**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

JULIANO TODESCO

**OTIMIZAÇÃO DO CONTROLE DA DINÂMICA LONGITUDINAL DO TREM DE
CARGA EQUIPADO COM UM SISTEMA DE FRENAGEM ELETROPNEUMÁTICO
(ECP)**

**São Paulo
2011**

JULIANO TODESCO

Otimização do controle da dinâmica longitudinal do trem de carga equipado com um sistema de frenagem eletropneumático (ECP)

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Área de Concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

São Paulo
2011

Nome: TODESCO, Juliano

Título: Otimização do controle da dinâmica longitudinal do trem de carga equipado com um sistema de frenagem eletropneumático (ECP)

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____ Instituição: _____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____ Instituição: _____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____ Instituição: _____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Todesco, Juliano

Otimização do controle da dinâmica longitudinal do trem de carga equipado com um sistema de frenagem eletropneumático (ECP) / J. Todesco. -- São Paulo, 2011.

85 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

**1. Trens (Controle) 2. Dinâmica veicular 3. Freios (Sistemas)
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.**

Dedico aos meus pais, Araldo e Maura, pelo constante apoio e amor, à minha Tia Cris em nome de todos meus tios e tias, aos meus cinco irmãos e irmãs, ao meu sobrinho Henrique pelos momentos de descontração e à minha Vó Dala e ao meu Vó Olavo (em memória) que me ajudaram nessa minha empreitada.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa, pela confiança e orientação.

Aos meus pais, Araldo e Maura, por tudo que fizeram em nome de minha educação, e, sobretudo, pelo amor e apoio incondicional que sempre me deram em todos os aspectos de minha vida.

Aos meus familiares, em especial à minha tia Cristina, ao meu avô Olavo, à minha avó Idalina e aos meus padrinhos, tia Avani e tio Aroldo, que com toda certeza fazem parte desta minha conquista.

Aos meus grandes amigos pelos momentos de farra, mas também pelos momentos em que compartilhamos as angústias e dividimos o fardo das tarefas acadêmicas.

Aos meus irmãos, Fabiana, Carolina, Virgínia, Humberto e Priscila, ao meu sobrinho Henrique e aos meus primos e primas, em especial ao Enzo, pela convivência e pelos momentos de alegria.

À Aaricia pelo companheirismo e amor.

RESUMO

Este trabalho é construído a partir do estudo da dinâmica longitudinal do trem. Buscou-se focar na otimização dos modelos de controle atuando sobre os freios e o sistema de tração dos trens de carga. Dois tipos de controle em malha fechada foram desenvolvidos: um atua sobre o percurso do trem (ações sobre os freios e a tração) enquanto o outro, tenta mitigar as ondas de choque resultadas, por exemplo, pela transição brutal de uma condição de tração para frenagem ou o contrário (ação sobre os freios). Essas ondas podem provocar impactos entre os veículos, o que danifica a estrutura do trem e as cargas transportadas e pode causar possíveis acidentes.

O primeiro tipo de controle retoma técnicas já conhecidas, mas considera separado a tração e o freio dinâmico do freio pneumático. Essa distinção exprime de um modo mais representativo as condições reais. O uso do método LQR tornou efetivo a otimização do controle. Os gastos de funcionamento do trem, ou seja, força nos acoplamentos, consumo de combustível e desvio da velocidade real em comparação com a velocidade pretendida, intervêm na determinação das matrizes pesos Q e R do controle LQR. O segundo tipo constitui uma inovação das técnicas de controle. Através de um controle gradual sobre os freios, os objetivos ambicionados são dissipar mais rapidamente as ondas de choque e assim, diminuir as solicitações sobre os acoplamentos e o resto da estrutura dos veículos.

ABSTRACT

Control optimization of the longitudinal dynamics of long-haul freight train equipped with electronically controlled pneumatic brake system (ECP)

This work is established by studying the longitudinal dynamics of long-haul freight trains. The basic aim is to focus on the optimization of control models acting on the brakes and the traction system. Two different closed-loop controls have been developed: one acts on the route of the train (action on the brakes and traction system) and the other proceeds to mitigate the shock waves resulting, for example, from the abrupt transition from a traction phase to braking or otherwise (action on the brakes). These waves can produce impacts between vehicles, damage the structure of the train and the goods carried and lead to potential accidents.

The first controller uses techniques already known, but separates the traction and dynamic braking from the pneumatic brake. This distinction reflects better the real conditions of rail transport. The use of LQR method made the control optimization effective. The running costs of the train – in-train force, fuel consumption and speed deviation compared to desired speed – are implicated in determining the weight matrices Q and R of LQR control. The second controller provides an innovation of control strategies. Through a gradual control over the brakes, the ambition is to quickly dissipate shock waves and so reduce the burden on the couplers and the structure of the vehicles.

Lista de Figuras

Figura 1 - Forças de Compressão (Sup.) e de Tração(Inf.) (R. S. Barbosa, 1993).....	16
Figura 2 - Curva do ACT (R. S. Barbosa, 1993).....	17
Figura 3 - Declive	19
Figura 4 - Ângulo de Curvatura.....	20
Figura 5 - Diagrama de Força sobre o Trem	21
Figura 6 - Configuração do servossistema para freios unificados.....	30
Figura 7 - Trem com controle adaptativo	32
Figura 8 - Configuração do servo sistema para o controle adaptativo.	35
Figura 9 - Configuração do Servossistema para Freios Individualizado.....	40
Figura 10 - Modos de Vibrar	45
Figura 11 - Mapa de pólos e zeros do sistema.....	46
Figura 12 - Controle homogêneo, ênfase em velocidade	57
Figura 13 - Controle homogêneo ênfase em força	58
Figura 14 - Controle homogêneo ênfase em energia.....	59
Figura 15 - Controle adaptativo ênfase em velocidade	60
Figura 16 - Controle adaptativo ênfase em força	61
Figura 17 - Controle adaptativo ênfase em energia.....	62
Figura 18 - Controle individualizado ênfase em velocidade.....	63
Figura 19 - Controle individualizado ênfase em força	64
Figura 21 - Controle individualizado ênfase em energia.....	65
Figura 22 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo.....	69
Figura 23 - Força nos acoplamentos para impulso no primeiro veículo.	69
Figura 24 - Impulso no primeiro veículo, sem controle atenuador. Velocidade (esquerda) e Força (direita).	69
Figura 25 - Controle do atenuador velocidade media para um impulso no primeiro veículo. .	70
Figura 26 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média.	70
Figura 27 - Força nos acoplamentos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média.	71
Figura 28 - Impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média. Velocidade (esquerda) e Força (direita)	71
Figura 29 - Controle do atenuador velocidade mediana para um impulso no primeiro veículo.	72

Figura 30 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade mediana.	72
Figura 31 - Força nos acoplamentos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade mediana.	73
Figura 32 - Impulso no primeiro veículo, com controle atenuador mediana. Velocidade (esquerda) e Força (direita).....	73

Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Diferentes pontos de potência da locomotiva	13
Gráfico 2 - Força de tração para diferentes pontos de potência da locomotiva.....	14
Gráfico 3 - Forças máximas nos acoplamentos para os controles homogêneo, adaptativo e individualizado com diferentes ênfases.....	67
Gráfico 4 - Energia gasta na tração para os controles homogêneo, adaptativo e individualizado com diferentes ênfases.....	67

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Modo de vibrar	45
Tabela 2 - Parâmetros do trem.....	55
Tabela 3 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em velocidade	57
Tabela 4 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em força	58
Tabela 5 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em energia.....	59
Tabela 6 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em velocidade	60
Tabela 7 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em força	61
Tabela 8 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em energia.....	62
Tabela 9 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em velocidade	63
Tabela 10 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em força	64
Tabela 11 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em energia.....	65
Tabela 12 - Comparação dos índices dos controles homogêneo, adaptativo e individualizado para as diferentes ênfases.	66

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
DESCRIÇÃO DO TREM	12
1.1 Comboio	12
1.2 Sistema de Tração	12
1.3 Sistema de Freio Pneumático	14
1.4 Acoplamento	15
1.5 Via Férrea	17
MODELO DO TREM	18
CONTROLE	22
1.6 Pré Processamento	22
1.7 Controle em Malha Fechada	25
1.7.1 Homogêneo	27
1.7.2 Adaptativo	31
1.7.3 Individualizado	37
CONTROLABILIDADE DE SAÍDA	43
1.1 Modo de Vibrar Livre	44
CONTROLE LQR	47
ATENUADOR DE ONDA DE CHOQUE	50
1.2 Controle do Atenuador	51
1.2.1 Método por Velocidade Média	53
1.2.2 Por Velocidade Mediana	54
RESULTADOS	55
1.3 Controle Malha Aberta	56
1.4 Controle em Malha Fechada	56
1.5 Controle Homogêneo	57
1.6 Controle Adaptativo	60

1.7	Controle Individualizado.....	63
1.8	Atenuador de Onda de Choque	68
	CONCLUSÃO	74
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS.....	77

INTRODUÇÃO

Atualmente, no mundo inteiro, os construtores de trens de carga estão altamente submetidos à busca de lucratividade imposta pelas empresas de mercadorias. A fim de reduzir os custos operacionais e de maximizar as economias de escala, essas empresas exigem trens mais pesados, mais velozes e mais compridos.

