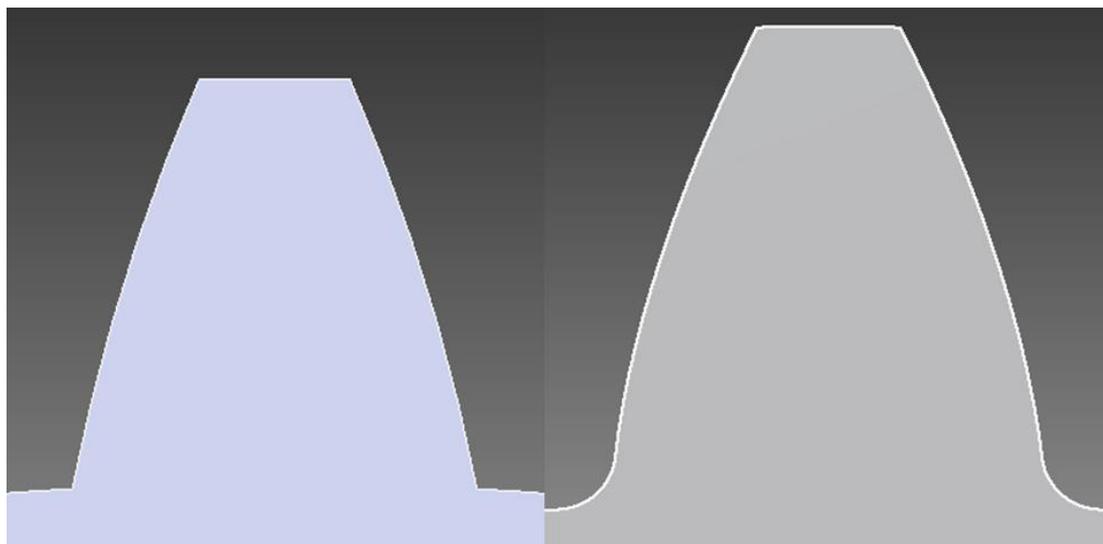


Figura 18 - Comparação entre a engrenagem do Inventor e gerada pelo programa desenvolvido

O perfil pesquisado e que será utilizado na determinação dos pontos da evolvente é o mesmo utilizado pela norma DIN 3960.

A equação do perfil evolvente foi obtida através da equação da espessura do dente da engrenagem em função de um diâmetro qualquer:

$$S_Y N = \frac{d_Y \cdot \text{sen}(\psi_Y \cdot \cos \beta_Y)}{\cos^2 \beta_Y} \quad (30)$$

Onde:

$S_Y N$ - espessura do dente calculada em função de d_Y , medida em mm ;

d_Y - diâmetro qualquer para o qual deseja-se calcular a espessura, medido em mm ;

φ_Y - função do deslocamento de perfil, do ângulo de engrenamento, do número de dentes, do ângulo de hélice e do diâmetro primitivo, medida em radianos;

β_Y - função do ângulo de hélice, do diâmetro d_Y e do diâmetro primitivo.

Na Eq. 31 abaixo, x é o deslocamento de perfil da engrenagem.

Define-se, assim:

$$\psi_Y = \frac{\pi + 4 * x * \tan(\alpha_0)}{2 * z} + \tan(\alpha_t) - \alpha_t - (\tan(\alpha_{yt}) - \alpha_{yt}) \quad (31)$$

Onde:

α_t - função do ângulo de pressão α_0 e do ângulo de hélice medido em radianos;

α_{yt} - função de α_t , do diâmetro primitivo e do diâmetro d_Y também medido em radianos.

$$\alpha_{yt} = \arccos\left(\frac{d_p}{d_Y} * \cos(\alpha_t)\right) \quad (32)$$

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_0)}{\cos(\beta_0)}\right) \quad (33)$$

$$\beta_Y = \arctan\left(\tan(\beta_0) * \frac{d_Y}{d_p}\right) \quad (34)$$

$$d_p = m_n * \frac{z}{\cos(\beta_0)} \quad (35)$$

Com essas equações, pode-se determinar, em função do raio, o valor da coordenada X e da coordenada Y de cada ponto da evolvente. Esse procedimento será descrito agora. Note que, para um valor fixo de ângulo de pressão, deslocamento de perfil, número de dentes e diâmetro primitivo, a única variável da Eq. 30 é o diâmetro no qual se deseja calcular a espessura do dente da engrenagem. Assim, para

um dado raio, calcula-se a espessura do dente. Conforme mostra a Fig. (19) abaixo, pode-se estabelecer que:

$$\theta_Y = \frac{\frac{S_Y N}{2}}{\frac{d_Y}{2}} = \frac{S_Y N}{d_Y} \quad (36)$$

Onde θ_Y é o ângulo que o segmento de reta que liga o ponto da evolvente com a origem faz com o eixo Y.

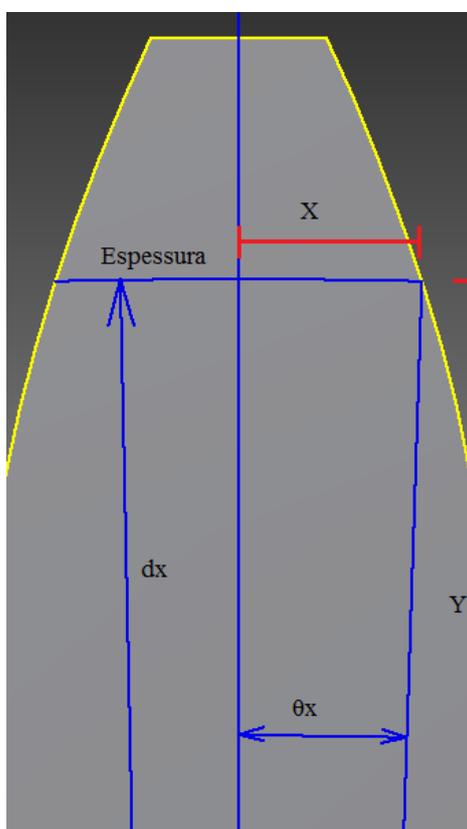


Figura 19 - Determinação das coordenadas (X,Y) de cada ponto da engrenagem.

De posse desse ângulo θ_Y e do raio $d_Y/2$, obter as coordenadas (X, Y) é simples, basta apenas fazer uma transformação de coordenadas polares para cartesianas. Assim:

$$X = \frac{d_Y}{2} * \text{sen}(\theta_Y) \quad (37)$$

$$Y = \frac{d_Y}{2} * \text{cos}(\theta_Y) \quad (38)$$

O programa foi feito para o Inventor 2011. Porém, toda essa parte das contas, que deve ser feita ponto a ponto, foi elaborada no Excel 2007. Ambos os programas devem estar instalados no computador para que o programa desenvolvido funcione corretamente. O arquivo do CAD é o que contém toda a macro, enquanto que o arquivo do Excel contém a parte da interface com o usuário e calcula todos os pontos da evolvente e os transfere para o Inventor para que ele possa elaborar, sozinho, o dente da engrenagem.

Porém, o dente tem outros componentes além da evolvente, como o raio de arredondamento do pé do dente, a circunferência de topo e a de pé de dente. O que foi elaborado no programa foi discretizar cada uma dessas regiões, determinar as suas equações e fazer o Inventor plotá-las uma a uma em um Sketch, construindo um dente da engrenagem. Depois o programa extruda esse perfil, gerando um dente sólido. Os outros são gerados por revolução. Após todos esses passos, pode-se editar a engrenagem conforme necessário, como colocar um furo no centro, fazer um rasgo de chaveta, etc.

O programa elaborado encontra-se no Anexo A.

O tutorial de como utilizar o programa encontra-se no Anexo B.

A Fig. (20) a seguir irá mostrar uma comparação entre três dentes, cada um deles com um deslocamento de perfil distinto, mantido todo o resto constante.

Note na figura que um dente com correção negativa tem um aspecto mais rombudo e uma espessura de pico maior que um dente sem correção. A correção positiva, por outro lado, afila a cabeça do dente e deixa este num formato mais triangular.

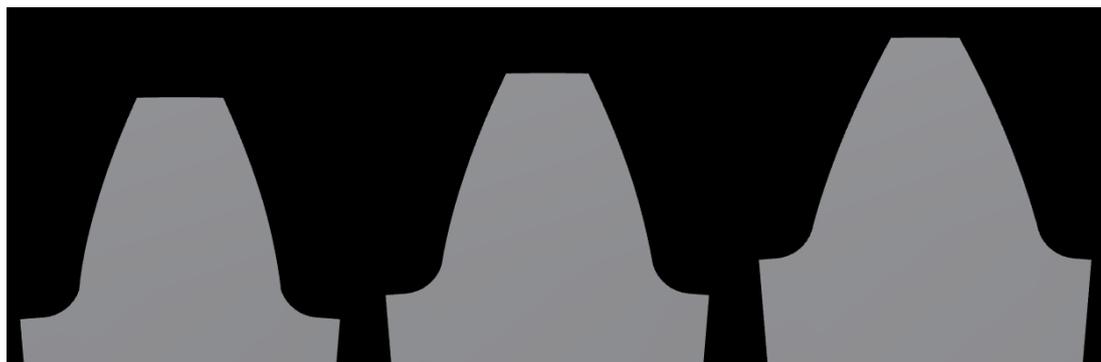


Figura 20 – Três perfis de dente de engrenagem obtidos com o programa. O primeiro tem um deslocamento de perfil de -0,2, o segundo não possui correção e o terceiro tem deslocamento de perfil de +0,5

5. SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo será iniciada a análise por elementos finitos de um par de engrenagens.

Para tanto, foi utilizado o programa anterior para gerar os dentes da engrenagem. Não é permitido, por ser segredo industrial, revelar os dados do engrenamento, mas para dar ao leitor uma ordem de grandeza do ensaio, algumas propriedades foram fornecidas na Tab. (1) abaixo:

Tabela 1 - Algumas propriedades do engrenamento ensaiado

	Pinhão	Coroa
Diâmetro primitivo (mm)	385,73	1489,54
Ângulo de hélice (graus)	8	8
Ângulo de engrenamento (graus)	20	20
Largura (mm)	480	480

Para realizar os ensaios, definiram-se dois casos: uma para o pé do dente e outro para a pressão de contato. Um fato importante a ser ressaltado neste ponto é que para ambos os casos foi utilizado apenas um dente da engrenagem, sem considerar o real grau de recobrimento do par. Toda a literatura considera que o engrenamento se dá em um dente de cada vez e que, portanto, ele tem que agüentar

toda a força exercida entre as engrenagens. Como o objetivo do ensaio é comparar os resultados obtidos por elementos finitos com os obtidos teoricamente, utilizou-se apenas um dente em cada um dos casos.

Caso 1: O ensaio da tensão no pé do dente consiste em analisar apenas uma engrenagem, carregando-a com as forças do engrenamento. A engrenagem é fixada em um eixo imaginário e aplicam-se as forças do engrenamento em uma linha desenhada no diâmetro de trabalho. Com isso obtêm-se a tensão no pé do dente. Apesar de a tensão de contato obtida estar completamente errada, pois toda a carga do engrenamento é aplicada em uma linha, e não em uma área como é visualizados na prática, os resultados no pé do dente são satisfatórios.

Caso 2: O segundo ensaio é o da pressão de contato. Nele, as engrenagens são montadas cada uma em seu eixo imaginário e, fixando uma engrenagem, move-se a outra para que o contato seja ajustado. É importante frisar que, durante o ensaio, uma engrenagem deve permanecer fixa, enquanto que a outra deve poder rotacionar ao redor de seu eixo. A região de contato possui atrito e o modelo de elementos finitos deve ser capaz de reconhecer isto. Posteriormente, aplica-se o torque do engrenamento na engrenagem móvel e verifica-se o nível da pressão de contato e tensão no pé do dente nas duas engrenagens.

Mas, se o segundo ensaio fornece todos os resultados desejados, por quê fazer dois ensaios e não apenas um?

A resposta é simples. Depende do objetivo da análise. Como visto acima, o primeiro ensaio possui apenas uma engrenagem, e não duas. Além disso, não há região de contato para ser processada. Se o interesse do estudo for as tensões no pé do dente, o primeiro ensaio é muito mais vantajoso que o segundo. Por exemplo: nos ensaios realizados abaixo, o tempo de preparo da engrenagem para o primeiro ensaio é um quinto do tempo de preparo para o segundo. Além disso, o software ANSYS demorou, em média, cinco minutos para fornecer o primeiro resultado contra 12 horas e 40 minutos para o segundo. O modelo roda 150 vezes mais rápido!

5.1. Ensaio da tensão no pé do dente

Abaixo será explicado como fazer o pré-processamento deste ensaio. É importante que todos os dados sejam corretamente colocados, já que um mau pré-processamento implica diretamente em um mau resultado.

O primeiro passo é utilizar o programa desenvolvido para gerar um dente da engrenagem. Posteriormente, gera-se um cilindro no pé do dente da engrenagem e faz-se o furo (quando houver). A engrenagem utilizada no ensaio está mostrada na Fig. (21).

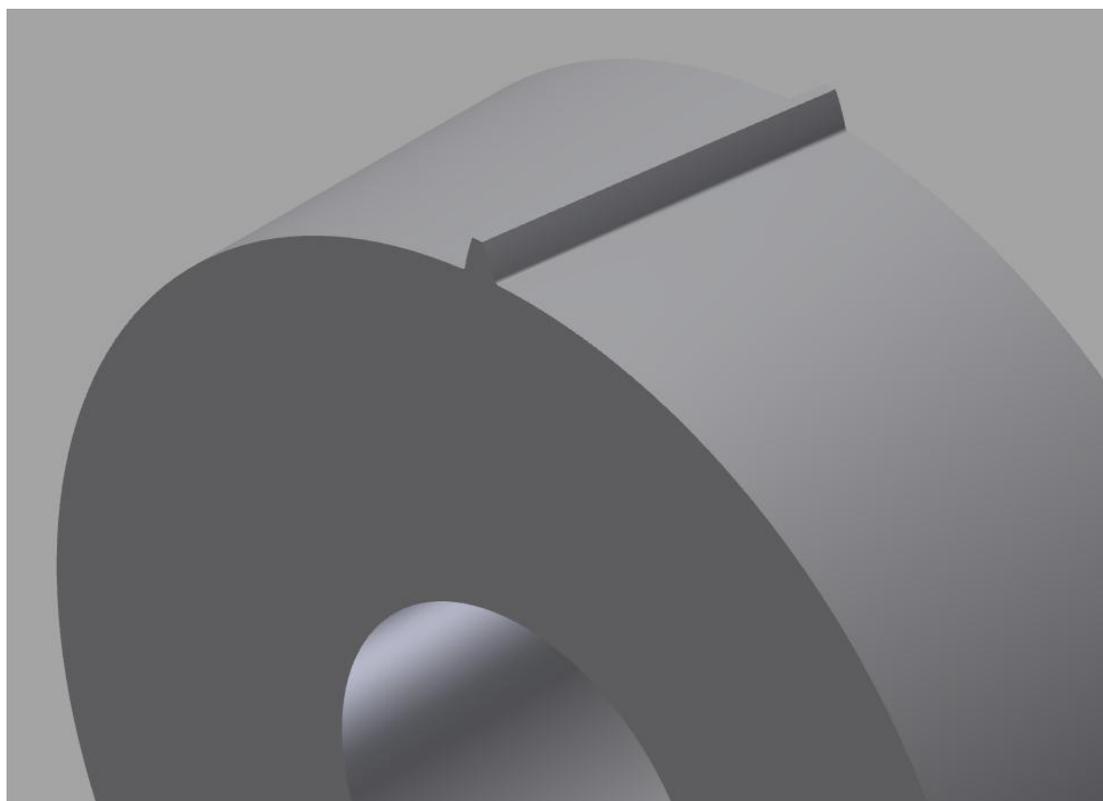


Figura 21 - Engrenagem utilizada no ensaio do caso 1

Depois, no dente, desenha-se uma linha que corresponde ao diâmetro de trabalho da engrenagem. Essa linha está mostrada na Fig. (22).

Com tudo isso pronto, carrega-se a engrenagem do Inventor para o ANSYS.

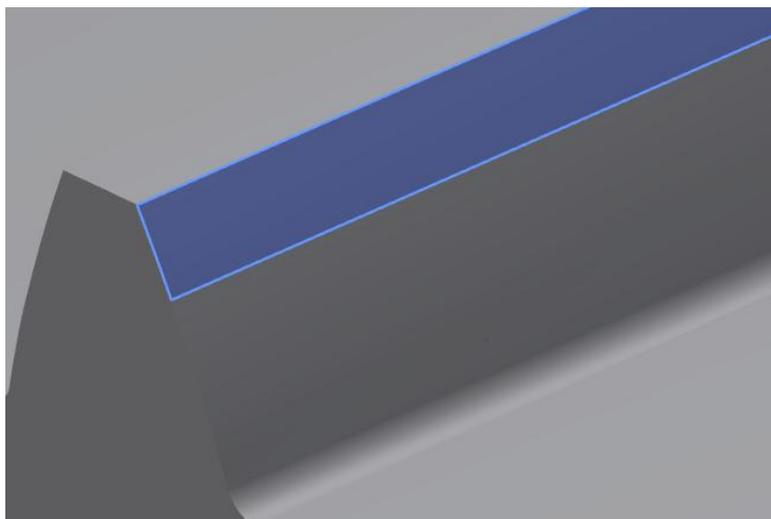


Figura 22 - Linha que mostra o diâmetro de trabalho da engrenagem

Dentro do ANSYS são definidas as condições de contorno e as forças aplicadas ao modelo. A primeira condição de contorno é fixar o furo da engrenagem. Posteriormente, são aplicadas as componentes da força de engrenamento na linha mostrada na Fig. (22). Ambas as condições de contorno podem ser observadas na Fig. (23).