A capacidade de transporte de cargas encontra-se na casa de 10 mil toneladas. Em alguns casos, o comprimento do conjunto vagões-locomotiva(s) já excede os 2,5 km e o número de vagões pode alcançar 200 veículos ou mais. Os maiores trens de carga geralmente transportam matérias-primas como minério de ferro e carvão. Com o propósito de estabelecer novos recordes, alguns testes foram realizados na Austrália e na África do Sul com trens atingindo um comprimento de mais de 7 km para o transporte de minérios. Embora hoje sejam só testes, é provável que esses trens gigantes tornem-se comuns.

Devido à complexificação crescente dos trens, é possível dizer que muitos desafios ainda precisam ser resolvidos. Por exemplo, o aumento da carga e do número de veículos produz uma ampliação considerável dos esforços entre os veículos. Os trens são compridos e altamente carregados e os efeitos de ordem dinâmica interna tornam-se pronunciados e menos previsíveis aos comandos do maquinista (R. S. BARBOSA, 1993).

O estudo dos sistemas da dinâmica ferroviária iniciou-se na década de 1960, em um momento marcado pelo enfrentamento dos limites de velocidade e de peso dos trens, juntamente com o aumento da capacidade dos computadores que permitiu os estudos da dinâmica do trem. Na época, a AAR (Association of American Railroads) trabalhou nos seus primeiros modelos de consumo energético.

Outros centros importantes se debruçaram no estudo da dinâmica ferroviária, como por exemplo: a União das Ferrovias da Europa (UIC) por meio do Escritório de Pesquisa e Experimentos (Office for Research and Experiments - ORE), o Japan National Railway- JNR (realizaram estudos sobre trens implementados no Brasil no

complexo de minério de Carajás) e os centros de pesquisa do Canadá, país que possui uma malha ferroviária extensa e desenvolve várias pesquisas sobre o assunto.

Atualmente, os países que apresentam uma produção técnico-científica crescente em dinâmica ferroviária de trens de carga são a China e a Austrália, sendo que ambos têm territórios extensos e a ferrovia revela-se ser o principal meio de transporte das mercadorias, principalmente dos minérios. Essas características são semelhantes às do Brasil que tem o quinto maior território do mundo, mas que ainda precisa ampliar sua malha ferroviária.

No Brasil, são conhecidos os primeiros estudos feitos no Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo - IPT, na Divisão de Tecnologia de Transportes - DITT, que na década de 80 possuía um corpo técnico de Desenvolvimento Ferroviário. Há trabalhos como de L. C. Felício (1984), *Modelagem e Simulação do Comportamento Dinâmico de uma Composição Ferroviária* e de R. S. Barbosa (1993), *Estudo da Dinâmica Longitudinal do Trem*.

Os pesquisadores chineses M. Chou, X. Xia e C. Kayser (2007), no estudo *Modelling and model validation of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems*, exploram a modelagem de trens de carga equipados com freios que não possuem como controle o mecanismo pneumático, mas sim o controle eletrônico. Este tem uma resposta mais rápida que não gera atrasos na atuação do freio entre os vagões e permite utilizar um controle de malha fechada.

O controle eletrônico dos freios também foi tratado por M. Chou e X. Xia (2007), em *Optimal Cruise controle of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems*. Eles apresentam uma forma de construir um controle de malha fechada que permite ajustá-lo considerando minimizar o desvio da velocidade pretendida, as forças nos acoplamentos e o gasto de energia. É uma configuração na qual o controle é adaptativo e dependendo do relevo. O trabalho de X. Xia e J. Zhang (2010) interessa-se pelas relações entre os sistemas de controle dos trens heavy-haul e a eficiência energética baseada na classificação POET. Essa

classificação da eficiência abrange a execução, a operação, o equipamento e a tecnologia, ou POET, seguinte a sigla inglesa.

Prever o comportamento e ter controle sobre o trem é certamente o interesse do setor ferroviário. Por isso, o progresso do modal ferroviário está cada vez mais baseado nos sistemas de controle moderno. Iniciada nos anos 60, a teoria do controle moderno é construída a partir do conceito de estado e é aplicada a sistemas de entradas e saídas múltiplas (OGATA, 2003).

No âmbito ferroviário, o uso do controle moderno leva em consideração diversas variáveis – como, por exemplo, os diversos graus de liberdade do trem, as forças de resistência ao rolamento e/ou os vários atuadores em ação – e permite assim enxergar o sistema inteiro. Também permite a realização de um controle integrado, ou seja, a unificação de sequências múltiplas dentro do mesmo controle. A tração distributiva, em que mais de um conjunto de locomotivas ao longo do trem ajuda a diminuir a concentração de esforços na frente, é um exemplo do controle integrado. Os conjuntos operam sabendo das condições dos outros conjuntos assim como dos esforços produzidos por eles.

Uma das aplicações principais de um sistema de controle é oferecer as condições técnicas para uma melhora da produtividade do transporte ferroviário. De fato, eles relevam-se essenciais tanto para reduzir ao máximo os custos gerados, através de uma estratégia de otimização da operação do trem, quanto para melhorar a segurança. Por exemplo, mais segurança no transporte pode ser atingida primeiramente com o respeito das velocidades autorizadas no trecho da via.

Consumo de energia, tempo de viagem e manutenção são os três parâmetros importantes que entram em jogo para a determinação dos custos operacionais dos trens de carga. Primeiro, o consumo de energia é proporcional à quantidade de ação de controle utilizada. Segundo, o não cumprimento dos prazos de entrega das mercadorias pode provocar multas. E terceiro, os custos de manutenção e de reparação dependem do uso e dos desgastes dos equipamentos (M. CHOU; X. XIA, 2006). O estudo da dinâmica longitudinal e a otimização dos modelos de controle participam da tentativa de barateamento do setor ferroviário.

As duas variáveis chaves de operação do sistema são a tração e as forças de frenagem que o motorista exerce sobre o freio (M. CHOU; X. XIA; C. KAYSER, 2007). Nos trens de carga atuais, o uso do sistema de frenagem pneumático controlado eletronicamente (ECP) é motivado pelas razões seguintes: redução das distâncias de frenagem, aumento do controle sobre o trem, melhoramento da segurança, diminuição do consumo de combustível e dos desgastes do sistema de frenagem (R. C. KULL, 2001).

Por meio das técnicas de controle moderno em malha fechada, esse trabalho procura otimizar o controle da dinâmica longitudinal do trem e ter mais comando e flexibilidade sobre os freios e a tração. O trabalho desenvolve dois tipos de controle: um atua sobre o percurso do trem (ações sobre os freios e a tração) enquanto a outra tenta minimizar as ondas de choque provocadas pelos impactos sobre a estrutura dos veículos (ação sobre os freios).

O primeiro tipo de controle retoma técnicas já conhecidas, mas considera separado a tração e o freio dinâmico do freio pneumático. Como será apresentada, essa distinção exprime de um modo mais representativo as condições reais. O segundo tipo constitui uma inovação das técnicas de controle. Através de um controle gradual sobre os freios, os objetivos ambicionados são dissipar mais rapidamente as ondas de choque e assim, diminuir as solicitações sobre os acoplamentos e o resto da estrutura dos veículos.

DESCRIÇÃO DO TREM

1.1 Comboio

O trem é composto de diversos veículos conectados por acoplamentos. A fonte de energia de tração são as locomotivas, onde os motores produzem torque para as rodas. Os vagões são unidades do trem sem tração e podem assumir diferentes usos: transporte de passageiros, produtos agrícolas, industriais e minérios, entre outros. Dependendo da utilização, o comprimento e a formação podem modificar-se. A tração é geralmente feita pela dianteira do trem, mas já há trens operando com tração distribuída.

O peso total de cada veículo é constituído pelo somatório do peso próprio da estrutura do veículo (tara) e da carga transportada (lotação). Para o modelamento, a inércia correspondente à massa total deve ser acrescida da inércia correspondente às partes girantes do veículo (rodeiros).

Ao movimentar-se, o veículo possui uma resistência intrínseca ao rolamento devido aos mancais e ao atrito entre as rodas e os trilhos. À medida que a velocidade aumenta, surgem efeitos de origem aerodinâmica de arraste devido à área frontal e às irregularidades laterais.

1.2 Sistema de Tração

O trem é impulsionado pelas locomotivas. De modo simplificado, podemos descrevê-las como unidades motrizes que transmitem torque para os rodeiros produzindo o esforço de tração. Este é transmitido de vagão à vagão pelos acoplamentos e propagado por todo o trem.

Muitas vezes, a unidade motriz é um motor diesel acoplado a um gerador elétrico e este aos motores de tração. O motor diesel é uma unidade primária que gera torque para que o gerador produza energia elétrica. Este, por sua vez, fornece energia elétrica aos motores de tração. Geralmente, cada eixo da locomotiva recebe um motor de tração que está acoplado a um rodeiro por uma caixa de redução por engrenagens.

A potência de saída do motor primário é primeiramente determinada pela velocidade de rotação (RPM) e pelo consumo de combustível, que são regulados por um governador ou um mecanismo similar. O governador é projetado para reagir ao regulador de aceleração, que é determinado pelo maquinista e pela velocidade na qual o motor primário está girando.

Deste modo, a potência fornecida pelo motor primário é dada pelo gráfico de potência verso velocidade, sendo potência igual à força vezes velocidade. A força de tração dos motores elétricos será função da potência elétrica fornecida pelo conjunto motor diesel – gerador dividido pela velocidade (gráficos 1 e 2).

O maquinista tem controle sobre a potência de tração da locomotiva e assim sobre a velocidade através de uma chave de pontos com geralmente 9 posições, uma neutra e mais 8 potências escalonadas. As posições são geralmente referidas por “run” ou “notch”. No modelo, o controle poderá transitar por toda área inferior a linha de maior potência, respeitando a taxa de variação e a potência máxima fornecida pelo motor primário da locomotiva.

Gráfico 1 - Diferentes pontos de potência da locomotiva

Gráfico 2 - Força de tração para diferentes pontos de potência da locomotiva

A locomotiva é equipada com dois tipos de freio: o freio dinâmico e o freio pneumático independente. A frenagem dinâmica acontece quando os motores de tração são utilizados como gerador elétrico e a energia produzida é dissipada em bancos de resistores. A lei de Lenz mostra que a geração de energia no motor produz um torque resistivo responsável pela desaceleração do trem. O freio pneumático é um sistema que aciona as sapatas de freio nos rodeiros e tem seu acionamento independente ao freio dinâmico. As forças de tração e de frenagem são efetivas se respeitar o limite de adesão das rodas aos trilhos. O limite de adesão depende da força normal e das condições do contato que influenciam o coeficiente de atrito tais como a chuva ou a oleosidade sobre o trilho.

1.3 Sistema de Freio Pneumático

O sistema de frenagem é composto por um reservatório principal localizado na locomotiva, alimentado por compressores de ar. Uma linha de tubulação pneumática fornece o ar pressurizado para os reservatórios auxiliares da primeira locomotiva até o último vagão.

Durante anos, o mecanismo de controle tem sido baseado em pneumática. Nesta configuração, o maquinista controla a aplicação ou a liberação do freio através da válvula manipuladora. Esta válvula aplica uma perda de carga na tubulação pneumática e o freio é acionado quando detecta uma queda de pressão na linha. Devido à sua natureza pneumática, a queda de pressão propaga-se a uma

velocidade ligeiramente menor que a velocidade do som, cerca de 280 m/s. Para um trem de 200 vagões com um comprimento próximo aos 2,5 quilômetros, o atraso do sinal aproxima de 8 – 10 segundos.

Adicionando o atraso do atuador, a aplicação completa do freio normalmente requer 3 minutos. Uma vez que o freio foi acionado, a aplicação de frenagens consecutivas é limitada pela pressão residual no reservatório de compensação. A recarga completa do reservatório auxiliar do freio pode levar até 15 min (M. CHOU; X. XIA; C. KAYSER, 2006). O trabalho de modelagem de R. S. Barbosa (1993) considera este efeito complexo de atraso na aplicação dos freios.

O controlador eletrônico de sistema de freio pneumático substitui o controle pneumático por sinais eletrônicos, enquanto ainda utiliza o mecanismo de freio pneumático. O tubo pneumático agora é utilizado apenas para carregar os reservatórios de cada vagão. O tempo de aplicação é reduzido e, por utilizar-se de sinais eletrônicos, a aplicação do freio é variável. Isso permite uma modelagem linear, com taxa de aplicação máxima e valor limite (M. CHOU; X. XIA; C. KAYSER, 2007). O freio eletropneumático reduz o tempo de resposta para próximo de 10 segundos (SPOONET, 2002), pois um sinal eletrônico é usado no comando do sistema de freio.

1.4 Acoplamento

Os veículos estão fisicamente unidos pelos acoplamentos, os quais transmitem as forças entre os veículos consecutivos. Em cada engate, tem um aparelho de choque e tração (ACT) que, acoplado com um outro engate, forma um conjunto como representado na figura 1. Ela apresenta um esquema do acoplamento e o caminho dos esforços.

Na parte superior da figura, o acoplamento está submetido à compressão. Como representado, os dois ACT estão comprimidos. Na parte inferior, o acoplamento está tracionado e o ACT novamente comprimido. Durante a transição entre as duas fases, o ACT está totalmente relaxado e ainda fica uma folga entre os batentes chamada de folga intrínseca do ACT.

Figura 1 - Forças de Compressão (Sup.) e de Tração(Inf.) (R. S. Barbosa, 1993)

A função do aparelho de choque e tração é absorver a energia dos impactos, dissipando-os para reduzir os picos de força entre os veículos. Basicamente, o ACT

é composto por uma mola e uma cunha de fricção. A curva do ACT é dada pela força verso deslocamento (figura 2, Barbosa (1993)).

Figura 2 - Curva do ACT (R. S. Barbosa, 1993)

As folgas existentes provocam uma pequena rigidez na ligação que permite uma variação de velocidade relativa entre dois veículos adjacentes, resultando em impactos quando as folgas se fecham ou se abrem (R. S. BARBOSA, 1993).

A folga intrínseca e a não linearidade do ACT são complicadores que não são incluídos nesse modelo. Como visto no trabalho de R. S. Barbosa (1993), o ACT é tratado de forma linear constituído por uma mola e um amortecedor viscoso, assim contorna-se o problema.

1.5 Via Férrea

A via férrea é composta por dois trilhos paralelos. Eles são distanciados um do outro por uma distância chamada de bitola e fixados aos dormentes que são transversais aos trilhos. Os dormentes são assentados ao solo, constituído por pedras britadas e terra compactada.

O conhecimento do perfil topológico dos trilhos é útil para o modelo da dinâmica longitudinal do trem, não importando as irregularidades da via. A declividade resulta em uma força de gravidade agindo sobre os veículos. A curvatura da via férrea provoca uma força de resistência experimentada pelos veículos. No

modelo, esta característica será incorporada e o conhecimento da via é de grande importância para poder representar os esforços.