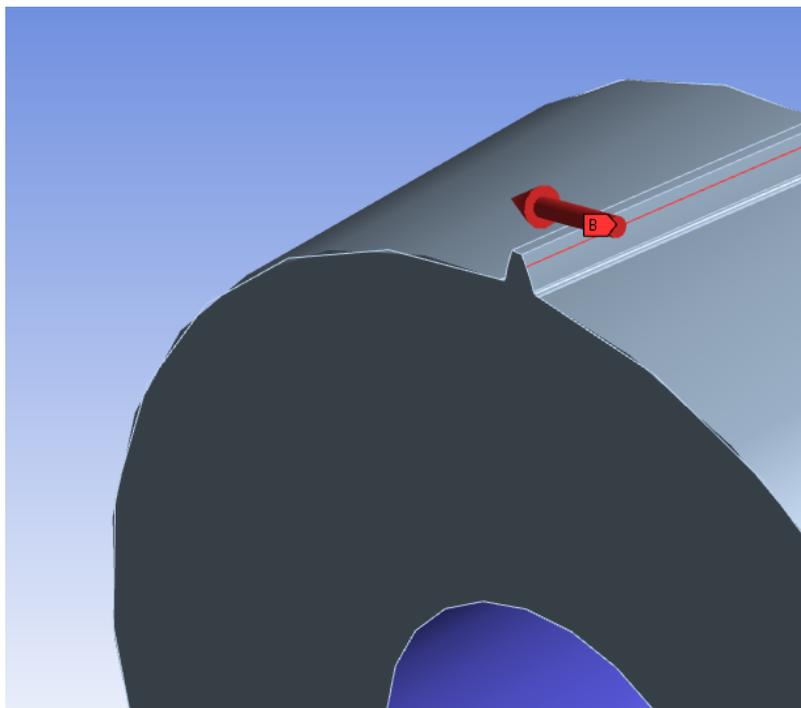


Figura 23 - Condições de contorno do ensaio 1

Outro ponto que deve ser levado em conta é o tamanho da malha. Ela deve ser adensada nas regiões de interesse para que o resultado seja satisfatório. Na seção dos resultados será apresentado um exemplo com uma malha boa e com uma malha bem ruim para mostrar os extremos dos resultados. Para o caso 1, a malha deve ser bem adensada na região do pé do dente e na linha em que será aplicada a força. É importante adensar essa linha, pois a força é aplicada nos nós do elemento e se o espaço entre eles for muito grande, haverá um momento aplicado nos elementos do pé do dente. Isso pode ser mais bem visualizado na Fig. (24).

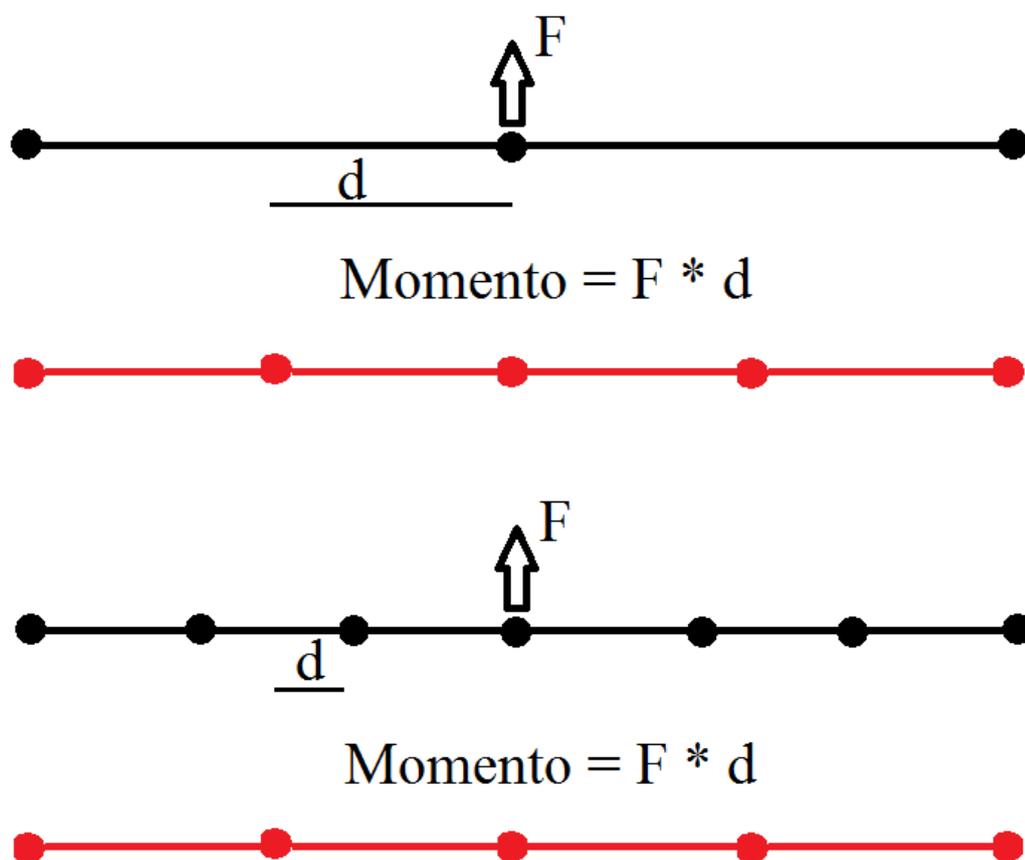


Figura 24 - Diferença de momento nos elementos do pé do dente (em vermelho) em função do tamanho da malha da linha onde está aplicada a força (em preto) para linhas paralelas ao eixo da engrenagem

Como na vida real tal momento não existe, a malha da força deve ser adensada para que tal efeito seja desprezível. A malha gerada está mostrada na Fig.

(25) abaixo. Note que acima da linha da força, e depois do pé do dente, a malha pode ser grande pois já não nos interessa a tensão nessas regiões.

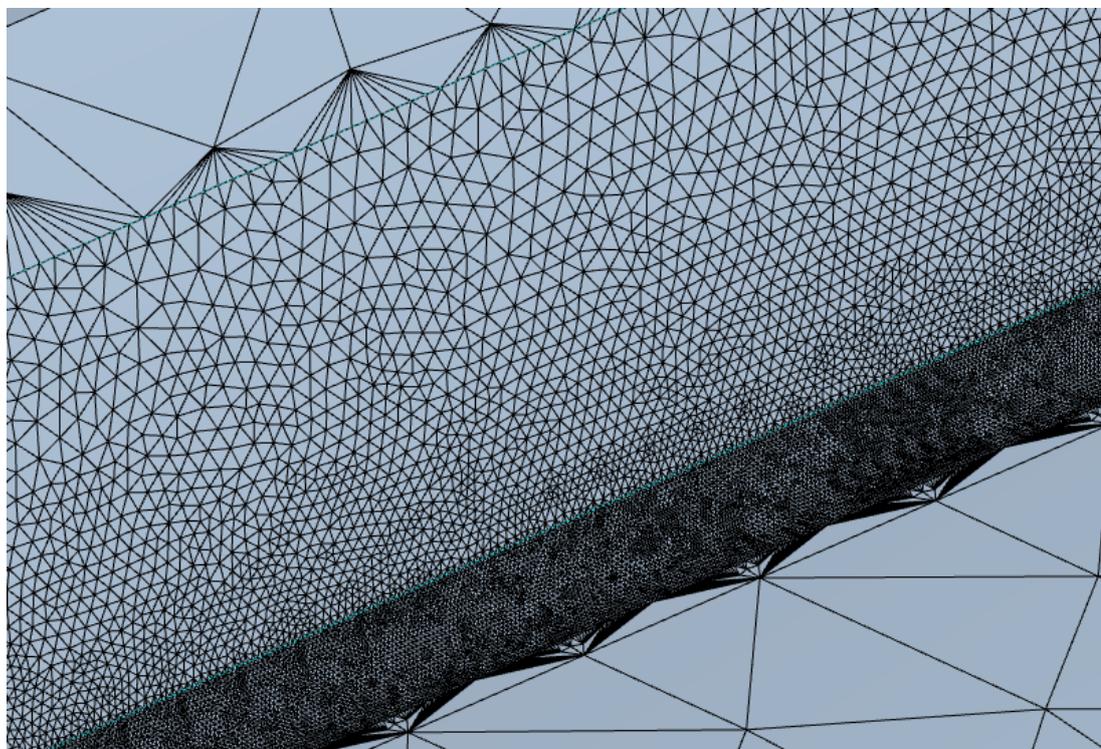


Figura 25 - Malha utilizada no ensaio 1

Depois disso basta apenas rodar o modelo e obter os resultados. Para a coroa, a distribuição de tensão no pé do dente está mostrada na Fig. (26) e a distribuição no dente inteiro está mostrada na Fig. (27). Como se pode ver na Fig. (27), a tensão na face do dente está completamente errada, seu valor máximo é de 4107,1 MPa, graças ao fato de a força estar concentrada em uma linha.

Na Fig. (28) estão plotados os resultados para uma malha bem grosseira. Vê-se que o resultado é bem diferente do obtido com o modelo mais adensado. No modelo com a malha ruim, a tensão máxima no pé de dente é de 412,97 MPa. Portanto, adensar a malha para obter um bom resultado é um cuidado que deve ser tomado ao se fazer qualquer análise por elementos finitos.

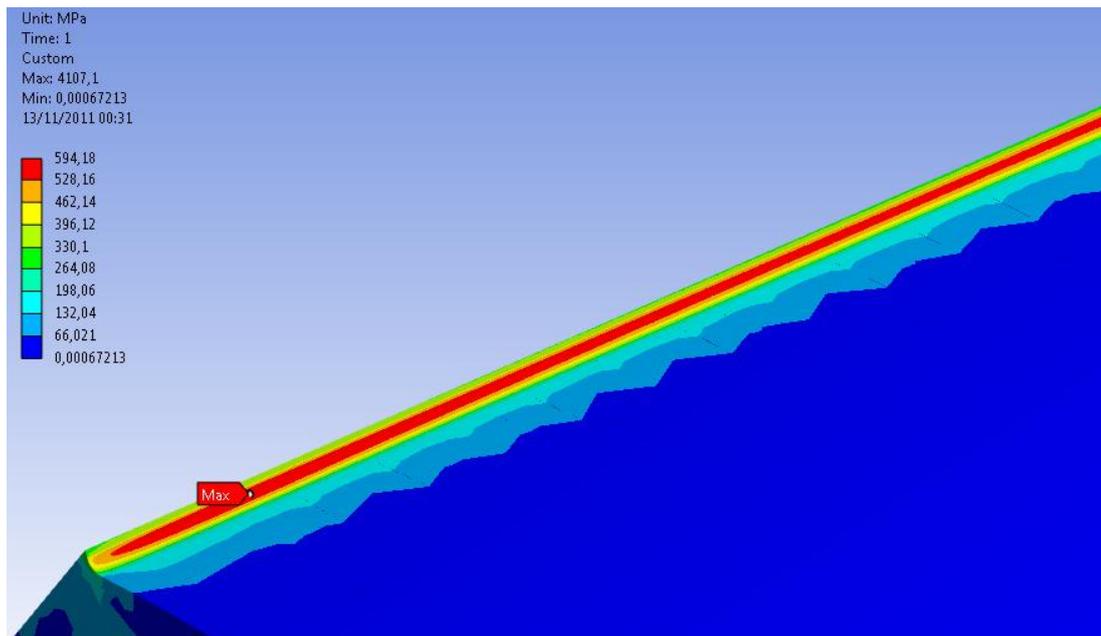


Figura 26 - Tensão no pé do dente da coroa

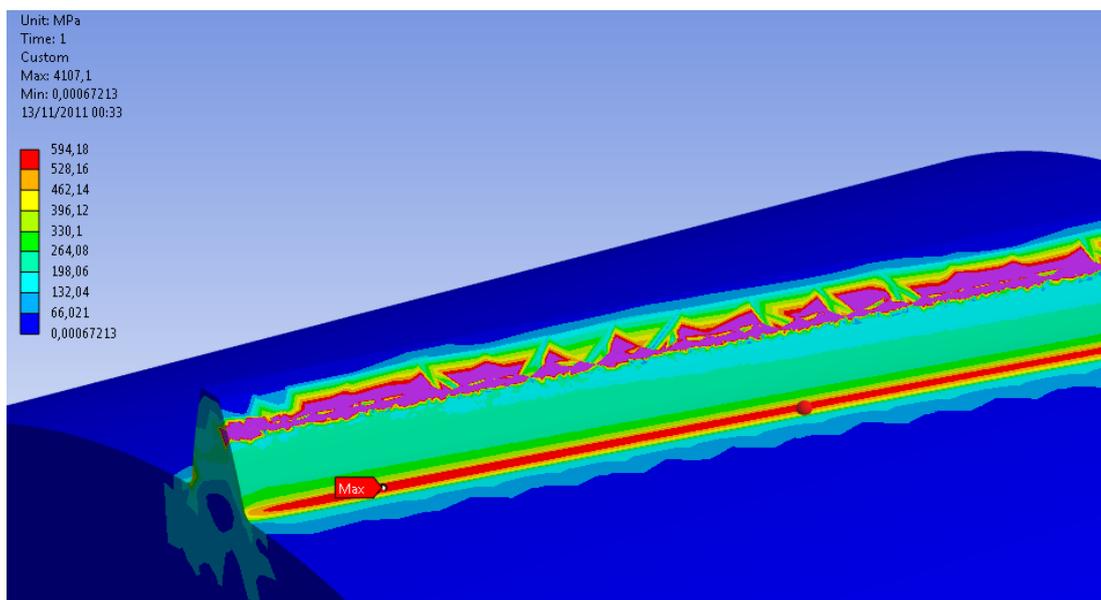
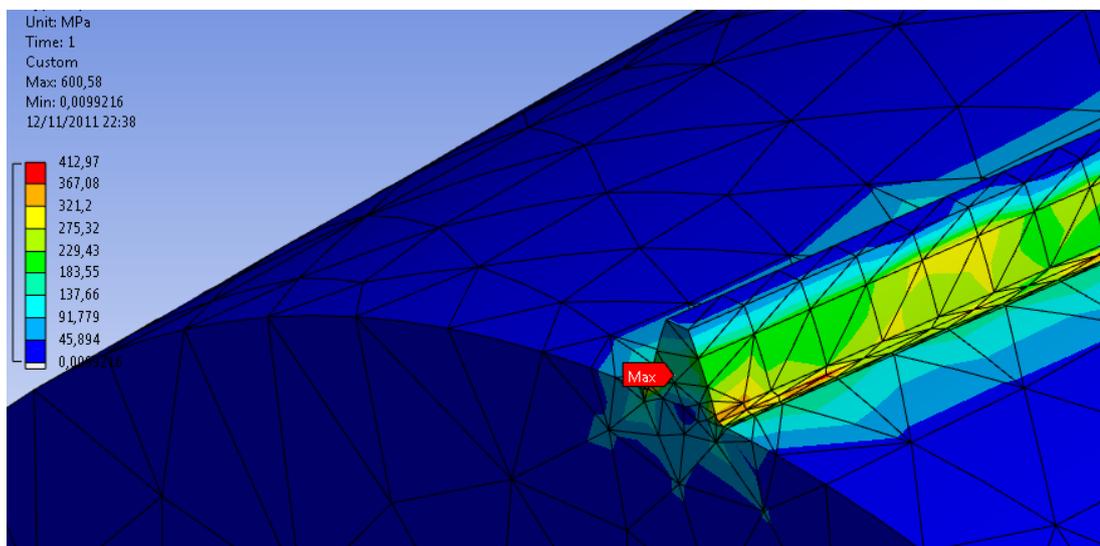


Figura 27 - Tensão na face do dente em que cores roxas excedem o valor da escala à esquerda

Foram colhidos 10 resultados ao longo da superfície do pé do dente, rejeitaram-se o maior e o menor valor e foi tomada a média do resto como a tensão atuante. Os valores estão na Tab. (2).

Tabela 2 - Valores das tensões no pé do dente da coroa no ensaio 1

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	574,06	591,32	581,82	570,79	564,8	562,45	556,1	555,76	557,86	575,6	567,935

**Figura 28 - Tensão no dente para uma malha grosseira**

Na Tab. (3) abaixo estão as tensões no pinhão.

Tabela 3 - Valores das tensões no pé do dente do pinhão no ensaio 1

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	540,27	530,89	514,08	498,05	473,33	444,36	421,08	400,18	380,74	362,48	457,83875

Os dados serão discutidos no próximo capítulo, então agora será explicada a metodologia do segundo ensaio.

5.2. Ensaio da pressão de contato no engrenamento

Novamente, o primeiro passo é gerar as engrenagens no programa desenvolvido como no ensaio 1. Dessa vez, no entanto, não se precisa desenhar a linha do engrenamento, já que as faces entrarão em contato uma com a outra e a região de aplicação da força será determinada automaticamente. Com as engrenagens desenhadas, deve-se fazer a montagem delas. Essa é a parte mais difícil do segundo ensaio, pois as engrenagens devem estar em uma posição de contato pleno e não no

início ou final do engrenamento. Errar essa posição significa que a força não será aplicada como na vida real e um resultado errado será obtido. Porém, essa é uma abordagem conservativa. Na vida real, vários dentes estão em contato ao mesmo tempo, então sempre haverá um dente entrando em contato e um saindo, de forma que há uma melhor distribuição das pressões de contato e essa posição deixa de ser tão importante. Esse é um tema que pode ser abordado em um futuro mestrado.

A posição de montagem do par utilizado pode ser visualizada na Fig. (29).