MODELO DO TREM

No estudo da dinâmica longitudinal do trem feito a partir do isolamento de apenas um veículo, as principais forças em ação são: força de inércia, força nos engates, força de resistência ao movimento e força do freio pneumático. Ao referir-se a uma locomotiva, duas forças têm que ser adicionadas: força de tração e força de freio dinâmico.

Força de Inércia

A inércia é a propriedade na qual a matéria toda resiste à variação da sua velocidade. Aplicando essa propriedade aos trens, temos que levar em consideração o peso próprio (tara) e a carga transportada (lotação) que somados correspondem ao peso total. A isto, uma massa adicional deve ser adicionada. Ela corresponde à inércia angular das partes girantes. A força de inércia será dada pela soma das massas vezes a aceleração do veículo.

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{x}}$$

Forças nos Engates

Os engates têm peculiaridade de trabalho como descrito anteriormente no capítulo dedicado ao acoplamento. Por simplificação, os engates serão tratados como um conjunto de molas em paralelo com um amortecedor do tipo viscoso e linear. Assim, temos um sistema linear amortecido para o acoplamento, descrito da seguinte forma:

$$\mathbf{F} = \underbrace{\mathbf{k}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i+1})}_{\text{Força de mola}} + \underbrace{\mathbf{d}_i(\dot{\mathbf{x}}_i - \dot{\mathbf{x}}_{i+1})}_{\text{Força do amortecedor viscoso linear}}$$

Sendo que i faz referência à posição do veículo ao longo do trem, x ao deslocamento e $\dot{x}$ à velocidade. A força no acoplamento de dois veículos

consecutivos será dada pelo primeiro termo que corresponde à constante de mola (k_i) multiplicada pela diferença dos deslocamentos dos veículos e somada ao segundo termo que corresponde à constante de amortecimento (d_i) multiplicada pela diferença das velocidades.

Força de Resistência ao Movimento

São forças que resistem ao movimento do veículo na direção longitudinal, logo serão sempre opostas à direção do movimento.

a) **Força de resistência ao rolamento.** Ao movimentarem-se, as partes girantes oferecem resistência ao movimento devido ao atrito nos rolamentos assim como ao termo de resistência aerodinâmica (M. CHOU; X. XIA; C. KAYSER, 2006).

$$\mathbf{F} = \underbrace{c_o + c_v \dot{x}}_{F_{\text{rolamento}}} + \underbrace{c_{an} \dot{x}^2}_{F_{\text{aerodinâmica}}}$$

Onde $\dot{x}$ é a velocidade do veículo e as constantes c_o, c_v, c_{an} são obtidas experimentalmente.

b) **Força de resistência devida à inclinação da via.** A força, devida à inclinação da via, corresponde ao componente da força gravitacional na direção longitudinal

$$F = g \sin \theta_i m_i$$

Figura 3 - Declive

Onde θ_i é o ângulo do plano da via em relação ao plano horizontal.

c) **Força de resistência devida à curvatura da via.** Resistência devida à circunscrição de uma curva, ocasionada pela má acomodação dos rodeiros. Esta provoca atritos entre as rodas e os trilhos.

$$F = gm_1 CR_{via_1}^{-1}$$

Sendo R_{via} o raio de curvatura da via férrea, d_e a distância entre o centro dos truques e C é igual a $2 * 10^{-3} * d_e$ (Garg & Dukkipati, 1984).

Figura 4 - Ângulo de Curvatura

Para a representação, as forças de resistência ao movimento são somadas e representadas por R na figura 4.

As forças de atuação ativa são sobre as quais o controle pode ser exercido. Para os vagões, são apenas os freios pneumáticos com controle eletrônico. Já as locomotivas contam com os freios pneumáticos e a tração juntamente com o freio dinâmico. Os atuadores serão tratados apenas como u_i . A intensidade e o instante de ação serão determinados pelo controle. Igualmente, os limites e a taxa de variação da força tanto para o freio como para a tração serão respeitados.

Figura 5 - Diagrama de Força sobre o Trem

A figura 5 representa um trem com as forças em ação movimentando-se para a esquerda. Para cada veículo, teremos as equações do movimento seguintes:

Para o primeiro veículo:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= u_1 - k_1(x_1 - x_2) - d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\
 &\quad - (c_{o1} + c_{v1}\dot{x}_1 + c_{a1}\dot{x}_1^2)m_1 \\
 &\quad - g \sin \theta_1 m_1 - gm_1 CR_1^{-1}.
 \end{aligned}$$

Para os veículos intermediários:

$$\begin{aligned}
 m_i \ddot{x}_i &= u_i - k_i(x_i - x_{i+1}) - k_{i-1}(x_i - x_{i-1}) \\
 &\quad - d_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1}) - d_{i-1}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) \\
 &\quad - (c_{oi} + c_{vi}\dot{x}_i + c_{ai}\dot{x}_i^2)m_i \\
 &\quad - g \sin \theta_i m_i - gm_i CR_i^{-1}, \quad i = 2, \dots, n-1.
 \end{aligned}$$

Para o último veículo do comboio:

$$\begin{aligned}
 m_n \ddot{x}_n &= u_n - k_{n-1}(x_n - x_{n-1}) - d_{n-1}(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) \\
 &\quad - (c_{on} + c_{vn}\dot{x}_n + c_{an}\dot{x}_n^2)m_n \\
 &\quad - g \sin \theta_n m_n - gm_n CR_n^{-1}.
 \end{aligned}$$

CONTROLE

A primeira etapa de modelagem do sistema físico permite-nos obter as equações de movimento do trem. Agora, entra no processo a análise da condição estável do sistema para que, na etapa posterior de linearização, utilize-se a condição estável como ponto de origem do sistema linearizado. De fato, o controle de malha fechada moderno utilizado neste trabalho necessita que o sistema seja linearizado.

Esse processo começa com o cálculo da força necessária para o trem permanecer em uma condição estável. É a condição em que a velocidade do trem permanece constante. Assim, calcularemos, na condição estável, as forças nos acoplamentos e os deslocamentos entre os veículos.

1.6 Pré Processamento

Para avaliar os esforços necessários para manter o trem em movimento, admite-se o estado estável, em que o trem viaja a uma velocidade v_d constante, portanto considerando que a aceleração para cada veículo seja nula e as forças de resistência ao movimento constantes.

Isolando as forças u de cada veículo nas equações do movimento e somando-as, obtemos a força necessária para manter o trem na velocidade v_d

Para o primeiro veículo:

$$u_1 = k_1(x_1 - x_2) + (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_1 + g \sin \theta_1 m_1 + g m_1 C R_1^{-1}$$

Para os veículos intermediários:

$$u_i = k_i(x_i - x_{i+1}) + k_{i-1}(x_{i-1} - x_i) + (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_i + g \sin \theta_i m_i + g m_i C R_i^{-1}$$

Para o último veículo:

$$u_n = k_{n-1}(x_n - x_{n-1}) + (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_n + g \sin \theta_n m_n + g m_n C R_n^{-1}$$

Assim a força resultante dessas operações é dada por:

$$u_t = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$u_t = \sum_{i=1}^n m_i (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2 + g \sin \theta_i + g C R_i^{-1})$$

A força total u_t é a força exigida das locomotivas para manter o trem na velocidade constante v_d . Considerando que as locomotivas contribuem com a mesma força de tração, podemos distribuir igualmente a força total pelo número de locomotivas. Sendo m o número de locomotivas, temos:

$$u_{loc} = u_t/m$$

Para o conjunto de vagões, a força u é igual a zero, pois os freios não estão sendo requeridos. A força nos engates pode ser calculada isolando o termo $k_i(x_i - x_{i+1})$.