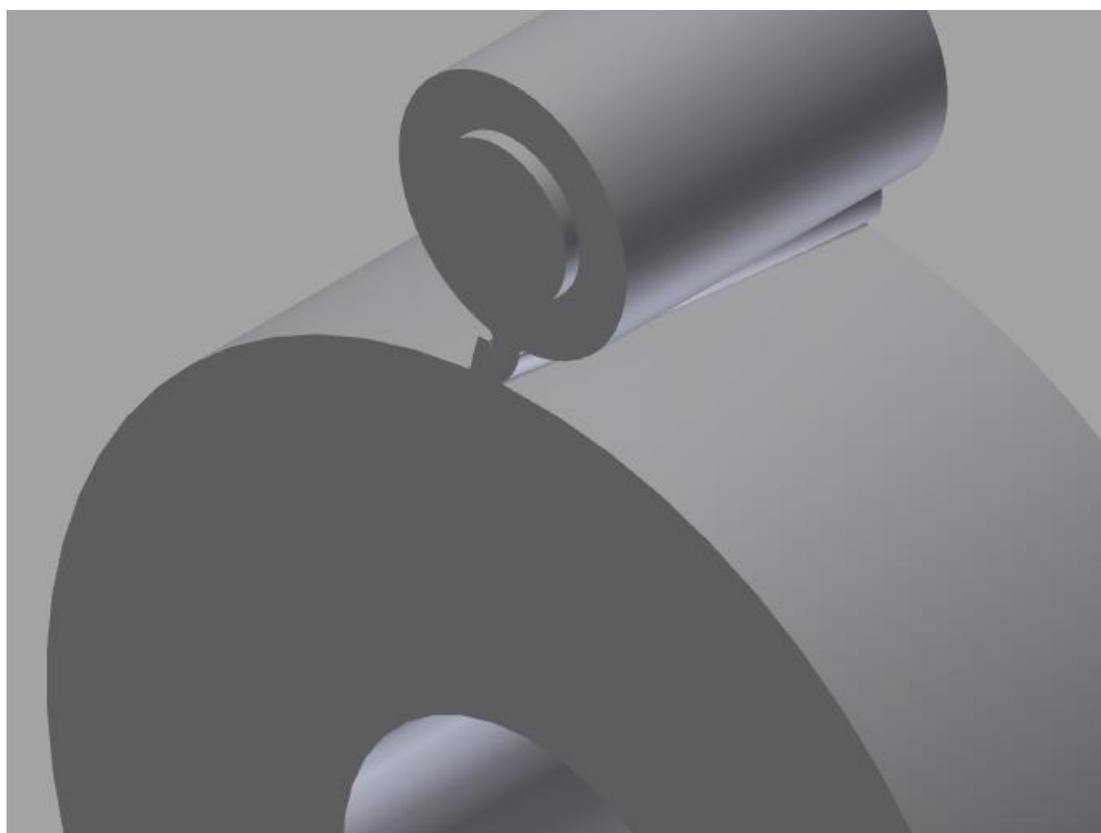


Figura 29 - Engrenagens montadas para o ensaio 2

Depois, pode-se exportar as engrenagens para o ANSYS e iniciar o pré-processamento.

A coroa será fixada no seu centro. Para aproximar o modelo um pouco mais da realidade, colocaram-se mancais imaginários no pinhão que efetuarão a sustentação deste, possibilitando à engrenagem fletir e rotacionar em torno de seu

eixo. O momento é aplicado em uma das faces do pinhão. Determinam-se também as superfícies que estão em contato, que no caso são as duas faces dos dentes. Para tanto, utilizaram-se elementos de contato de atrito com um coeficiente $\mu = 0,03$.

As condições de contorno estão dispostas na Fig. (30) abaixo.

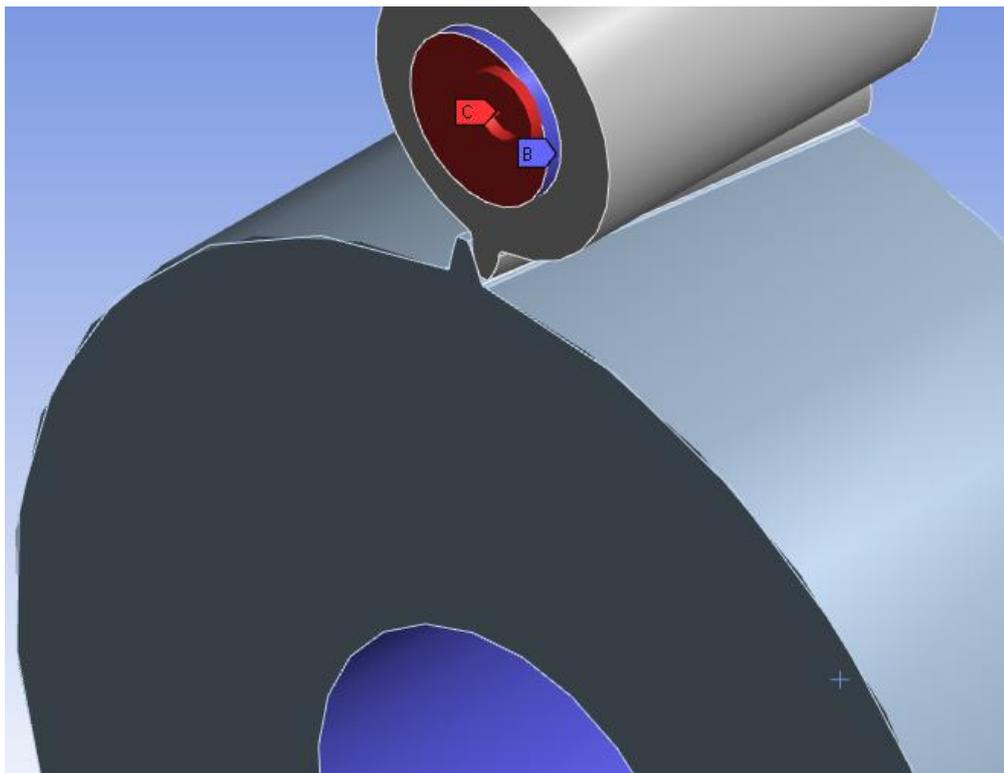


Figura 30 - Condições de contorno do ensaio 2

Em azul vê-se os suportes fixos e do mancal. Em vermelho o torque aplicado.

Na Fig. (31) vê-se a região de contato entre as peças.

Novamente a malha é importante nesse modelo. Deseja-se estudar as pressões de contato e as tensões de pé de dente. Portanto, na face do dente e no raio do pé deve-se adensar muito a malha. Isso pode ser visualizado na Fig. (32) a seguir.

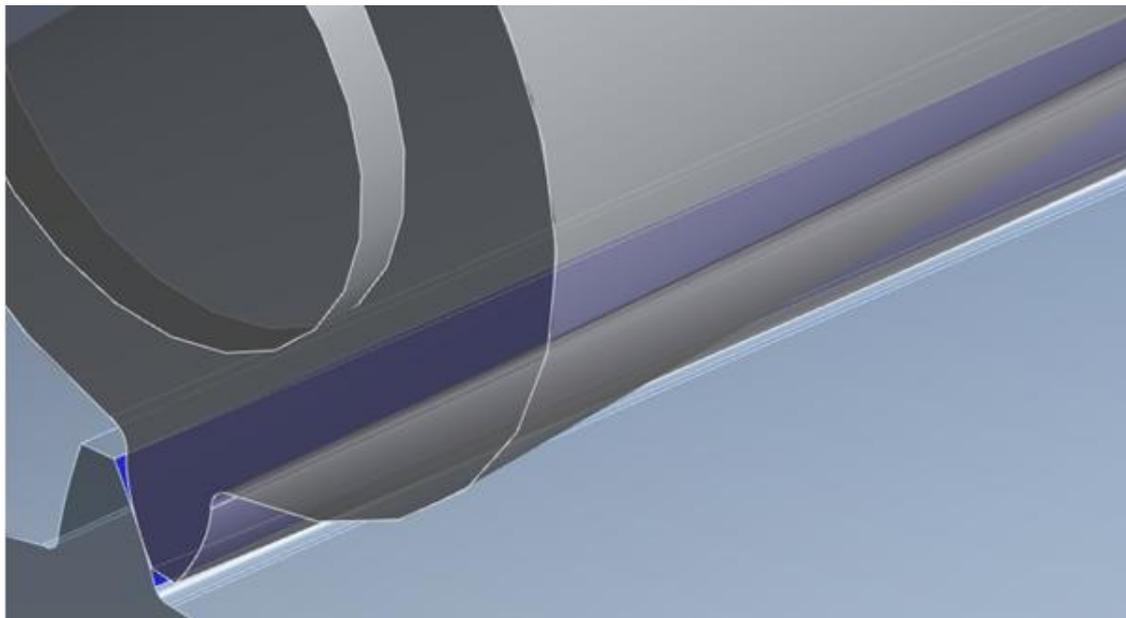


Figura 31 - Região de contato

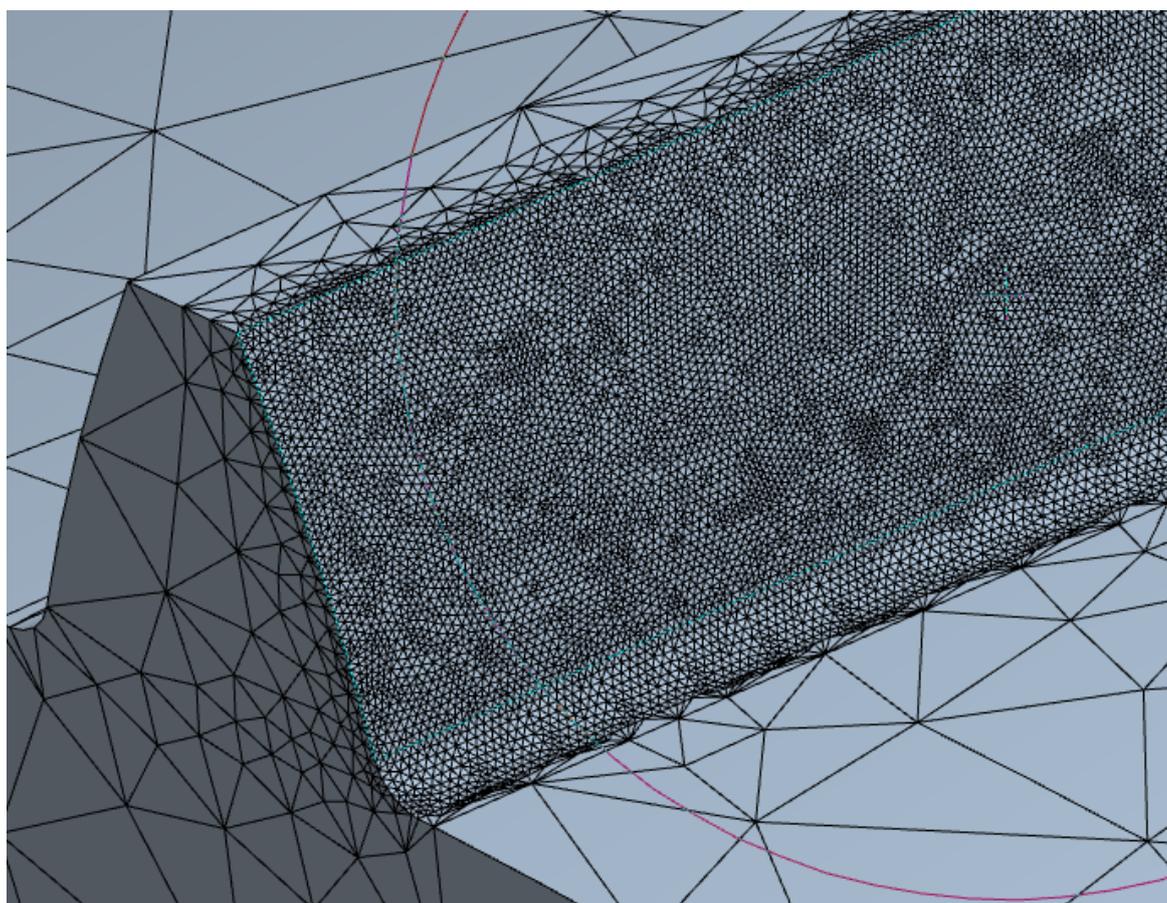


Figura 32 - Adensamento da malha no segundo ensaio

Com tudo isso pronto, deve-se apenas rodar o modelo.

É importante frisar que nem sempre o modelo convergirá. Em um dos casos, teve-se de modificar as opções internas do ANSYS por 14 vezes até o modelo convergir. Esses problemas de convergência interna englobam contatos que, se em uma etapa da iteração são modificados de mais de uma certa distância, deixam de existir e o modelo diverge. Vale ressaltar que nenhuma condição de contorno foi modificada, apenas configurações internas do programa.

Os resultados da pressão de contato estão dispostos na Fig. (33) abaixo.

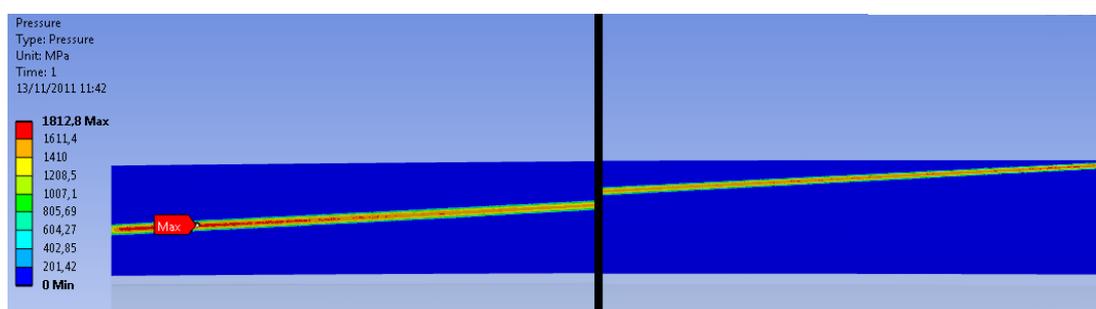


Figura 33 - Resultado das pressões de contato

Nota: A figura foi cortada para caber na página deste relatório.

A pressão máxima da figura é de 1812,8 MPa. Porém, como no outro modelo, foram colhidas as 10 máximas pressões ao longo da superfície, rejeitaram-se a maior e a menor, e o valor da pressão considerado será o valor médio do resto. Todos os dados estão na Tab. (4).

Tabela 4 - Pressões de contato na superfície dos dentes no ensaio 2

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	1684,5	1812,8	1654,4	1555,9	1459,3	1521,8	1542	1544,9	1608,4	1583,9	1586,98

Também foram colhidos os valores das tensões de pé de dente. Eles estão na Tab. 5 e 6.

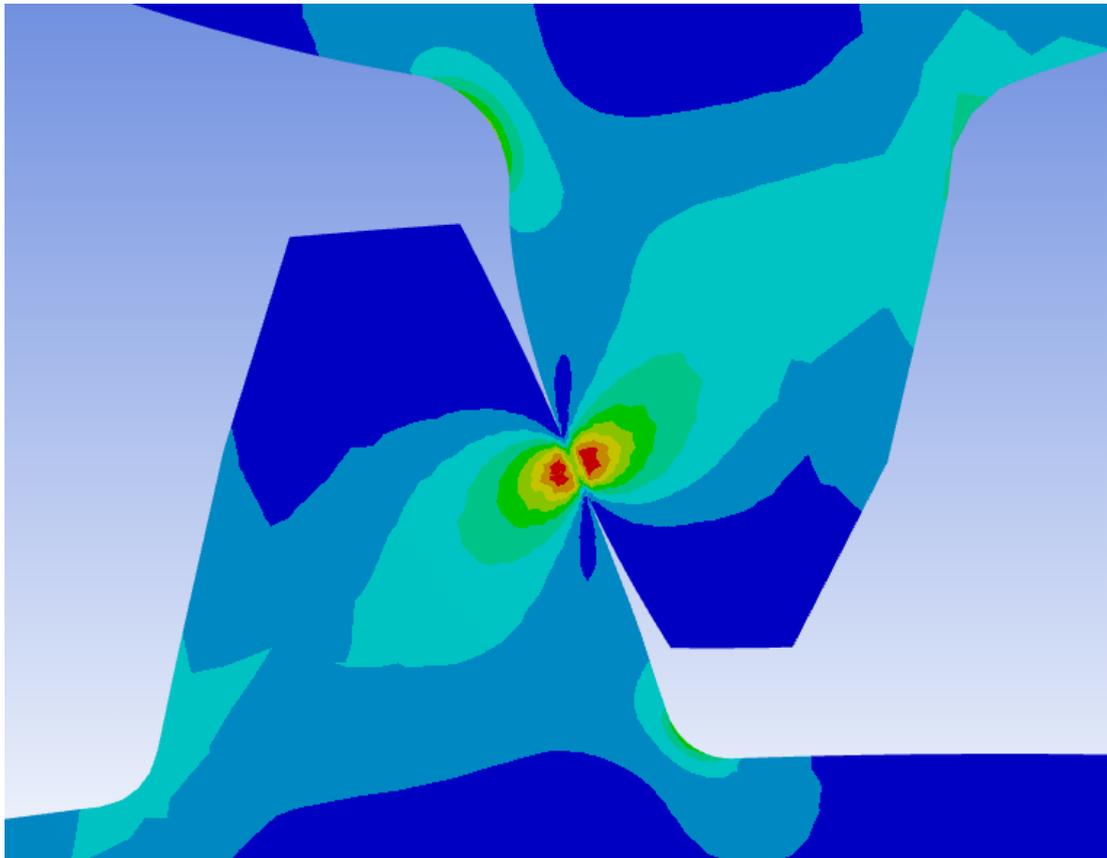
Tabela 5 - Tensão de pé de dente na coroa no ensaio 2

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	543,11	552,57	570,11	555,6	552,7	522,18	501,4	501,09	511,06	518,18	532,1

Tabela 6 - Tensão de pé de dente no pinhão no ensaio 2

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	716,14	731,3	706,89	599,73	522,04	451,75	366,02	33,95	312,73	293,36	496,0825

Outro ponto que deve ser levado em conta é o fato de que a máxima tensão no corpo, segundo Hertz, está abaixo da superfície. Isso pode ser claramente visualizado nas Fig. 34 e 35 abaixo.

**Figura 34 - Perfil das tensões no interior das engrenagens**

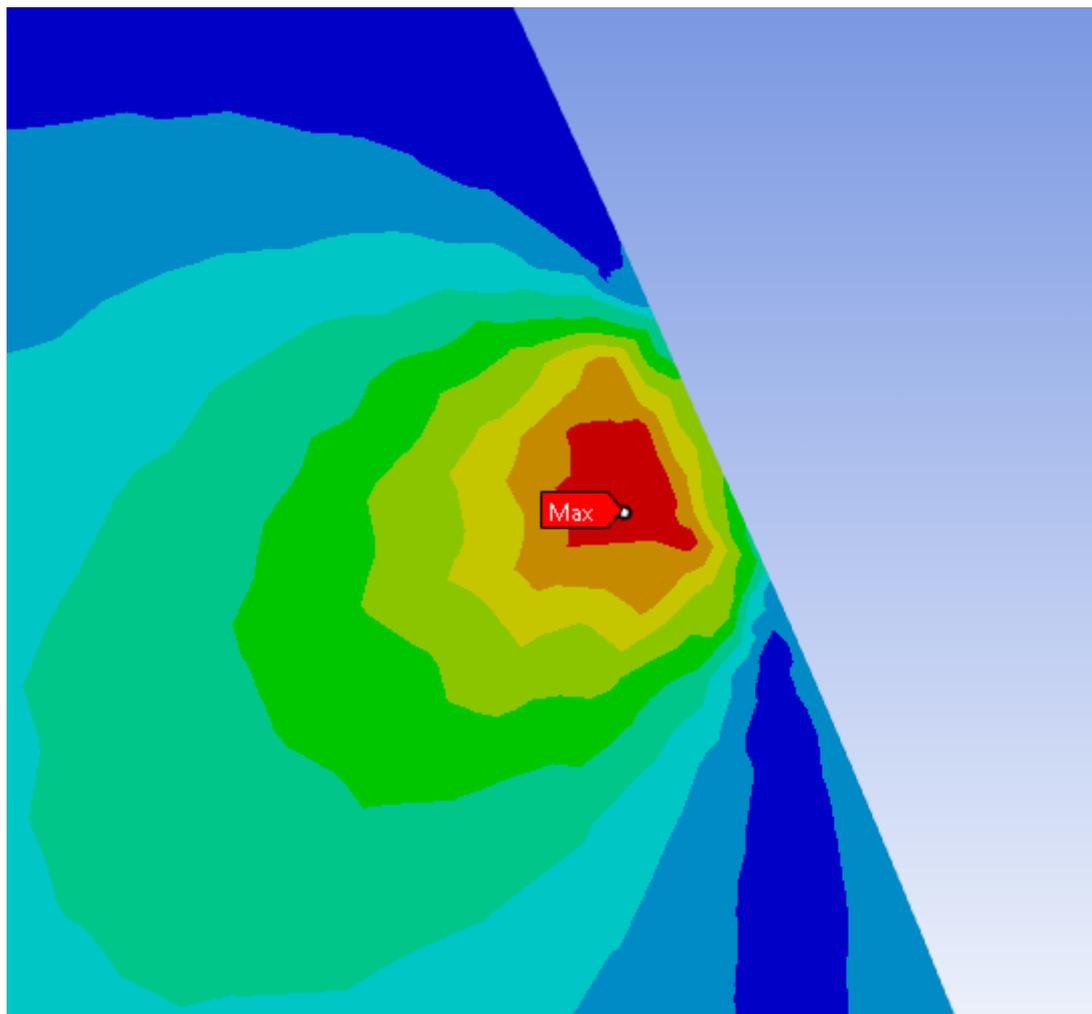


Figura 35 - Perfil das tensões no interior de uma engrenagem (Zoom)

Novamente, no intuito de colher o valor correto desta tensão, coletaram-se 10 tensões ao longo da engrenagem e o valor admitido como efetivo é o valor médio das oito tensões intermediárias. Esses dados estão na Tab. (7).

Tabela 7 - Tensão máxima no interior das engrenagens no ensaio 2

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Valor (MPa)	1111,6	1092,6	1001,4	984,49	962,61	969,7	1014,7	988,21	1070,2	1096,2	1027,1875

O próximo capítulo contém as análises dos dados colhidos anteriormente.

6. DISCUSSÃO DOS DADOS

O primeiro passo é colocar em gráficos todos os dados coletados nas tabelas anteriores. Assim pode-se ter uma noção do comportamento das tensões. Isso é importante para explicar efeitos que inevitavelmente ocorrerão, como o da flexo-torção. No título de cada gráfico estará o nome e número da tabela correspondente.

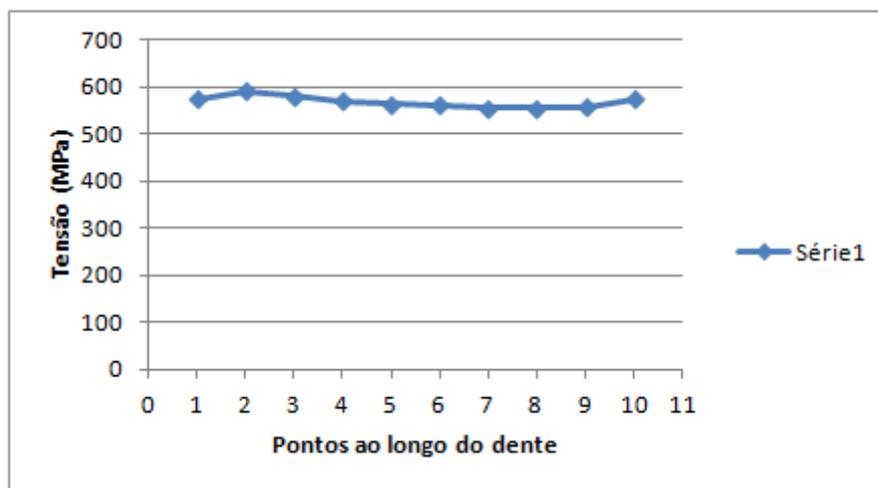


Figura 36 - Gráfico Tabela 2 - Valores das tensões no pé do dente da coroa no ensaio 1

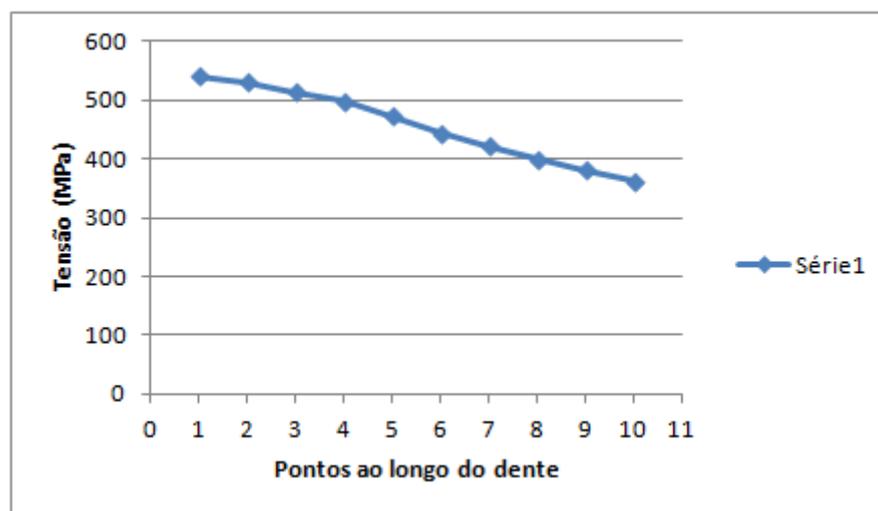


Figura 37 - Gráfico Tabela 3 - Valores das tensões no pé do dente do pinhão no ensaio 1

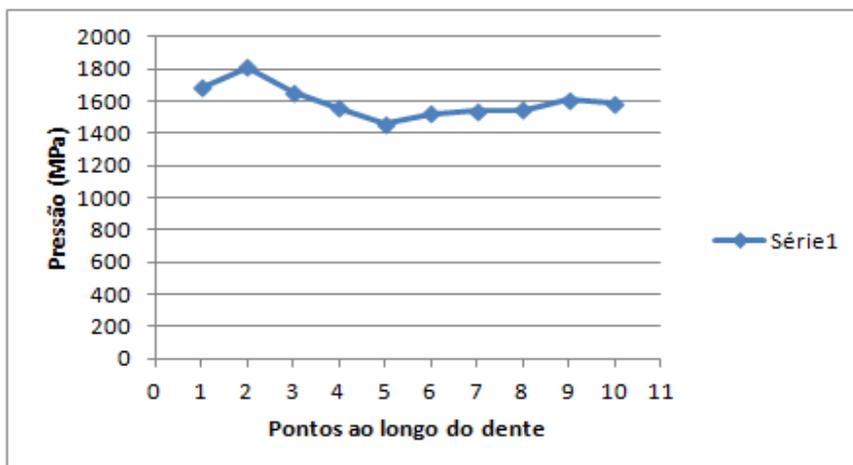


Figura 38 - Gráfico da Tabela 4 - Pressões de contato na superfície dos dentes no ensaio 2

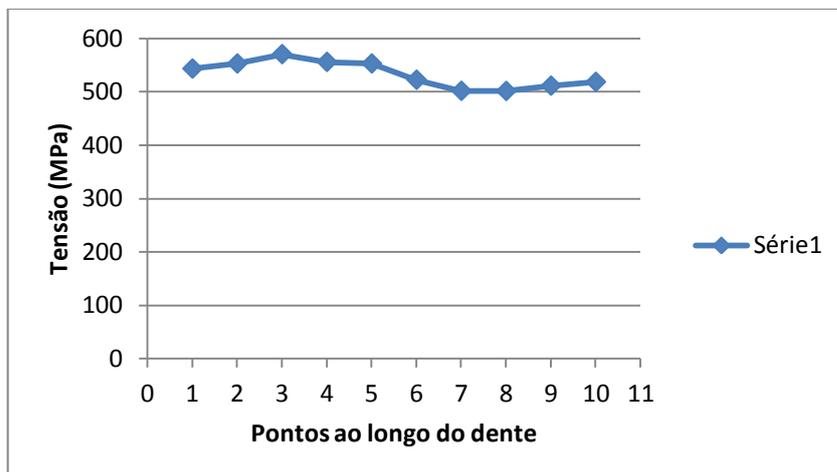


Figura 39 - Gráfico da Tabela 5 - Tensão de pé de dente na coroa no ensaio 2



Figura 40 - Gráfico da Tabela 6 - Tensão de pé de dente no pinhão no ensaio 2



Figura 41 - Gráfico da Tabela 7 - Tensão máxima no interior das engrenagens no ensaio 2

Com base nos gráficos acima, pode-se perceber claramente que há dois efeitos predominantes no engrenamento. O primeiro é o efeito de borda, bem visível em todas as figuras com a exceção da Fig. (37). O outro é o efeito da flexo-torção, visível nas Fig. 38 a 40.

O efeito de borda é bem comum na vida real. Como a engrenagem não é infinita, a distribuição de tensão nas bordas é concentrada e há um aumento de seu valor nessas regiões. O perfil "ideal" do efeito de borda é visível na Fig. (42) abaixo.



Figura 42 - Perfil "ideal" do efeito de borda

O efeito da flexo-torção - neste caso muito mais o da torção do que o da flexão, pela forma em que as engrenagens estão fixadas - concentra a tensão no lado

em que está sendo aplicado o torque. A explicação é que como o corpo é elástico, ele se deforma e a tensão vai se acomodando e diminuindo ao longo do comprimento do dente. Este é um dos motivos pelo qual apenas aumentar a espessura da engrenagem para aumentar a capacidade de carga não é aconselhável. A largura total aumenta, mas a largura útil é em pouco alterada. Economicamente compensa atuar em outros fatores do engrenamento. O perfil "ideal" de um efeito de flexo-torção (com ênfase na torção, como no exemplo calculado) pode ser visualizado na Fig. (43) abaixo.

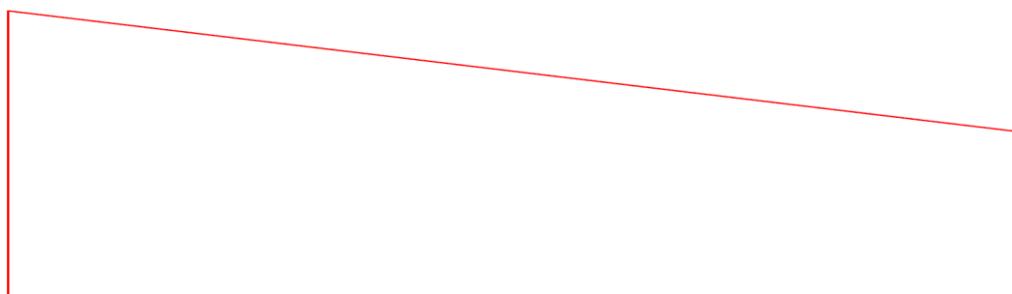


Figura 43 - Perfil ideal do efeito da flexo-torção

Note que apesar de a Fig. (37) mostrar exatamente um perfil deste tipo, naquele ensaio a força foi aplicada na linha do engrenamento, então este efeito não está presente.

Na vida real, porém, quando o torque é aplicado em uma engrenagem não infinita, os efeitos se sobrepõem, e o que é visualizado está ilustrado na Fig. (44).

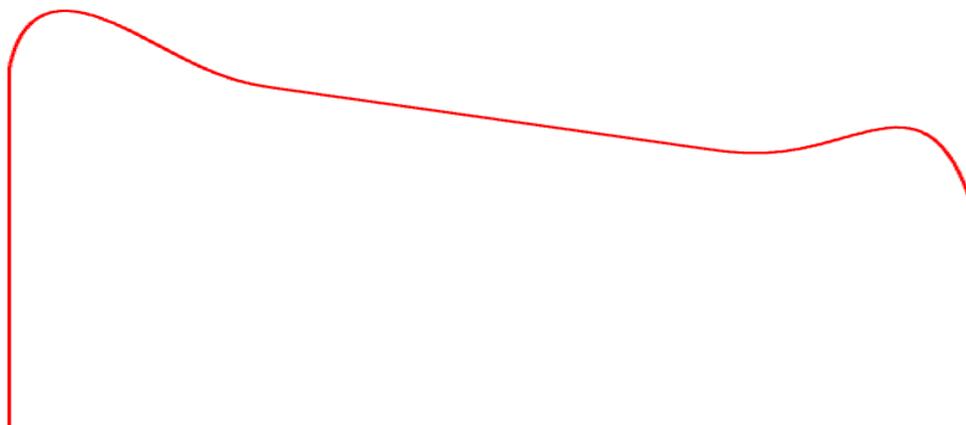


Figura 44 - Perfil ideal dos dois efeitos juntos

Pode-se observar um perfil semelhante ao da Fig. (44) (efeito de flexo-torção + borda) nas Fig. 38, 39 e 40. No entanto, as Fig. 36 e 41 apresentam apenas o efeito de borda.

Como visto acima, os valores das tensões no pinhão se alteram mais drasticamente. Isso ocorre devido a três motivos: O primeiro é que a coroa está fixa, enquanto que o pinhão está livre para girar e o seu centro está livre para se afastar da coroa. Como a coroa está fixa, o efeito da flexo-torção não é significativo, então se observa mais o efeito de borda. O segundo motivo é que o torque está aplicado no pinhão, então além deste estar livre, toda a carga é descarregada primeiro nele, para depois passar para a coroa. O terceiro motivo é que a seção transversal da coroa é muito maior que a do pinhão, então a resistência à torção é também muito maior, fazendo com que o pinhão se deforme mais.

Porém esse resultado não está de todo errado. Na prática, o dente do pinhão é corrigido para que, em carga máxima, o contato pleno seja atingido e a distribuição de tensão no pé do dente e de pressão no contato seja aproximadamente constante. Como o efeito é mais significativo no pinhão e ele possui menos dentes (menos tempo na retífica), opta-se por corrigi-lo ao invés da coroa.

Após todas estas considerações, pode-se se assegurar que os dados colhidos estão, qualitativamente, de acordo com o modelo mental do engrenamento. Assim, dar-se-á prosseguimento às análises. Para tanto, utilizaram-se as planilhas elaboradas no capítulo três para calcular as tensões teóricas em cada um dos casos estudados.

Os resultados para cada caso estão na Tab. (8) abaixo.

Tabela 8 - Tensões previstas pelos modelos das planilhas

	Tensão no pé do dente		Pressão de contato
	do pinhão	da coroa	
Stipkovic	680,03	521,42	1572,68
Gil	596,36	548,63	1867,63
Buckingham	975,08	785,48	1535,208
DIN 3990 (MITCalc)	596,23	575,37	1644,37
Hertz			1620
Todos os valores estão em MPa.			