Para o primeiro veículo:

$$k_1(x_1 - x_2) = u_1 - (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_1 - g \sin \theta_1 m_1 - g m_1 C R_1^{-1}$$

Para o segundo veículo:

$$k_2(x_2 - x_3) = u_2 - \underbrace{k_1(x_1 - x_2)} - (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_2 - g \sin \theta_2 m_2 - g m_2 C R_2^{-1}$$

Para o terceiro veículo:

$$k_3(x_3 - x_4) = u_3 - \underbrace{k_2(x_2 - x_3)} - (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_3 - g \sin \theta_3 m_3 - g m_3 C R_3^{-1}$$

Para os veículos intermediários:

$$k_i(x_i - x_{i+1}) = u_i - \underbrace{k_{i-1}(x_{i-1} - x_i)} - (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_i - g \sin \theta_i m_i - g m_i C R_i^{-1}$$

Para o último veículo do comboio:

$$k_{n-1}(x_n - x_{n-1}) = u_n - (c_o + c_v v_d + c_a v_d^2)m_n - g \sin \theta_n m_n - g m_n C R_n^{-1}$$

Tendo calculado a força no primeiro engate, utilizamos o resultado para determinar a força no segundo engate. Esse processo será repetido para cada equação, sempre referindo-se ao resultado das equações anteriores, e isso até

dispor de todos os valores para o cálculo da força no último engate. Para obter o valor do deslocamento, dividimos pela constante elástica k_i .

$$\varepsilon_1 = \frac{k_1(x_1 - x_2)}{k_1} = (x_1 - x_2)$$

$$\varepsilon_i = \frac{k_i(x_i - x_{i+1})}{k_i} = (x_i - x_{i+1})$$

$$\varepsilon_{n-1} = \frac{k_n(x_{n-1} - x_n)}{k_n} = (x_{n-1} - x_n)$$

De forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{n-1} \end{pmatrix} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n-1 \times n} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} - m(c_o + c_v v_d + c_a v_d^2) \frac{1}{k} \begin{pmatrix} n-1 \\ n-2 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$- gm \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n-1 \times n} \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \\ \vdots \\ \sin \theta_n \end{pmatrix} - gC \frac{1}{k} \begin{pmatrix} R_1^{-1} \\ R_2^{-1} \\ \vdots \\ R_n^{-1} \end{pmatrix}$$

A partir da posição do primeiro veículo x_1 ; podemos calcular a posição de todos os demais veículos:

Posição do segundo veículo:

$$x_2 = \varepsilon_1 + x_1$$

Posição do terceiro veículo:

$$x_3 = \varepsilon_2 + x_2$$

Posições dos veículos intermediários:

$$x_i = \varepsilon_{i-1} + x_{i-1}$$

Posição do último veículo do comboio:

$$x_n = \varepsilon_{n-1} + x_{n-1}$$

Para determinar a posição absoluta, há necessidade de somar o comprimento de cada veículo, sendo que a posição absoluta do primeiro veículo é igual a posição relativa, ou seja, X_1 (absoluto) igual x_1 (relativo). Assim temos:

Posição absoluta do segundo veículo:

$$X_2 = \varepsilon_1 + X_1 + L_1$$

Posição absoluta do terceiro veículo:

$$X_3 = \varepsilon + X_2 + L_2$$

Posições absolutas dos veículos intermediários:

$$X_i = \varepsilon_{i-1} + X_{i-1} + L_{i-1}$$

Posição absoluta do último veículo do comboio:

$$X_n = \varepsilon_{n-1} + X_{n-1} + L_{n-1}$$

De forma matricial:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = X_{\text{abs1}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{n \times 1} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n-1} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{n-1} \end{pmatrix}_{n-1 \times 1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

O estado na condição estável do sistema está totalmente determinado. Tanto os esforços quanto as posições dos veículos são obtidos no pré-processamento do controle. É a partir deste estado que será feita a linearização do sistema.

1.7 Controle em Malha Fechada

Um controlador de malha fechada é projetado com base em um sistema linearizado do modelo descrito pelas equações de movimento. Um procedimento de linearização local em torno de um estado estável resulta no modelo de espaço de estados a seguir. É importante destacar que os termos com barra representam valores médios e os com chapéu significam variação do termo.

$$x = \bar{x} + \hat{x},$$

$$u = \bar{u} + \hat{u},$$

$$\theta = \bar{\theta} + \hat{\theta},$$

$$R = \bar{R} + \hat{R}$$

$$\begin{aligned} m_i(\ddot{\bar{x}}_i + \ddot{\hat{x}}_i) &= \bar{u}_i + \hat{u}_i - k_i(\bar{x}_i + \hat{x}_i - \bar{x}_{i+1} - \hat{x}_{i+1}) - k_{i-1}(\bar{x}_i + \hat{x}_i - \bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \\ &\quad - d_i(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i - \dot{\bar{x}}_{i+1} - \dot{\hat{x}}_{i+1}) - d_{i-1}(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i - \dot{\bar{x}}_{i-1} - \dot{\hat{x}}_{i-1}) \\ &\quad - \left[c_{oi} + c_{vi}(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i) + c_{ai}(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i)^2 \right] m_i \\ &\quad - g \sin(\bar{\theta}_i + \hat{\theta}_i) m_i - gm_i C(\bar{R}_i + \hat{R}_i)^{-1} \end{aligned}$$

Abrindo o termo:

$$(\dot{\bar{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i)^2 = \dot{\bar{x}}_i^2 + 2\dot{\bar{x}}_i\dot{\hat{x}}_i + \dot{\hat{x}}_i^2 \cong \dot{\bar{x}}_i^2 + 2\dot{\bar{x}}_i\dot{\hat{x}}_i$$

Em regime permanente $\hat{x} = 0$, $\hat{u} = 0$, $\hat{\theta} = 0$ e $\hat{R} = 0$:

$$\begin{aligned} m_i(\ddot{\bar{x}}_i) &= \bar{u} - k_i(\bar{x}_i - \bar{x}_{i+1}) - k_{i-1}(\bar{x}_i - \bar{x}_{i-1}) \\ &\quad - d_i(\dot{\bar{x}}_i - \dot{\bar{x}}_{i+1}) - d_{i-1}(\dot{\bar{x}}_i - \dot{\bar{x}}_{i-1}) \\ &\quad - \left(c_{oi} + c_{vi}\dot{\bar{x}}_i + c_{ai}\dot{\bar{x}}_i^2 \right) m_i \\ &\quad - g \sin \bar{\theta}_i m_i - gm_i C\bar{R}_i^{-1} \end{aligned}$$

Substituindo na equação anterior, temos $\ddot{\bar{x}}_i = v_d$:

$$\begin{aligned} m_i\ddot{\hat{x}}_i &= \hat{u}_i - k_i(\hat{x}_i - \hat{x}_{i+1}) - k_{i-1}(\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}) \\ &\quad - d_i(\dot{\hat{x}}_i - \dot{\hat{x}}_{i+1}) - d_{i-1}(\dot{\hat{x}}_i - \dot{\hat{x}}_{i-1}) \\ &\quad - (c_{vi}\dot{\hat{x}}_i + c_{ai}2v_d\dot{\hat{x}}_i) m_i \\ &\quad - g \sin \hat{\theta}_i m_i - gm_i C\hat{R}_i^{-1} \end{aligned}$$

Em forma de matriz, o sistema é dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} O_{n \times n} & I_{n \times n} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} x + \begin{bmatrix} O \\ B_{21} \end{bmatrix} u$$

Onde:

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & \vdots & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1 + k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \vdots & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{m_3} & -\frac{k_2 + k_3}{m_3} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -\frac{k_{n-1}}{m_n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -c_v - 2c_a v_d - d_1 & d & 0 & \vdots & 0 \\ d & -c_v - 2c_a v_d - d_1 - d_2 & d & \vdots & 0 \\ 0 & d & -c_v - 2c_a v_d - d_2 - d_3 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -c_v - 2c_a v_d - d_{n-1} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

As variáveis no espaço de estados são $x = \{\hat{x}_1 \dots \hat{x}_n \dot{\hat{x}}_1 \dots \dot{\hat{x}}_n\}$ e $u = \{\hat{u}_1 \dots \hat{u}_n\}$. Ambos mostram desvios do estado obtido no pré-processamento. O sistema de equações é dado por:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

A matriz B relativa aos atuadores do sistema de controle será construída de três modos diferentes: homogêneo, adaptativo e individualizado.

1.7.1 Homogêneo

A matriz B pode ser decomposta da maneira seguinte:

$$B = \begin{bmatrix} O_{n \times (m+1)} \\ B_{21} \end{bmatrix}_{2n \times (m+1)}$$

Onde: $O_{n \times (m+1)}$ é uma matriz nula $n \times (m + 1)$ e $B_{21} = [B_{211} \dots B_{21n}]_{2n \times (m+n)}$.