Porém, antes de começar a comparar os valores da tabela acima com os obtidos nos ensaios, comparemos os valores entre si. Para tanto, é necessário ter um valor de referência com o qual possa se comparar os outros. A saída do programa MITCalc será tomada por referência, pois ele é um programa profissional, pago, baseado na norma DIN 3990, com mais de oito anos de experiência. A Fig. (45) abaixo mostra, em um gráfico, a tabela acima. Pode-se perceber que os valores calculados pelo MITCalc estão bem na média dos outros valores, indicando que não há muita divergência entre os vários modelos. Há uma exceção em cada parâmetro. Para ambas as tensões de pé de dente, o método do Buckingham fornece tensões bem maiores que os outros, enquanto que para a pressão de contato o método do Gil é o que se destaca. Mas, tirando esses valores, os outros estão muito próximos uns dos outros e fornecem uma base de comparação para os dados obtidos pelo método dos elementos finitos.

Com isto, pode-se agora plotar o gráfico dos valores obtidos pelos ensaios por MEF juntamente com os das planilhas. Foram feitos dois gráficos para essa análise. No primeiro, indicado na Fig. (46), estão plotados os valores médios dos ensaios. No segundo, mostrado na Fig. (47), estão plotados os valores máximos.

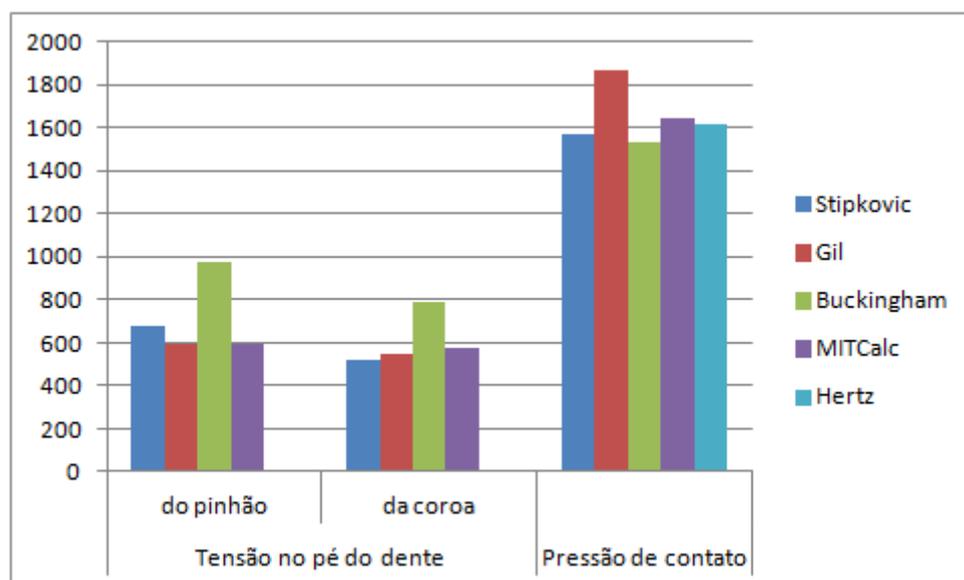


Figura 45 - Valores esperados dos ensaios para cada um dos métodos estudados

Através da Fig. (46), pode-se ver que os valores médios das tensões de pé de dente colhidos com a metodologia do ensaio 1 e com a do ensaio 2 são muito próximos entre si para o pinhão e para a coroa. Isso ratifica a afirmação feita anteriormente de que não é necessário fazer o ensaio completo (o segundo), para conseguir o valor das tensões de pé de dente das engrenagens. O primeiro ensaio já fornece valores bem próximos dos calculados na teoria.

Porém, o valor da tensão de pé de dente do pinhão está um pouco abaixo dos valores teóricos. Voltando aos gráficos feitos acima, que mostram a distribuição da tensão ao longo do comprimento da engrenagem, vê-se que, para o pinhão, há uma grande variação da tensão com o comprimento da engrenagem. Com isso, toda a alta tensão está concentrada em uma pequena parcela do dente. Como o espaçamento entre os pontos é aproximadamente constante, apenas dois ou três pontos mostram resultados altos. Além disso, ignora-se o maior resultado, piorando ainda mais a situação. Como na coroa a distribuição é mais homogênea, os valores são mais próximos dos calculados.

A Fig. (47) mostra que essa informação pode estar correta. Para a coroa, a tensão máxima é muito próxima da média e praticamente não há alteração. Porém, as tensões no pinhão se modificam bastante e ficam mais próximas das calculadas. Por

incrível que pareça, o valor da tensão obtido pelo ensaio rápido está mais próximo dos valores teóricos das planilhas do que o resultado obtido pelo segundo ensaio (considerando apenas o critério de valor máximo). Isso pode ser causado devido ao efeito da flexo-torção que está presente apenas no ensaio demorado.

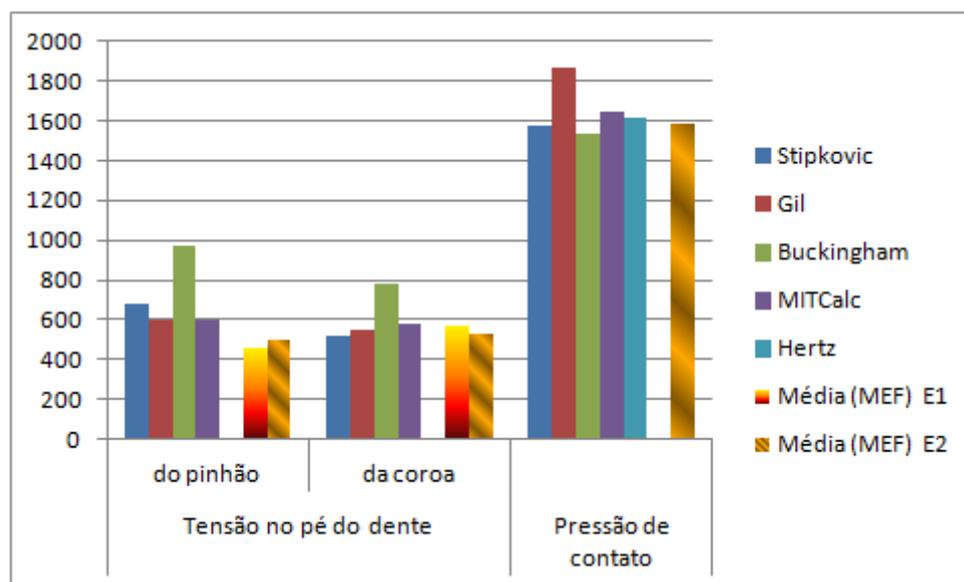


Figura 46 - Valores médios dos ensaios por MEF comparados com os valores das planilhas

Indo para as pressões de contato, vê-se que o resultado médio está muito próximo de todos os valores (com exceção do valor do Gil, já comentado anteriormente), o que valida o modelo utilizado. Vale ressaltar que o resultado deste ensaio ficou muito próximo da tensão calculada segundo Hertz. Na Fig. (47) pode-se ver que a pressão máxima do ensaio fica muito próxima da pressão calculada por Gil. Em seu livro, Gil indica que o valor da pressão calculado é o máximo e ele leva em conta a flexão do eixo nos cálculos. Isso pode indicar que ele almeja calcular o valor da pressão já levando em conta a concentração de tensão. Futuros ensaios focados nessa análise podem comprovar, ou rejeitar, a afirmação acima.

Por fim, será feita a comparação da tensão máxima no interior da engrenagem com o modelo fornecido pelo livro do Norton. Essa é a única referência pesquisada que forneceu as tensões de Hertz no interior dos "cilindros" postos em contato.

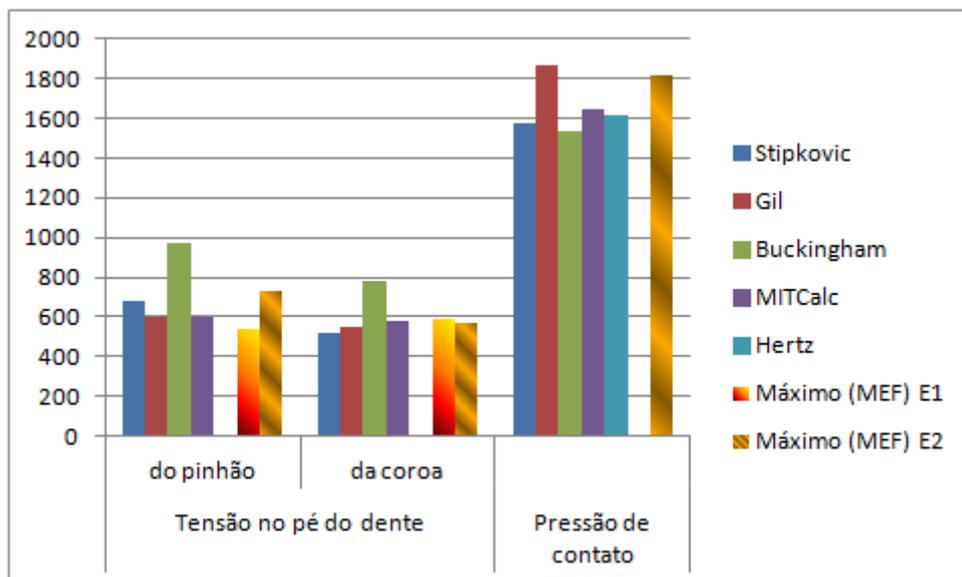


Figura 47 - Valores máximos dos ensaios por MEF comparados com os valores das planilhas

Conforme visto no capítulo 2, a máxima tensão está a uma distância $\frac{z}{a} = 0,7$ da superfície e vale: $\sigma_{m\acute{a}x} = 0,57p_{m\acute{a}x}$. Sabe-se que $a = 1,65 \text{ mm}$, logo $z = 1,16 \text{ mm}$. A Fig. (48) abaixo mostra que esse valor está bem próximo do obtido no ensaio. O valor de $\sigma_{m\acute{a}x}$ obtido na análise de MEF é de 1027 MPa. Utilizando a pressão máxima do ensaio na fórmula, tem-se que: $p_{m\acute{a}x} = 1813 \text{ MPa}$, logo $\sigma_{m\acute{a}x\text{teórico}} = 1033 \text{ MPa}$. O valor é praticamente igual ao obtido experimentalmente.

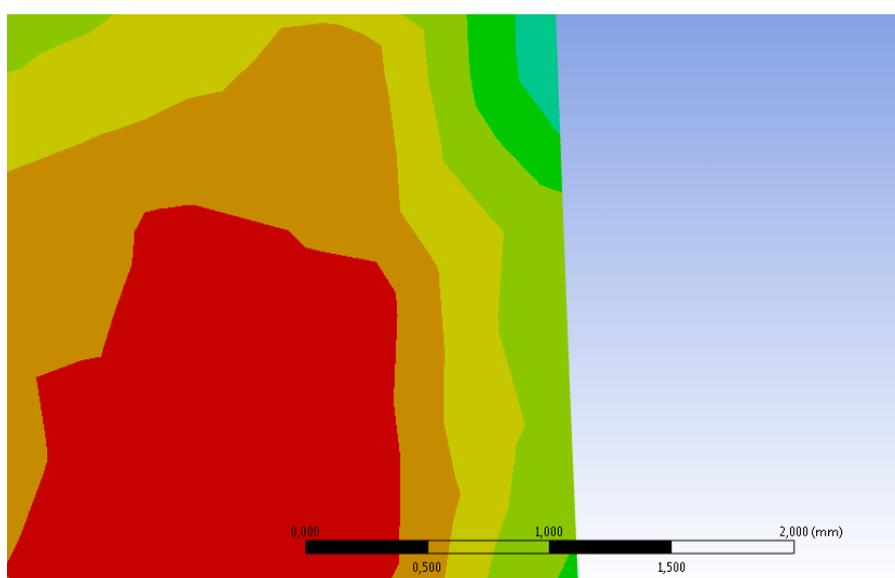


Figura 48 - Cálculo da distância de pressão máxima à superfície do dente

7. CONCLUSÕES

Os métodos teóricos definidos por cada um dos autores e os métodos normatizado (DIN e AGMA) são considerados corretos pois eles foram validados pelo seu longo uso em diversas aplicações práticas. Além disso, algumas análises fotoelásticas (Niemann, 2002) mostram que o perfil de tensões em uma engrenagem real é muito parecido com o obtido pela análise de elementos finitos. Para fazer a comparação, veja a Fig. (49).

Além do resultado fotoelástico ter sido muito parecido com o obtido por MEF, os dados obtidos experimentalmente e teoricamente estão muito próximos uns dos outros, validando o modelo de elementos finitos utilizado neste trabalho.

Dessa forma, os três principais objetivos deste relatório foram atendidos. São eles:

- Fazer um programa que desenhe um dente de engrenagem corretamente, com ângulo de hélice e com deslocamento de perfil (que foi o utilizado no exemplo calculado);
- Validar os dois modelos utilizados, que são os ensaios 1 (apenas tensão de pé de dente) e 2 (estudo da pressão de contato);
- Ganhar confiança no modelo para permitir o seu uso futuro tanto para aplicações práticas, quanto para estudos teóricos (como num mestrado, em que se pode fazer o estudo da flexo-torção no dente).

Por fim, vale ressaltar que como todos os objetivos foram alcançados, o Eng. Philip von Pritzelwitz já utilizou, em conjunto com o autor deste trabalho, os dentes gerados pelo programa desenvolvido em estudos de consultoria para a indústria. Os resultados lá, que não podem ser divulgados, também ratificam os dentes e os modelos utilizados.

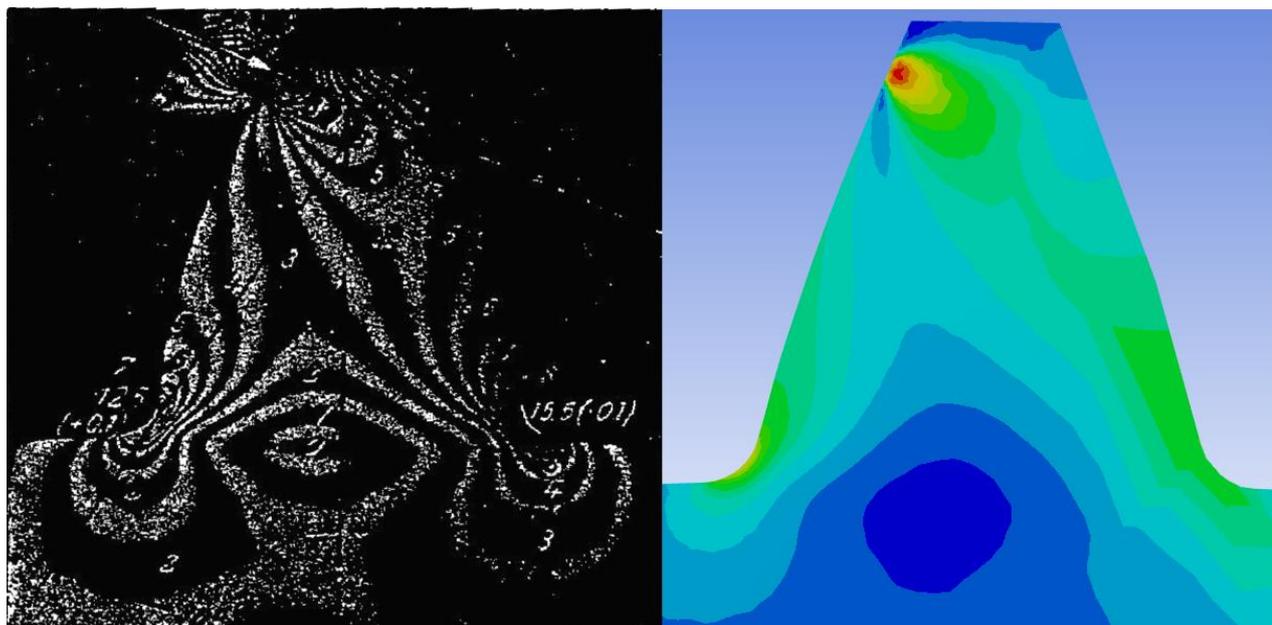


Figura 49 - Comparação de uma análise fotoelástica com o resultado de elementos finitos

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Buckingham, E., 1949, "Analytical Mechanics of Gears", Mcgraw-Hill Book Company, Inc, New York - Toronto - London.

Castro, R. M., 2005, "Critério de projeto para engrenagens helicoidais aplicadas em transmissões mecânicas veiculares", São Paulo.

Gemaque, M. J., 2004, "Abordagem para solução de um problema metrológico na indústria - Medição de engrenagens", Florianópolis.

Glodez, S., Sraml, M., Kramberger, J., 2002, "A computational model for determination of service life of gears", Maribor.

Lin, T., Ou, H., Li, R., 2006, "A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives", Belfast.

- Mao, K., 2006, "Gear tooth contact analysis and its application in the reduction of fatigue wear", Uxbridge.
- Niemann, G., 2002, "Elementos de Máquinas", Ed. Edgard Blucher, Vol. 2.
- Norton, L. R., 2000, "Projeto de Máquinas, uma abordagem integrada" Ed. ARTMED EDITORA S. A., São Paulo.
- Oliveira, N. C., 1961, "Engrenagens", Ed. Departamento de Livros e Publicações do Grêmio Politécnico, São Paulo.
- Silveira, A. R. G., 2011, "Estudo da pressão de contato e da tensão no pé do dente de uma engrenagem", São Paulo.
- Stipkovic, M. F., 1978, "Engrenagens: Geometria, dimensionamento, controle, geração", Ed. McGrawHill, São Paulo.
- Stipkovic, M. F., 1997, "Parâmetros informativos sobre custos de projeto e fabricação de sistemas engrenados", São Paulo.

ANEXO A – PROGRAMA DESENVOLVIDO

Abaixo segue o programa desenvolvido pelo aluno: Gerador de Evolventes. A linguagem utilizada foi a do VBA por ser a linguagem global para as macros.

A formatação da programação foi modificada para melhor visualização.

```
Public Sub Gerador_de_Evolventes()

' Usa o documento atual para gerar o dente
  Dim oPartDoc As PartDocument
  Set oPartDoc = ThisApplication.ActiveDocument

' Referência interna do Inventor para poder usar o documento, uma burocracia
só!
  Dim oCompDef1 As PartComponentDefinition
  Set oCompDef1 = oPartDoc.ComponentDefinition

' Cria um Sketch no plano XY
  Dim oSketch1 As PlanarSketch
  Set oSketch1 = oCompDef1.Sketches.Add(oCompDef1.WorkPlanes(3))

' Criação das variáveis. Ev é a planilha de Excel que calcula os pontos.
  Dim Ev As Object

' Variáveis auxiliares para os "for"s
  Dim ii As Integer, jj As Integer, i As Integer, j As Integer

' Esse é o vetor que armazena os pontos no Inventor
  Dim Evolvente() As Double

' Vê o tamanho do vetor do Inventor
  Dim tamanho_vetor As Integer

' Testa para ver se o Excel já está aberto
  On Error Resume Next

' Fala que o arquivo a ser utilizado é o Excel
  Set Ev = GetObject("Excel.Application")

' Abre o arquivo de Excel que se quer utilizar
  Set Ev = GetObject("C:\Users\André\Desktop\Melhorias\Excel 5.xlsx")
```

```

' Gera as posições dos raios, centros e bordas das circunferencias para gerar os
arredondamentos dos dentes
  Dim xraiocentro As Double, yraiocentro As Double
  Dim xraioborda As Double, yraioborda As Double, xmaximo As Double,
ymaximo As Double
  Dim raio_cabeca_extrapolado As Double

  xraiocentro = Ev.Application.Cells(43, 2).Value / 10
  yraiocentro = Ev.Application.Cells(42, 2).Value / 10
  xraioborda = Ev.Application.Cells(46, 2).Value / 10
  yraioborda = Ev.Application.Cells(47, 2).Value / 10
  xmaximo = Ev.Application.Cells(48, 2).Value / 10
  ymaximo = Ev.Application.Cells(49, 2).Value / 10
  raio_cabeca_extrapolado = Ev.Application.Cells(29, 3).Value

' Define o tamanho do vetor usado no Inventor
  tamanho_vetor = Ev.Application.Cells(28, 3).Value

' Define o tamanho do vetor usado no Inventor
  ReDim Evolvente(1 To tamanho_vetor, 1 To 2)

' É um "for" que vai preencher o vetor acima
  For ii = 1 To tamanho_vetor
    For jj = 1 To 2
      Evolvente(ii, jj) = Ev.Application.Cells(2 + ii, 8 + jj).Value / 10
    Next jj
  Next ii

' Criação do perfil evolvente da direita
  Dim oTransGeom1 As TransientGeometry
  Set oTransGeom1 = ThisApplication.TransientGeometry

' Um vetor com todos os pontos que serão utilizados na definição da Spline1
  Dim oFitPoints1 As ObjectCollection
  Set oFitPoints1 = ThisApplication.TransientObjects.CreateObjectCollection

' Definição dos pontos da Spline
  Dim oPoints1() As Point2d
  ReDim oPoints1(1 To tamanho_vetor)

' O "for" roda todo o vetor de pontos importados do Excel acima e coloca no
vetor interno do Inventor
  For ii = 1 To tamanho_vetor
    Set oPoints1(ii) = oTransGeom1.CreatePoint2d(Evolvente(ii, 1),
Evolvente(ii, 2))
    oFitPoints1.Add oPoints1(ii)
  Next ii

' Criação da Spline
  DimoSpline1 As SketchSpline
  SetoSpline1 = oSketch1.SketchSplines.Add(oFitPoints1)

```

```

' Fixa os dois principais pontos da Spline
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddGround(oSpline1.FitPoint(tamanho_vetor))
  Call oSketch1.GeometricConstraints.AddGround(oSpline1.FitPoint(1))

' Define se a curva será aberta ou fechada, no nosso caso ela será aberta sempre.
  oSpline1.Closed = False

' Criação do perfil de evolvente da esquerda
  Dim oTransGeom2 As TransientGeometry
  Set oTransGeom2 = ThisApplication.TransientGeometry

' Um vetor com todos os pontos que serão utilizados na definição da Spline
  Dim oFitPoints2 As ObjectCollection
  Set oFitPoints2 = ThisApplication.TransientObjects.CreateObjectCollection

' Definição dos pontos da Spline
  Dim oPoints2() As Point2d
  ReDim oPoints2(1 To tamanho_vetor)

' O "for" roda todo o vetor de pontos importados do Excel acima e coloca no
vetor interno do Inventor
  For ii = 1 To tamanho_vetor
    Set oPoints2(ii) = oTransGeom2.CreatePoint2d(-1 * Evolvente(ii, 1),
Evolvente(ii, 2))
    oFitPoints2.Add oPoints2(ii)
  Next ii

' Criação da Spline
  Dim oSpline2 As SketchSpline
  Set oSpline2 = oSketch1.SketchSplines.Add(oFitPoints2)

' Fixa os dois principais pontos da Spline
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddGround(oSpline1.FitPoint(tamanho_vetor))
  Call oSketch1.GeometricConstraints.AddGround(oSpline2.FitPoint(1))

' Define se a curva será aberta ou fechada, no nosso caso ela será aberta sempre.
  oSpline2.Closed = False

' Criação da circunferência da cabeça
  Dim oTransGeom3 As TransientGeometry
  Set oTransGeom3 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
  Dim oPoints3() As Point2d
  ReDim oPoints3(1 To 3)
  Set oPoints3(1) = oTransGeom3.CreatePoint2d(0, 0)
  Set oPoints3(2) = oTransGeom3.CreatePoint2d(Evolvente(tamanho_vetor,
1), Evolvente(tamanho_vetor, 2))

```

```

        Set oPoints3(3) = oTransGeom3.CreatePoint2d(-1 *
Evolvente(tamanho_vetor, 1), Evolvente(tamanho_vetor, 2))

' Criação do arco de circunferência que é a cabeça do dente
    Dim oArc3 As SketchArc
    Set oArc3 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints3(1),
oPoints3(2), oPoints3(3), True)
    Call oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oSpline1.EndSketchPoint,
oArc3)
    Call oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oSpline2.EndSketchPoint,
oArc3)

' Criação da reta que liga a origem com o fim do pé do dente do lado direito
    Dim oTransGeom7 As TransientGeometry
    Set oTransGeom7 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
    Dim oPoints7() As Point2d
    ReDim oPoints7(1 To 2)

    Set oPoints7(1) = oTransGeom7.CreatePoint2d(0, 0)
    Set oPoints7(2) = oTransGeom7.CreatePoint2d(xmaximo, ymaximo)

' Criação da reta
    Dim oLines7(1) As SketchLine
    Set oLines7(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints7(1),
oPoints7(2))
    Call oSketch1.GeometricConstraints.AddGround(oLines7(1).FitPoint(1))
'*****

' Criação de uma reta que liga a origem ao pé do dente do lado esquerdo
    Dim oTransGeom8 As TransientGeometry
    Set oTransGeom8 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
    Dim oPoints8() As Point2d
    ReDim oPoints8(1 To 2)

    Set oPoints8(1) = oTransGeom8.CreatePoint2d(0, 0)
    Set oPoints8(2) = oTransGeom8.CreatePoint2d(-1 * xmaximo, ymaximo)

' Criação da reta
    Dim oLines8(1) As SketchLine
    Set oLines8(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints8(1),
oPoints8(2))
    Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines7(1).StartSketchPoint,
oLines8(1)) '*****

' Criação da circunferência de pé do dente do lado direito

```

```

Dim oTransGeom9 As TransientGeometry
Set oTransGeom9 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
Dim oPoints9() As Point2d
ReDim oPoints9(1 To 3)
Set oPoints9(1) = oTransGeom9.CreatePoint2d(0, 0)
Set oPoints9(2) = oTransGeom9.CreatePoint2d(xraioborda, yraioborda)
Set oPoints9(3) = oTransGeom9.CreatePoint2d(xmaximo, ymaximo)

' Criação do arco de circunferência que é o pé do dente
Dim oArc9 As SketchArc
Set oArc9 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints9(1),
oPoints9(2), oPoints9(3), False)

' Criação do arco de pé do dente do lado esquerdo
Dim oTransGeom10 As TransientGeometry
Set oTransGeom10 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
Dim oPoints10() As Point2d
ReDim oPoints10(1 To 3)
Set oPoints10(1) = oTransGeom10.CreatePoint2d(0, 0)
Set oPoints10(2) = oTransGeom10.CreatePoint2d(-1 * xraioborda,
yraioborda)
Set oPoints10(3) = oTransGeom10.CreatePoint2d(-1 * xmaximo, ymaximo)

' Criação do arco de circunferência que é o pé do dente
Dim oArc10 As SketchArc
Set oArc10 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints10(1),
oPoints10(2), oPoints10(3), True)

' Criação da circunferência de arredondamento do pé do dente do lado direito
Dim oTransGeom11 As TransientGeometry
Set oTransGeom11 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
Dim oPoints11() As Point2d
ReDim oPoints11(1 To 3)
Set oPoints11(1) = oTransGeom11.CreatePoint2d(xraiocentro, yraiocentro)
Set oPoints11(2) = oTransGeom11.CreatePoint2d(Evolvente(1, 1),
Evolvente(1, 2))
Set oPoints11(3) = oTransGeom11.CreatePoint2d(xraioborda, yraioborda)

' Criação do arco de circunferência que é o arredondamento do pé do dente
Dim oArc11 As SketchArc
Set oArc11 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints11(1),
oPoints11(2), oPoints11(3), True)

' Criação do arco de arredondamento do pé do dente do lado esquerdo
Dim oTransGeom12 As TransientGeometry

```

```

Set oTransGeom12 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
Dim oPoints12() As Point2d
ReDim oPoints12(1 To 3)
Set oPoints12(1) = oTransGeom12.CreatePoint2d(-1 * xraiocentro,
yraiocentro)
Set oPoints12(2) = oTransGeom12.CreatePoint2d(-1 * Evolvente(1, 1),
Evolvente(1, 2))
Set oPoints12(3) = oTransGeom12.CreatePoint2d(-1 * xraioborda,
yraioborda)

' Criação do arco de circunferência que é o arredondamento do pé do dente
Dim oArc12 As SketchArc
Set oArc12 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints12(1),
oPoints12(2), oPoints12(3), False)

' Constraints do Sketch
Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines7(1).EndSketchPoint, oArc9)
Call oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oArc11.StartSketchPoint,
oSpline1)
Call oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oArc11.EndSketchPoint,
oArc9)
Call oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oArc10.StartSketchPoint,
oArc12)
Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines8(1).EndSketchPoint, oArc10)

' Cria auxiliares
Dim largura As Double, pitch1 As Double, revolution1 As Double
largura = Ev.Application.Cells(6, 5).Value / 10
pitch1 = Ev.Application.Cells(30, 3).Value / 10
revolution1 = Ev.Application.Cells(31, 3).Value

' Cria pontos do eixo
Dim oTrans As TransientGeometry
Set oTrans = ThisApplication.TransientGeometry

Dim oPartCompDef As PartComponentDefinition
Set oPartCompDef = ThisApplication.ActiveDocument.ComponentDefinition

' Cria um perfil a ser estrudado
Dim oProfile1 As Profile
Set oProfile1 = oSketch1.Profiles.AddForSolid

Dim helicoidal As Integer
helicoidal = 1
If Ev.Application.Cells(7, 3).Value = 0 Then
helicoidal = 0

```

```

End If

' Extruda o perfil acima na largura pedida no primeiro passo do programa!
  Dim oExtrude1 As ExtrudeFeature
  Dim oCoil1 As CoilFeature
  Dim sentido As Boolean

  sentido = False
  If Ev.Application.Cells(16, 3).Value = 0 Then
    sentido = True
  End If

' Referência interna do Inventor para poder usar o documento
  Dim oCompDef2 As PartComponentDefinition
  Set oCompDef2 = oPartDoc.ComponentDefinition

' Cria um Sketch auxiliar no plano XY
  Dim oSketch2 As PlanarSketch
  Set oSketch2 = oCompDef2.Sketches.Add(oCompDef2.WorkPlanes(3))

' Cria circunferência que vai cortar o topo do dente e ajuda a evitar problemas
"de borda" na formação da Spline
  Dim oTransGeom13 As TransientGeometry
  Set oTransGeom13 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da circunferência
  Dim oPoints13() As Point2d
  ReDim oPoints13(1)
  Set oPoints13(1) = oTransGeom13.CreatePoint2d(0, 0)

' Criação da circunferência dita acima
  Dim oCircle13 As SketchArc
  Dim raio_cabeca As Double
  raio_cabeca = Ev.Application.Cells(12, 5).Value / 20
  Set oCircle13 = oSketch2.SketchCircles.AddByCenterRadius(oPoints13(1),
raio_cabeca)

' Cria o perfil a ser estrudado
  Dim oProfile2 As Profile
  Set oProfile2 = oSketch2.Profiles.AddForSolid

' Extruda o perfil acima na largura pedida no primeiro passo do programa!
  Dim oExtrude2 As ExtrudeFeature
  Set oExtrude2 = oCompDef2.Features.ExtrudeFeatures.AddByDistanceExtent(
oProfile2, largura, kNegativeExtentDirection, kIntersectOperation)

' Libera a referência à planilha usada e ao Excel
  Set Ev = Nothing

" NESSA MACRO SÃO CRIADOS 2 (DUAS) EXTRUSÕES:

```

```

" PRIMEIRA -> UM DENTE DA ENGRENAGEM COM A CABEÇA MAIOR QUE O
CORRETO PARA SE EVITAR EFEITOS DE BORDA
" SEGUNDA -> UMA CIRCUNFERÊNCIA QUE CORTA A CABEÇA PARA O
TAMANHO CORRETO

```

```
End Sub
```

```
' VER PERFIL PADRÃO NO RELATÓRIO! QUALQUER ALTERAÇÃO FAZ COM QUE
ESSE PROGRAMA NÃO FUNCIONE!!
```

```
Public Sub Corrigir_engrenagem_para_elementos_finitos()
```

```
' Usa o documento atual para gerar o Sketch de modificações
Set oPartDoc = ThisApplication.ActiveDocument
```

```
' Referência interna do Inventor para poder usar o documento, uma borucracia
só!
```

```
Set oCompDef1 = oPartDoc.ComponentDefinition
```

```
' Cria um Sketch no plano YZ
Set oSketch1 = oCompDef1.Sketches.Add(oCompDef1.WorkPlanes(1))
```

```
' Criação da planilha de Excel que fornece os dados
Dim Ev As Object
```

```
' Testa para ver se o Excel já está aberto
On Error Resume Next
```

```
' Fala que o arquivo a ser utilizado é o Excel
Set Ev = GetObject("Excel.Application")
```

```
' Abre o arquivo de Excel que se quer utilizar
Set Ev = GetObject("C:\Users\André\Desktop\Melhorias\Excel 5.xlsx")
```

```
' A PRÓXIMA ETAPA É A DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS QUE SERÃO USADAS
NESSA MACRO
```

```
Dim n_dentes As Integer
Dim modulo As Double
Dim desloc_perfil As Double
```

```
n_dentes = Ev.Application.Cells(3, 5).Value
modulo = Ev.Application.Cells(4, 5).Value
desloc_perfil = Ev.Application.Cells(5, 5).Value
largura = Ev.Application.Cells(6, 5).Value
largura = largura / 10
```

```
' Definição de todos os pontos que são necessários para gerar o perfil correto
das modificações
```

```
Dim gap As Double
```

```

Dim y_1 As Double
Dim y_3 As Double
Dim x_1 As Double
Dim x_3 As Double
Dim y_4 As Double
Dim y_5 As Double
Dim x_4 As Double
Dim x_5 As Double

' Definição do gap. Ele é importante para se remover erros causados pelo
software na geração da peça.
x_1 = Ev.Application.Cells(60, 2).Value / 10
x_3 = Ev.Application.Cells(62, 2).Value / 10
x_5 = Ev.Application.Cells(63, 2).Value / 10
x_5 = Ev.Application.Cells(64, 2).Value / 10
y_1 = Ev.Application.Cells(60, 3).Value / 10
y_3 = Ev.Application.Cells(62, 3).Value / 10
y_4 = Ev.Application.Cells(63, 3).Value / 10
y_5 = Ev.Application.Cells(64, 3).Value / 10

' Criação da reta vertical à esquerda
Set oTransGeom1 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
ReDim oPoints1(1 To 2)

Set oPoints1(1) = oTransGeom1.CreatePoint2d(0, -1 * x_1)
Set oPoints1(2) = oTransGeom1.CreatePoint2d(y_1, -1 * x_1)

' Criação da reta
Dim oLines1(1) As SketchLine
Set oLines1(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints1(1),
oPoints1(2))

' Criação da reta inclinada à esquerda
Set oTransGeom2 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
ReDim oPoints2(1 To 2)

Set oPoints2(1) = oTransGeom2.CreatePoint2d(y_1, -1 * x_1)
Set oPoints2(2) = oTransGeom2.CreatePoint2d(y_3, -1 * x_3)

' Criação da reta
Dim oLines2(1) As SketchLine
Set oLines2(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints2(1),
oPoints2(2))

' Criação do arco da esquerda
Set oTransGeom3 = ThisApplication.TransientGeometry