$B_{211_{n \times m}}$ é a matriz dada pela configuração das posições das locomotivas $L = [l_1, l_2, \dots, l_m]$, onde l é a posição da locomotiva e m o número de locomotivas. Por exemplo: $L = [1, 2, 6]$ simboliza locomotivas nas posições 1, 2 e 6.

A matriz é construída por:

$$B_{211} = \begin{bmatrix} 1_{l_1} & 0_{l_2-1} & \dots & 0_{l_{m-1}-1} & 0_{n-l_2} \\ & 1_{l_2} & \dots & & \\ & & \dots & 1_{l_{m-1}} & \\ & & & & 1_{l_m} \\ 0_{n-l_1} & 0_{n-l_2} & \dots & 0_{n-l_{m-1}} & 0_{n-l_m} \end{bmatrix}_{n \times m}$$

Sendo 1_i , i representa a linha do valor 1. 0_j denota um vetor coluna com dimensão j e $B_{212_{n \times 1}}$ é um vetor unitário de n linhas.

Por exemplo, para um trem com 10 veículos, sendo locomotivas os veículos nas posições 1, 2 e 6, temos:

$$B_{211} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 3} \quad \text{e} \quad B_{212} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{10 \times 1}, \quad \text{logo} \quad B_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 4}$$

A matriz C é construída dependendo do sensoriamento do espaço de estado em função da necessidade do controle, dependendo dos atuadores. No presente trabalho, o sistema proposto interessa-se em controlar a velocidade, deste modo, é necessário observar a velocidade de alguns veículos. Como todos os freios têm o mesmo sinal de controle, há necessidade que apenas a velocidade de um veículo seja observada para ser utilizada como variável de controle. Assim, para o controle do freio homogêneo, será observada a velocidade do veículo de líder (primeiro veículo do trem) e para as demais locomotivas também terá a velocidade observada para o controle da tração. A matriz resultante é:

$$C = \begin{bmatrix} 0_n & 1_{n+l_1} & \dots & & 0_{n-l_1} \\ 0_{n+l_2-1} & & 1_{n+l_2} & \dots & 0_{n-l_2} \\ 0_{n+l_{m-1}-1} & & & \dots & 1_{n+l_{m-1}} & 0_{n-l_{m-1}} \\ 0_{n+l_m-1} & & & \dots & & 1_n + l_m & 0_{n-l_m} \end{bmatrix}_{m \times 2n}$$

Para a matriz C, temos 1_i , onde i representa a coluna de valor 1. 0_j denota um vetor linha com dimensão j . Para exemplificar um trem com 10 veículos, como locomotivas os veículos nas posições 1, 2 e 6 e com o controle homogêneo do freio, temos:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 20}$$

A matriz D é uma nula.

O projeto do servo sistema no controle da velocidade do trem, a planta é definida por:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Onde:

x = vetor de estado para a planta (vetor $1 \times 2n$), posições e velocidades dos n veículos

u = sinal de controle (vetor $1 \times (m+n)$), os n freios pneumáticos e as trações das m locomotivas

y = sinal de saída (vetor $1 \times m$), sendo que o freio tem controle homogêneo, a saída é a velocidade das locomotivas

A = matriz de estado $2n \times 2n$

B = matriz de entrada $2n \times (m+n)$

C = matriz de saída $m \times 2n$

A figura 6 mostra a configuração geral do servo sistema quando o freio tem um controle homogêneo. O controle do freio é feito somente observando a velocidade atingida pela primeira locomotiva. Os dados decorrentes vão servir para calcular a intensidade e o momento em que o freio vai ser aplicado. Para as locomotivas, a tração é calculada utilizando a velocidade da própria locomotiva.

Na análise realizada neste trabalho, recorreremos ao seguinte esquema da realimentação de estado para o sistema, tomando como exemplo 10 veículos, com 1, 2 e 6 locomotivas:

Figura 6 - Configuração do servossistema para freios unificados

A lei de controle é dada pela matriz de controle u e formalizada pela equação:

$$u = K * ([r] - [x])$$

Onde K é a matriz de ganho estruturada da forma seguinte:

$$K = \begin{bmatrix} K_T \\ K_F \end{bmatrix}$$

$$K_T = \begin{bmatrix} 0_{n+l_1-1} & K_{n+l_1} & & & 0_{n-l_1} \\ 0_{n+l_2-1} & & K_{n+l_2} & & 0_{n-l_2} \\ 0_{n+l_{m-1}-1} & & & K_{n+l_{m-1}} & 0_{n-l_{m-1}} \\ 0_{n+l_m-1} & & & & K_{n+l_m} & 0_{n-l_m} \end{bmatrix}_{m \times 2n}$$

$$K_F = [0_{n+l_1-1} \quad K_{n+l_1} \quad \quad \quad 0_{n-l_1}]_{m \times 2n}$$

0_i representa um vetor linha com dimensão i e K_i o índice. i representa a posição na coluna do ganho K . Para o exemplo de 10 veículos com locomotivas nas posições 1, 2 e 6 e com controle do freio unificado, temos a matriz de ganhos K :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{termos multiplicam a posição}}$
 $\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{termos multiplicam a velocidade}}$

O termo que representa a força dos atuadores na equação do movimento é dado por:

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} * \mathbf{u} = \mathbf{B} * \mathbf{K} * ([\mathbf{r}] - [\mathbf{x}])$$

Para o exemplo temos:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \\ F_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ k_{t_1}(r - \dot{x}_1) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{t_2}(r - \dot{x}_2) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{t_6}(r - \dot{x}_6) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \end{bmatrix}_{2n \times 1}$$

Sendo $F_1, F_2, \dots, F_{10}$ as forças da ação do controle sobre os veículos, do primeiro até o décimo, respectivamente. E $0_{n \times 1}$ é um vetor coluna nulo de dimensão $n \times 1$.

1.7.2 Adaptativo

O controle adaptativo consiste em adaptar o controle dos freios conforme ao relevo. Isso não é possível usualmente, mas o uso do controle eletrônico, que atua diferencialmente em cada freio, permite essa adaptação.

Um trem com mais de 200 veículos pode percorrer diferentes relevos, em que uma parte do trem poderá estar em descida enquanto outra em subida. As barreiras são localizadas nos pontos de inflexão do relevo como mostrado na figura 7. O espaço entre as barreiras é chamado de trecho do relevo. O freio pode ser controlado de maneira a agrupar os veículos que estão no mesmo trecho e atuar com o mesmo controle, de forma a minimizar os esforços no acoplamento.

Figura 7 - Trem com controle adaptativo

Nesse caso, a matriz B pode ser decomposta em $B_{21} = [B_{211} \quad B_{212}]$.

Sendo B_{211} a mesma matriz já descrita para o controle homogêneo.

A principal diferença entre o controle homogêneo do freio e o controle por barreiras reside na construção da matriz B_{212} . O controle adaptativo leva em consideração o relevo em que o trem está percorrendo. Essas distinções já foram estudadas por Chou e Xia (2006). O presente trabalho incorpora essas mudanças mas distingue o controle do freio pneumático da tração nas locomotivas.

O primeiro veículo encontrado dentro da barreira é calculado automaticamente e dado pelo vetor:

$$F = [f_1, f_2, \dots, f_j].$$

Onde: f_j é o primeiro veículo presente dentro da barreira. No espaço de estado, o termo B_{212} será construído a cada instante da seguinte forma:

$$B_{212} = \begin{bmatrix} 1_{f_2-1} & 0_{f_2-1} & \dots & 0_{f_{j-1}-1} & 0_{f_{j-1}} \\ & 1_{f_3-f_2} & \dots & & \\ & & \dots & 1_{f_j-f_{j-1}} & \\ 0_{n-f_2+1} & 0_{n-f_3+1} & \dots & 0_{n-f_j+1} & 1_{n-f_j+1} \end{bmatrix}_{n \times j}$$

Onde: 0_i e 1_i denotam um vetor coluna de 0 e 1 de dimensão i , respectivamente.

Em cada momento do percurso, a matriz B_{212} deve ser verificada para integrar as novas condições do relevo.