```

```

' Criação dos pontos do arco
  ReDim oPoints3(1 To 3)
  Set oPoints3(1) = oTransGeom3.CreatePoint2d(y_5, -1 * x_5)
  Set oPoints3(2) = oTransGeom3.CreatePoint2d(y_3, -1 * x_3)
  Set oPoints3(3) = oTransGeom3.CreatePoint2d(y_4, -1 * x_4)

' Criação do arco
  Set oArc3 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints3(1),
oPoints3(2), oPoints3(3), False)

' Criação da reta horizontal superior
  Set oTransGeom4 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
  ReDim oPoints4(1 To 2)

  Set oPoints4(1) = oTransGeom4.CreatePoint2d(y_4, -1 * x_4)
  Set oPoints4(2) = oTransGeom4.CreatePoint2d(y_4, -1 * (largura - x_4))

' Criação da reta
  Dim oLines4(1) As SketchLine
  Set oLines4(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints4(1),
oPoints4(2))

' Criação do arco da direita
  Set oTransGeom5 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos do arco
  ReDim oPoints5(1 To 3)
  Set oPoints5(1) = oTransGeom5.CreatePoint2d(y_5, -1 * (largura - x_5))
  Set oPoints5(2) = oTransGeom5.CreatePoint2d(y_4, -1 * (largura - x_4))
  Set oPoints5(3) = oTransGeom5.CreatePoint2d(y_3, -1 * (largura - x_3))

' Criação do arco
  Dim oArc5 As SketchArc
  Set oArc5 = oSketch1.SketchArcs.AddByCenterStartEndPoint(oPoints5(1),
oPoints5(2), oPoints5(3), False)

' Criação da reta inclinada à direita
  Set oTransGeom6 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
  ReDim oPoints6(1 To 2)

  Set oPoints6(1) = oTransGeom6.CreatePoint2d(y_3, -1 * (largura - x_3))
  Set oPoints6(2) = oTransGeom6.CreatePoint2d(y_1, -1 * (largura - x_1))

' Criação da reta
  Dim oLines6(1) As SketchLine
  Set oLines6(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints6(1),
oPoints6(2))

```

```

' Criação da reta vertical à direita
  Set oTransGeom7 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
  ReDim oPoints7(1 To 2)

  Set oPoints7(1) = oTransGeom7.CreatePoint2d(y_1, -1 * (largura - x_1))
  Set oPoints7(2) = oTransGeom7.CreatePoint2d(0, -1 * (largura - x_1))

' Criação da reta
  Dim oLines7(1) As SketchLine
  Set oLines7(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints7(1),
oPoints7(2))

' Criação da reta horizontal inferior
  Set oTransGeom8 = ThisApplication.TransientGeometry

' Criação dos pontos da reta
  ReDim oPoints8(1 To 2)

  Set oPoints8(1) = oTransGeom8.CreatePoint2d(0, -1 * (largura - x_1))
  Set oPoints8(2) = oTransGeom8.CreatePoint2d(0, -1 * x_1)

' Criação da reta
  Dim oLines8(1) As SketchLine
  Set oLines8(1) = oSketch1.SketchLines.AddByTwoPoints(oPoints8(1),
oPoints8(2))

' Constraints do Sketch (8 ao total)
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines1(1).EndSketchPoint,
oLines2(1))
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines2(1).EndSketchPoint, oArc3)
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines4(1).StartSketchPoint, oArc3)
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines4(1).EndSketchPoint, oArc5)
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines6(1).StartSketchPoint, oArc5)
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines6(1).EndSketchPoint,
oLines7(1))
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines7(1).EndSketchPoint,
oLines8(1))
  Call
oSketch1.GeometricConstraints.AddCoincident(oLines1(1).StartSketchPoint,
oLines8(1))

```

```
' Cria o perfil a ser revolucionado
  Set oProfile1 = oSketch1.Profiles.AddForSolid

' Revoluciona o perfil acima em 360 graus subtraindo o resultado da peça
existente
  Dim oRevolve1 As RevolveFeature
  Set oRevolve1 = oCompDef1.Features.RevolveFeatures.AddFull(oProfile1,
oLines8(1), kIntersectOperation)

' Libera a referência à planilha usada e ao Excel
  Set Ev = Nothing

End Sub
" ESSA MACRO GERA UMA REVOLUÇÃO "NEGATIVA" QUE MOLDA A
ENGRENAGEM A FIM DE QUE ELA FIQUE PRONTA PARA A ANÁLISE
" POR ELEMENTOS FINITOS. É A ÚLTIMA MACRO QUE DEVE SER RODADA
```

ANEXO B – TUTORIAL DO PROGRAMA GERENG

A. PRÉ-REQUISITOS

Essa rotina foi desenvolvida para ser utilizada juntamente com o Excel 2007 e com o Inventor 2011. Testes foram feitos com o Excel 2003, o Inventor 2008 e o Inventor 2012 e aparentemente tudo deu certo.

Requisitos computacionais desconhecidos.

B. GERANDO UM DENTE COM O PERFIL EVOLVENTE

Para utilizar o programa, primeiramente abra o arquivo GerEngBETA.ipt do Inventor e a planilha GerEngBETA.xlsx do Excel. Aconselha-se **FORTEMENTE MANTER APENAS UMA PLANILHA DO EXCEL ABERTA**, pois o programa pode sobrescrever outras planilhas, ocasionando perda de dados.

Posteriormente, dê o comando SALVAR COMO tanto no Excel quanto no Inventor e salve com o nome final do arquivo (como “Engrenagem de Saída do Redutor X”). Isso ajuda a manter a organização dos arquivos gerados e impede de se perder os arquivos originais devido a se salvar por cima deles.

Depois, no Excel, preencha os dados de entrada. Na Fig. (50) estão todos os parâmetros necessários para o cálculo do dente.

NOTA: A planilha tem 3 cores. A cor verde indica que o usuário tem que entrar com um valor no campo. A cor azul indica que o usuário deve escolher um valor pré-definido em uma lista. Para acessar a lista, clique com o mouse no campo desejado e clique novamente na seta que aparecerá do lado direito da célula . A cor marrom indica que o usuário deve entrar com um valor no campo, mas se ele não dispuser deste, a planilha o calculará automaticamente (selecione a opção “Automático”). Note que a planilha dará uma estimativa numérica

do valor pedido, mas mesmo assim este será apenas uma aproximação (por vezes grosseira) do valor desejado. Para uma engrenagem confiável, entre com o valor correto.

Variável	Símbolo	Valor	Unidade
Número de dentes	z	16	-
Módulo	m	3,5	mm
Deslocamento de perfil	x	0,48	-
Largura	b	200	mm
Ângulo de hélice	β_0	10	graus
Ângulo de pressão	α_0	20	graus
Folga de flanco	s		-
Precisão	-	Baixíssima	-
Raio de pé de dente	rarred	Automático	mm
Diâmetro de cabeça	da	66,8666958	mm
Diâmetro de pé de dente	di	50,42389027	mm
Comprimento da evolvente	-	Automático	mm
Gap	-	0,01	mm
Sentido da hélice	-	0	-

Figura 50 - Parâmetros necessários para criação do dente

Abaixo, uma explicação de cada um dos parâmetros:

1º) Número de dentes da engrenagem. (auto-explicativo)

2º) Módulo. O módulo deve ser colocado em milímetros. O programa não tem a opção para *diametral pitch* em polegadas.

3º) Deslocamento de perfil da engrenagem.

4º) Largura do dente. Nessa seção, digite a espessura, em milímetros, da engrenagem.

5º) Ângulo de hélice. Nessa seção define-se o ângulo de hélice da engrenagem em graus. O sentido da rotação da hélice será colocado posteriormente.

6º) Ângulo de pressão da engrenagem que deve ser colocado em graus.

7º) Folga de flanco da engrenagem. Pode-se escolher entre não ter folga, ter folga com qualidade E ou ter folga com qualidade N (definidas na norma). Esse item representa a folga que a engrenagem apresenta no flanco do dente. Ela é aplicada nos dois flancos, independente de qual que é o de trabalho. A norma define um número máximo e um número mínimo para este valor. O presente programa utiliza em sua rotina a média dos dois valores. (Futuros desenvolvimentos poderão permitir o flanco a ser aplicada a folga e se deseja-se o valor máximo ou mínimo).

8º) Precisão. Pode-se escolher qualquer valor entre 0,03 e 0,3. Esse valor representa a distância entre um ponto e outro e não tem nada a ver diretamente com o número de pontos que serão utilizados para gerar a evolvente (a mesma precisão em duas engrenagens diferentes pode ter número de pontos totalmente distintos). Quanto menor o número escolhido, maior a precisão do dente. Recomenda-se tomar cuidado, pois uma precisão muito alta requer mais do processamento do computador, podendo levar alguns minutos.

9º) Raio de arredondamento do pé do dente. Se for pedido para ser calculado automaticamente, valerá $0,3 * m$. Podem ser escolhidos outros valores.

10º) Diâmetro da cabeça. Deve ser colocado o diâmetro do topo da cabeça da engrenagem em mm.

11º) Diâmetro de pé de dente. Deve ser colocado o diâmetro do pé do dente (da raiz) da engrenagem em mm.

12º) Comprimento da evolvente. Deve-se entrar aqui com o valor, em mm, do “perímetro” da evolvente, para que o programa calcule corretamente o perfil do dente. Se for colocado “Automático” o programa tentará buscar um comprimento de forma que o raio de arredondamento seja tangente à evolvente.

13º) Gap. É um valor que será adicionado à largura de cada lado da engrenagem e que será removido posteriormente, na segunda macro. Ele impede que problemas devido à revolução do dente (para a geração da engrenagem) sejam levados para a análise de elementos finitos.

14º) Sentido de hélice. Informação é apenas necessária se a engrenagem for helicoidal. Deve-se digitar 1 se a hélice possuir sentido horário e 0 se possuir sentido anti-horário. A Fig. (51) abaixo ilustra melhor esse aspecto da engrenagem.

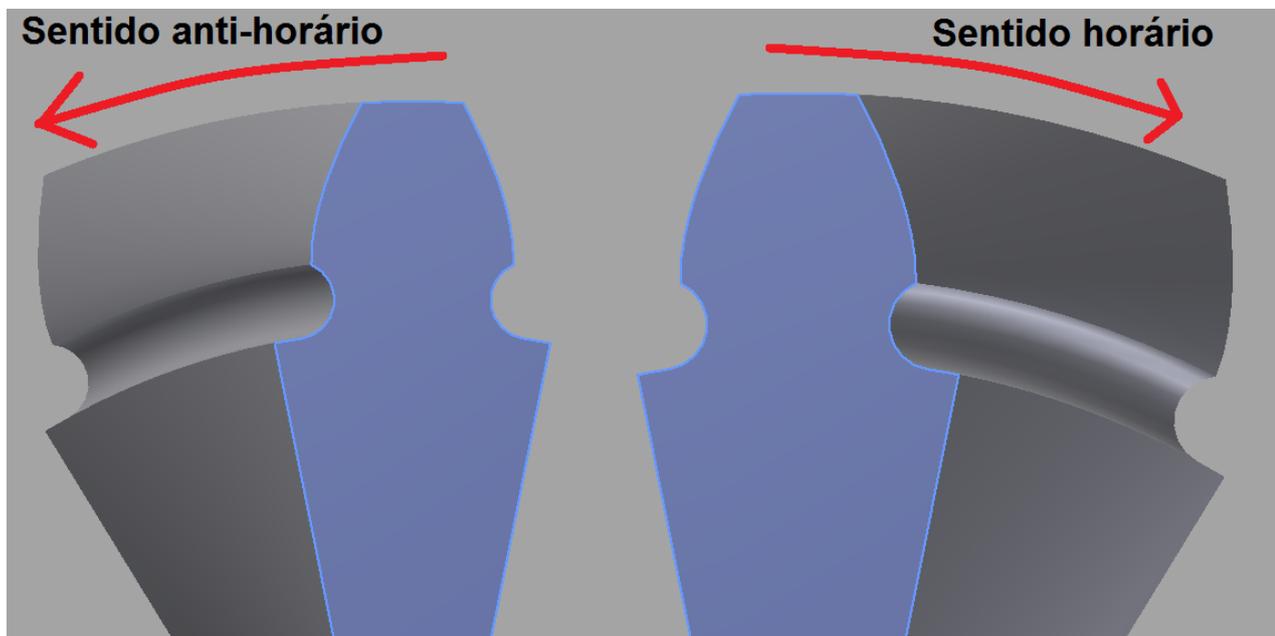


Figura 51 - Indicação do sentido horário / anti-horário numa engrenagem helicoidal

Posteriormente, acesse o ícone Macros do Inventor. Ele fica acessível na aba **Ferramentas (Tools)**, seção **Opções (Options)** e ícone **Macros**. (Ver Fig. (52))

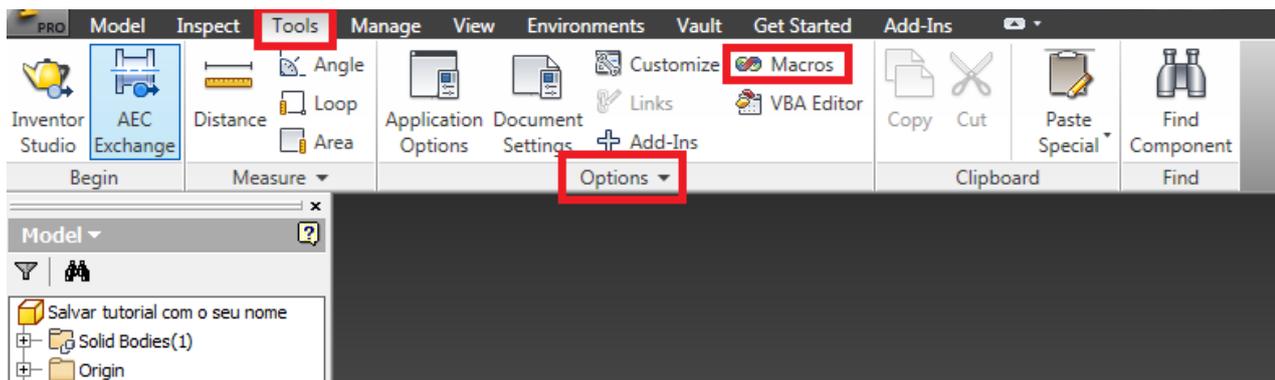


Figura 52 - Localização do comando MACRO no Inventor

Uma vez clicado, aparecerá um menu com as seguintes opções: **Corrigir_engrenagem_para_elementos_finitos** e **Gerador_de_Evolventes**. Clique em **Gerador de Evolventes** (como na figura) e em **Executar**. (Ver Fig. (53))

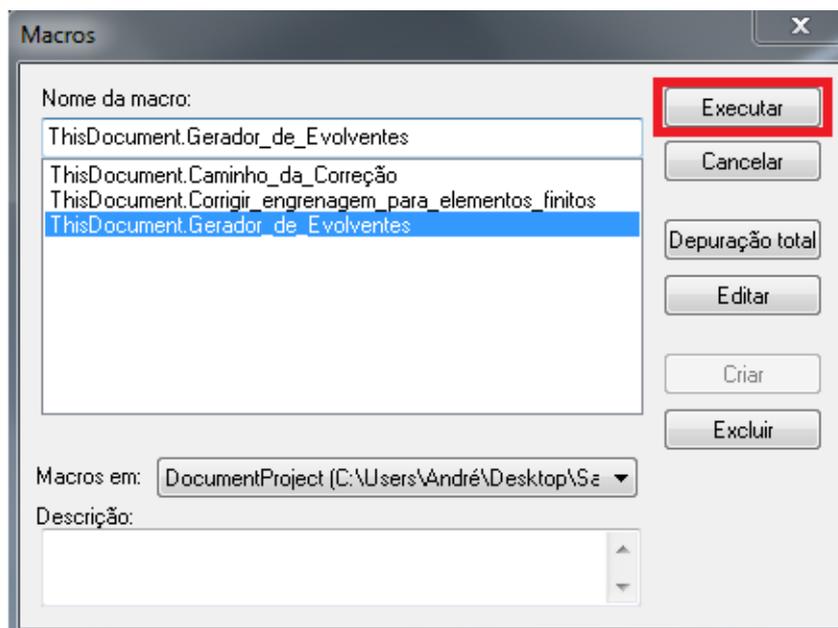


Figura 53 - Programa que gera o dente da engrenagem

Quando terminar de rodar o programa, o dente será plotado.

Um dente gerado pelo programa está na Fig. (54).

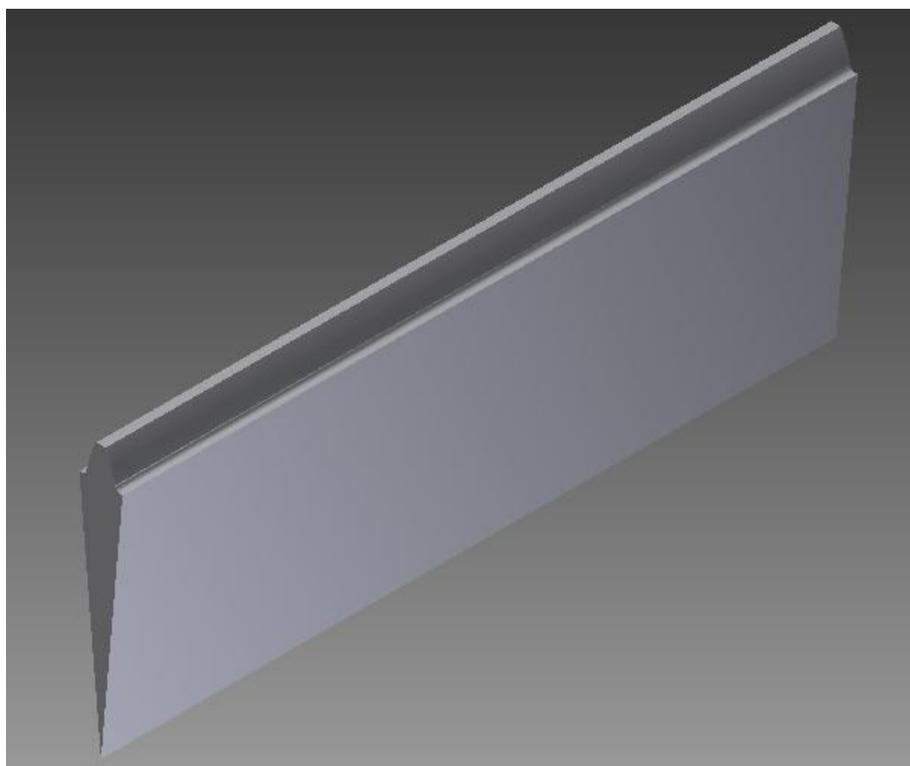


Figura 54 - Dente plotado pelo programa

C. REVOLUCIONANDO OS DENTES DA ENGRENAGEM

Agora, pode-se gerar toda a engrenagem.