Para exemplificar um trem com 10 veículos, sendo locomotivas os veículos nas posições 1, 2 e 6. Para o instante em que o trem encontra-se na figura 7, o vetor é $F = [1,4,7,10]$.

$$B_{211} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 3} \quad \text{e} \quad B_{212} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 4}, \quad \text{logo} \quad B_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 7}$$

A matriz C é construída dependendo do sensoriamento do espaço de estado em função da necessidade do controle, dependendo dos atuadores. Para o caso em que o controle de diversos atuadores é agrupado em blocos, como no caso do controle adaptativo, escolhe-se a velocidade de um dos veículos. Assim, será observado a velocidade do primeiro veículo que se encontra dentro de cada barreira. Para o controle da tração também será observado a velocidade das próprias locomotivas.

O vetor $L = [l_1, l_2, \dots, l_m]$ dá a posição das locomotivas no trem e o vetor $F = [f_1, f_2, \dots, f_j]$ dá o primeiro veículo dentro da barreira. Pode ocorrer que uma locomotiva seja o primeiro veículo dentro da barreira, portanto mesclamos os dois vetores de forma a ter um vetor $LF = [fl_1, fl_2, \dots, fl_i]$ que indica as posições das locomotivas e os primeiros veículos dentro da barreira. A matriz C é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 0_n & 1_{n+fl_1} & \dots & 0_{n-fl_1} \\ 0_{n+fl_2-1} & 1_{n+fl_2} & \dots & 0_{n-fl_2} \\ 0_{n+fl_{i-1}-1} & \dots & 1_{n+fl_{i-1}} & 0_{n-fl_{i-1}} \\ 0_{n+fl_i-1} & \dots & \dots & 1_{n+fl_i} & 0_{n-fl_i} \end{bmatrix}$$

Para a matriz C temos 1_i , onde i representa a coluna do valor 1. E 0_j denota vetor linha com dimensão j . Para exemplificar um trem com 10 veículos, sendo locomotivas os veículos nas posições 1,2 e 6 e com controle adaptativo, temos o

vetor $L = [1,2,6]$ e $F = [1,4,7,10]$ resultando em $LF = [1,2,4,6,7,10]_{1 \times lf}$ que fornece a matriz C :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 20}$$

A matriz D também é uma nula.

O projeto do servo sistema no controle da velocidade do trem, a planta é definida por:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Onde:

x = vetor de estado para a planta (vetor $1 \times 2n$), posições e velocidades dos n veículos.

u = sinal de controle (vetor $1 \times (m+n)$), os n freios pneumáticos e as trações das m locomotivas.

y = sinal de saída (vetor $fl \times 1$), sendo a velocidade dos veículos nas posições dadas pelo vetor LF .

A = matriz de estado $2n \times 2n$

B = matriz de entrada $2n \times (m+j)$

C = matriz de saída $fl \times 2n$

A figura 8 mostra a configuração geral do servo sistema para o controle adaptativo.

Figura 8 - Configuração do servo sistema para o controle adaptativo.

A lei de controle é dada pela matriz de controle u , que é dada pela equação:

$$u = K * ([r] - [x])$$

Onde K é a matriz de ganho estruturada da seguinte forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_T \\ K_F \end{bmatrix}$$

A matriz K_T é construída a partir do vetor $L = [l_1, l_2, \dots, l_m]$.

$$K_T = \begin{bmatrix} 0_{n+l_1-1} & K_{n+l_1} & & & 0_{n-l_1} \\ 0_{n+l_2-1} & & K_{n+l_2} & & 0_{n-l_2} \\ 0_{n+l_{m-1}-1} & & & K_{n+l_{m-1}} & 0_{n-l_{m-1}} \\ 0_{n+l_m-1} & & & & K_{n+l_m} & 0_{n-l_m} \end{bmatrix}_{m \times 2n}$$

A matriz K_F é construída a partir do vetor $F = [f_1, f_2, \dots, f_j]$.

$$F = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \\ F_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ k_{t_1}(r - \dot{x}_1) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{t_2}(r - \dot{x}_2) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{f_4}(r - \dot{x}_4) \\ k_{f_4}(r - \dot{x}_4) \\ k_{t_6}(r - \dot{x}_6) + k_{f_4}(r - \dot{x}_4) \\ k_{f_7}(r - \dot{x}_7) \\ k_{f_7}(r - \dot{x}_7) \\ k_{f_7}(r - \dot{x}_7) \\ k_{f_{10}}(r - \dot{x}_{10}) \end{bmatrix} \quad 2n \times 1$$

Sendo que $F_1, F_2, \dots, F_{10}$ são as forças da ação do controle sobre os veículos, do primeiro até o décimo, respectivamente. E $0_{n \times 1}$ representa um vetor coluna nulo de dimensão $n \times 1$.

1.7.3 Individualizado

O freio controlado por eletrônico permite que a ação do freio seja diferenciada para cada veículo, agindo com a intensidade e no instante que o veículo necessita. Isso requer uma alta capacidade de sensoriamento e processamento por parte do controle. Ele requer que cada veículo tenha seu estado definido, ou seja cada veículo deve receber um sensor de velocidade. Como veremos a seguir, a matriz B é modificada, necessitando que a matriz C também seja.

A matriz B pode ser decomposta da seguinte maneira:

$$B = \begin{bmatrix} O_{n \times (m+1)} \\ B_{21} \end{bmatrix}_{2n \times (m+1)}$$

Onde $O_{n \times (m+1)}$ é uma matriz nula $n \times (m + 1)$.

$$E B_{21} = [B_{211} \quad B_{212}]_{2n \times (m+n)},$$

A matriz B_{211} já foi apresentada no controle homogêneo.

Como se trata de controle individualizado para os freios, a B_{212} é uma matriz identidade de dimensão n .

Para exemplificar um trem com 10 veículos, sendo locomotivas os veículos nas posições 1, 2 e 6, temos:

$$B_{211} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 3} \quad B_{212} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

$$\text{Logo: } B_{21} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{10 \times 3}$$

Como controle dos freios é individualizado, há necessidade de observar a velocidade de cada veículos. Logo a matriz C é:

$$C = [\emptyset_{n \times n} \quad I_{n \times n}]_{n \times 2n}$$

Onde $\emptyset_{n \times n}$ é uma matriz nula de dimensão n x n e $I_{n \times n}$ é uma matriz identidade de dimensão n.

Para o exemplo:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{10 \times 20}$$

A matriz D é uma nula.

O projeto do servo sistema no controle da velocidade do trem tem a planta definida por:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Onde:

x = vetor de estado para a planta (vetor $1 \times 2n$), posições e velocidades dos n veículos

u = sinal de controle (vetor $1 \times n$), os n freios pneumáticos e as trações das m locomotivas

y = sinal de saída (vetor $n \times 1$)

A = matriz de estado $2n \times 2n$

B = matriz de entrada $2n \times (m+n)$

C = matriz de saída $m \times 2n$

A figura 9 mostra a configuração geral do servo sistema quando o freio tem o controle individualizado:

Figura 9 - Configuração do Servossistema para Freios Individualizado

A lei de controle é dada pela matriz de controle u , dada pela equação:

$$u = K * ([r] - [x])$$

Onde K é a matriz de ganho estruturada da seguinte forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_T \\ K_F \end{bmatrix}$$

A matriz K_T é construída a partir do vetor $L = [l_1, l_2, \dots, l_m]$.

$$K_T = \begin{bmatrix} 0_{n+l_1-1} & K_{n+l_1} & & & 0_{n-l_1} \\ 0_{n+l_2-1} & & K_{n+l_2} & & 0_{n-l_2} \\ 0_{n+l_{m-1}-1} & & & K_{n+l_{m-1}} & 0_{n-l_{m-1}} \\ 0_{n+l_m-1} & & & & K_{n+l_m} & 0_{n-l_m} \end{bmatrix}_{m \times 2n}$$

A matriz K_F é construída a partir do vetor $F = [f_1, f_2, \dots, f_j]$.

$$K_F = \begin{bmatrix} & K_{n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & K_{n+2} & 0 & & \vdots \\ \emptyset_{n \times n} & 0 & 0 & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & & \ddots & 0 \\ & 0 & \dots & \dots & 0 & K_{2n} \end{bmatrix}_{n \times 2n}$$