Vá à opção Padrão Circular na aba **Modelo**, seção **Padrão**, ícone **Padrão Circular**. (Ver Fig. (55))

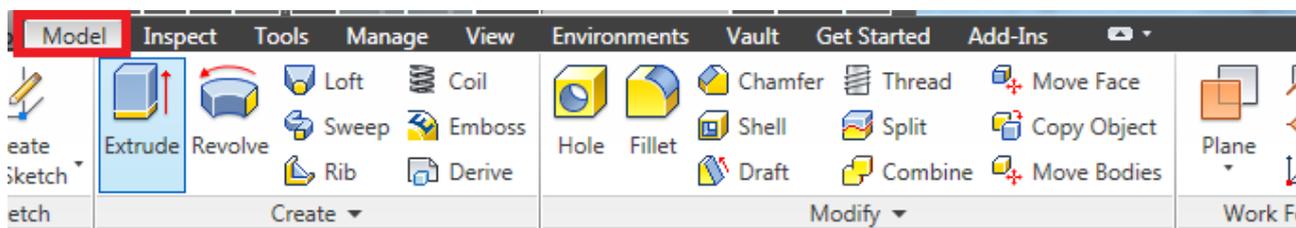


Figura 55 – Localização do comando Padrão Circular

Selecione a opção  e na opção eixo, selecione o eixo Z (Z Axis, em verde, na Fig. (56)). Entre com o número de dentes na caixa que aparecerá e clique OK. Essa parte da engrenagem está quase pronta.

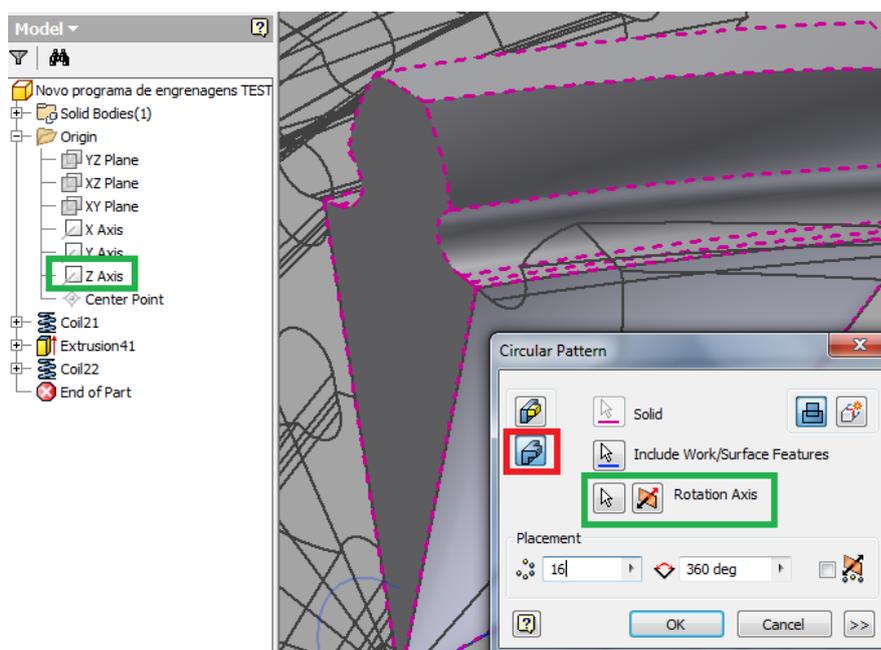


Figura 56 - Comandos a serem executados para revolucionar uma engrenagem (tanto reta quanto helicoidal)

A engrenagem pronta está mostrada na Fig. (57).

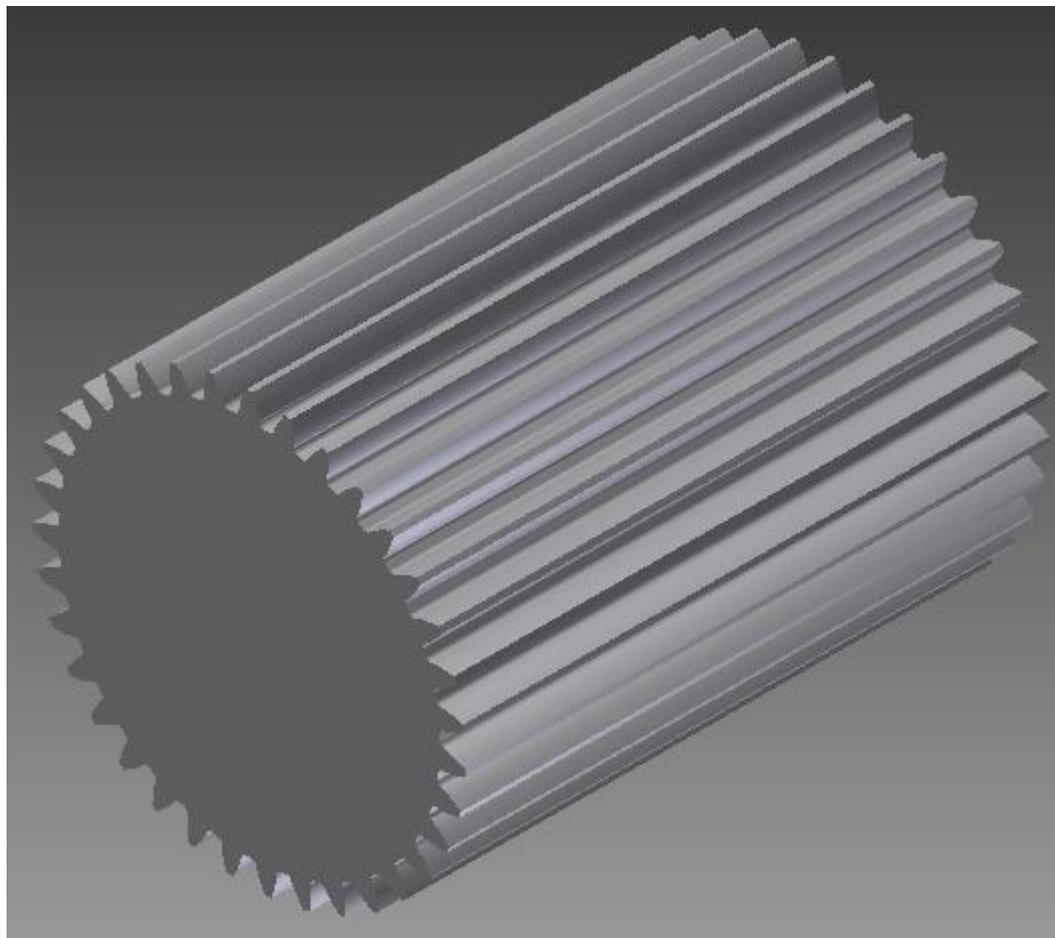


Figura 57 - Engrenagem revolucionada

D. FAZENDO O ACABAMENTO DA ENGRENAGEM PARA ELEMENTOS FINITOS

Essa é a parte mais fácil do procedimento, pois envolve apenas executar uma macro.

Para utilizar o programa, primeiramente abra o arquivo com a engrenagem revolucionada (seja a camada, seja o núcleo) e a planilha GerEngBETA.xlsx do Excel. Aconselha-se manter apenas uma planilha do Excel aberta, pois o programa

pode sobrescrever outras planilhas. Posteriormente, acesse o ícone Macros do Inventor. Ele fica acessível na aba **Ferramentas (Tools)**, seção **Opções (Options)** e ícone **Macros**. (Fig. (52))

Uma vez clicado, aparecerá um menu com as seguintes opções: **Corrigir_engrenagem_para_elementos_finitos** e **Gerador_de_Evolventes**. Clique em **Corrigir engrenagem para elementos finitos** (como na figura) e em **Executar**. (Ver Fig. (58))

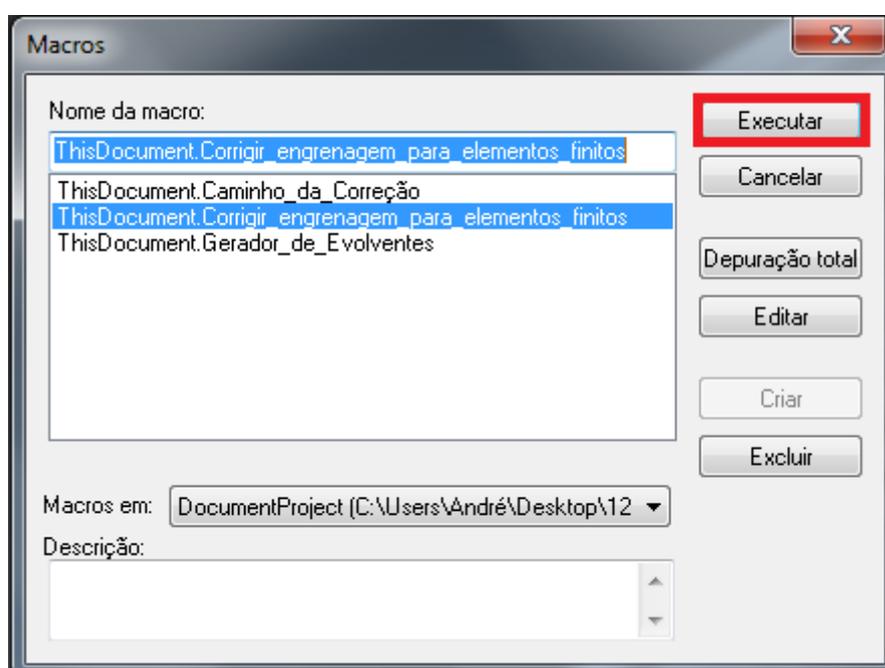


Figura 58 - Macro "Corrigir engrenagem para elementos finitos"

A engrenagem pronta está mostrada na Fig. (59). Agora já se pode utilizá-la em algum software de elementos finitos. A diferença entre a engrenagem corrigida para elementos finitos e a outra é simplesmente o arredondamento dos cantos superiores do dente. Isso pode ser facilmente visualizado comparando a Fig. (57) com a Fig. (59).

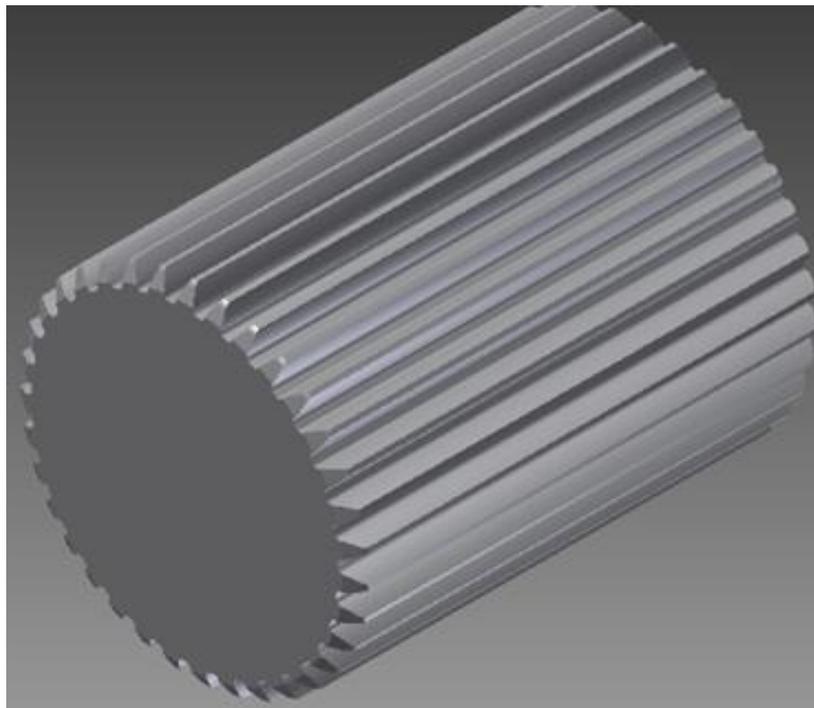


Figura 59 - Engrenagem pronta para elementos finitos

E. PROBLEMAS COMUNS

Na planilha tem um espaço que informa se há algum erro com os dados de entrada. Este lugar está mostrado na Fig. (60).

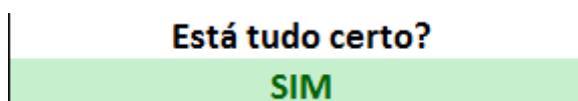


Figura 60 - Informativo de problemas

São dois os principais problemas com o programa.

O primeiro tem a ver com a circunferência de base (início da evolvente), com a circunferência de raiz (do pé do dente) e com o raio de arredondamento do pé do dente.

No caso mais crítico, (ilustrado na Fig. (61)), tem-se que:

$$d_{base} = d_{pé} + 4 * r_{arred}$$

Se $d_{base} > d_{pé} + 4 * r_{arred}$ então há um erro, já que o raio de arredondamento deve ser maior que o colocado. Nesses casos o programa fica instável e qualquer resultado pode ser apresentado. Para corrigir, ou aumente o diâmetro de pé, ou aumente o raio de arredondamento.

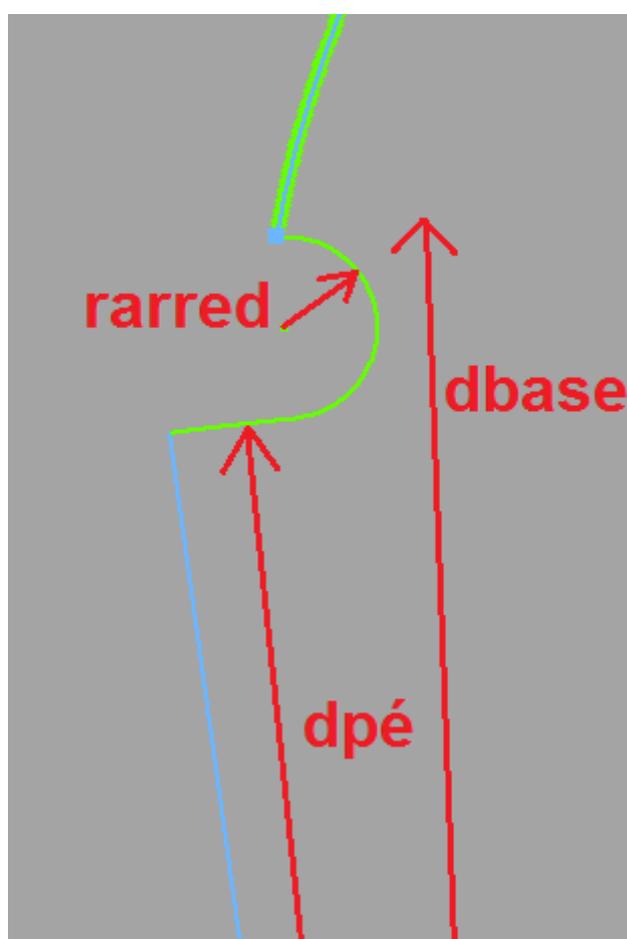


Figura 61 - Primeiro erro comum

Outro problema é que, de acordo com o tamanho da evolvente colocada, a circunferência se desloca demais para fora da zona de um dente (como mostrado na Fig. (62)).

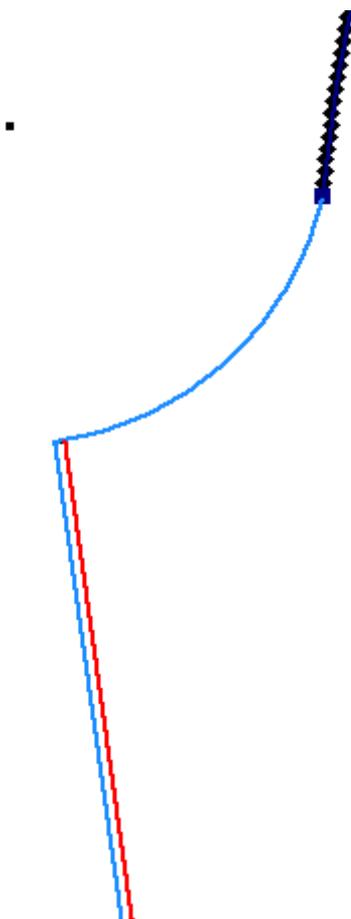


Figura 62 - Segundo erro comum

Nesta figura, o raio de arredondamento está em azul claro. A reta em azul mostra o centro do raio de arredondamento, que está à esquerda da reta vermelha que delimita o extremo do espaço angular de um dente. Esse erro pode ser corrigido diminuindo o tamanho da evolvente.

Todos os demais erros que o programa apresentava foram corrigidos.