Sendo que $\emptyset_{n \times n}$ representa uma matriz nula de dimensão $n \times n$. E K_i onde o índice i representa a posição do ganho K . Para o exemplo, temos matriz de ganhos K :

$$K_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{f_{10}} \end{bmatrix}$$

Logo:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{t_6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_6} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_7} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_8} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_9} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{f_{10}}
\end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{150px}}_{\text{termos multiplicam a posição}}$
 $\underbrace{\hspace{150px}}_{\text{termos multiplicam a velocidade}}$

O termo que representa a força dos atuadores na equação do movimento é dado por:

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} * \mathbf{u} = \mathbf{B} * \mathbf{K} * ([\mathbf{r}] - [\mathbf{x}])$$

Para o exemplo, temos:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0_{nx1} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \\ F_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{t_1}(r - \dot{x}_1) + k_{f_1}(r - \dot{x}_1) \\ k_{t_2}(r - \dot{x}_2) + k_{f_2}(r - \dot{x}_2) \\ k_{f_3}(r - \dot{x}_3) \\ k_{f_4}(r - \dot{x}_4) \\ k_{f_5}(r - \dot{x}_5) \\ k_{t_6}(r - \dot{x}_6) + k_{f_6}(r - \dot{x}_6) \\ k_{f_7}(r - \dot{x}_7) \\ k_{f_8}(r - \dot{x}_8) \\ k_{f_9}(r - \dot{x}_9) \\ k_{f_{10}}(r - \dot{x}_{10}) \end{bmatrix} 2n \times 1$$

Sendo que $F_1, F_2, \dots, F_{10}$ são as forças da ação do controle sobre os veículos, do primeiro ao décimo, respectivamente.

CONTROLABILIDADE DE SAÍDA

Uma condição utilizada para avaliar a possibilidade de implementação de um controle sobre uma variável de saída de um sistema é a o critério de controlabilidade de saída. Segundo Ogata (2003), pode ser definida como:

Considerando o sistema descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Onde:

x =vetor de estado (vetor n-dimensional)

u =vetor de controle (vetor r-dimensional)

A =matriz nxn

B =matriz nxr

C =matriz mxn

D =matriz mxr

O sistema descrito pelas equações é dito de saída completamente controlável se é possível construir um vetor de controle não limitado $u(t)$ que transferirá qualquer saída inicial $y(t_0)$ para qualquer saída $y(t_1)$ em um intervalo de tempo finito $t_0 \ll t \ll t_1$.

Pode-se provar que a condição para a controlabilidade completa de saída é como segue: o sistema descrito pelas equações é de saída completamente controlável apenas se a seguinte matriz tem característica (posto) igual a m.

$$[CB \mid CAB \mid CA^2B \mid \dots \mid CA^{n-1}B \mid D]$$

A controlabilidade de saída enquadra-se ao presente trabalho, pois o interesse é de garantir o controle sobre as variáveis de velocidade do nosso sistema. Cada configuração do controle - homogêneo, adaptativo e individualizado – foi verificada e atendeu ao critério de controlabilidade de saída.

1.1 Modo de Vibrar Livre

O modo de vibrar livre do sistema permite verificar se o modelo está respondendo de forma esperada. Este é realizado a partir das equações do movimento do modelo, aonde anulam-se a matriz de amortecimento e o vetor de forçamento.

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F}(t) \rightarrow [m]\ddot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{0}$$

Onde $[m]$ e $[k]$ são matrizes $n \times n$ e $\ddot{\vec{x}}$ e $\vec{x}$ e $\vec{0}$ são vetores $n \times 1$.

As soluções harmônicas $\vec{x} = \vec{X} \cos(\omega t + \varphi)$ onde $\vec{X}$ é o vetor de amplitude de dimensões $n \times 1$ (vetor modal), ω é a frequência natural e φ é o ângulo de fase inicial.

A solução será um conjunto de n valores de ω^2 , tidos como autovalores e cada autovalor corresponde a um vetor, denominado autovetor $\vec{X}$. Comparar os valores das frequências naturais e os seus respectivos modos de vibrar com a resposta do sistema contribui para verificar a saída das simulações.

A simulação das equações diferenciais do espaço de estado é feita utilizando técnica de integração numérica. Ela consiste em dividir o intervalo de integração em diversos subintervalos de comprimento constante, chamados de passo de integração h . Ele deve ser ao menor um terço do inverso da maior frequência natural para que todas as frequências sejam consideradas na simulação. O passo de integração está diretamente relacionado ao tempo total gasto na simulação. Ou seja, menor for o passo, maior será o numero de integrações e o tempo gasto em simulação. O erro numérico da integração está diretamente relacionado ao tamanho do passo. Por exemplo, para o método de Runge Kutta de quarta ordem, tem o erro acumulado na ordem de h^4 . Portanto, a escolha do passo de simulação passa diretamente pela análise da frequência natural e pelos modos de vibrar do sistema.

Para exemplificar, foi realizado a determinação para um trem com 10 veículos com amortecimento de k .

Figura 10 - Modos de Vibrar

Tabela 1 – Modo de vibrar

Modo de Vibrar	Frequência (Hz)	Fator de Amortecimento
1 ^o	0,0000	1,0000
2 ^o	1,0494	0,0330
3 ^o	2,0729	0,0651
4 ^o	3,0453	0,0957
5 ^o	3,9428	0,1239
6 ^o	4,7432	0,1490
7 ^o	5,4268	0,1705
8 ^o	5,9768	0,1878
9 ^o	6,3796	0,2004
10 ^o	6,6254	0,2081

A figura 11 apresenta os pólos e zeros do sistema. Os valores reais negativos e os valores não nulos dos imaginários mostram que o sistema é estável e amortecimento, respectivamente. E a raiz na origem é devida ao modo rígido de vibrar.

Figura 11 - Mapa de pólos e zeros do sistema.

CONTROLE LQR

A otimização terá como base a solução de Riccati da função J, a qual fornece a matriz de ganhos que minimizam esta função.

$$J = \int_0^T (x^T \cdot Q \cdot x + u^T \cdot R \cdot u) dt$$

Onde Q e R são os pesos.

No uso do método LQR, os gastos de funcionamento do trem precisam ser quantificados. O consumo de combustível facilmente é quantificado, uma vez que está diretamente relacionada com o uso do controle. Assim, a diagonal da matriz de ganho de R determina o consumo de combustível, bem como o uso do freio.

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_5 \end{bmatrix},$$

Onde r_i são os coeficientes de ponderação para a tração e a força de frenagem em cada veículo.

A ponderação da matriz Q é escolhida de forma que:

$$\delta x^T Q \delta x = \sum_{i=1}^{n-1} \underbrace{\frac{q_{1i} k_i^2 (\delta x_i - \delta x_{i+1})^2}{\text{Mola}} + \frac{q_{1i} d_i^2 (\delta \dot{x}_i - \delta \dot{x}_{i+1})^2}{\text{Amortecedor}}}_{\text{Força no acoplamento}} + \sum_{i=1}^n \underbrace{q_{2i} (\delta \dot{x}_i)^2}_{\text{desvio na velocidade pretendida}}$$

Utilizando as formas quadráticas (ANTON; RORRES, 2001), que são funções da forma:

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_n x_n^2 + \left(\begin{array}{l} \text{Todos os termos possíveis} \\ \text{do tipo } a_k x_i x_j \text{ para } i < j \end{array} \right)$$

Por exemplo, uma forma quadrática nas variáveis x_1 e x_2 é:

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_1 x_2$$

E uma forma quadrática nas variáveis x_1 , x_2 e x_3 é:

$$a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + a_3x_3^2 + a_4x_1x_2 + a_5x_1x_3 + a_6x_2x_3$$

De forma matricial podemos escrever como:

$$[x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} a_1 & a_3/2 \\ a_3/2 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

E como:

$$[x_1 \ x_2 \ x_3] \begin{bmatrix} a_1 & a_4/2 & a_5/2 \\ a_4/2 & a_2 & a_6/2 \\ a_5/2 & a_6/2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Os produtos são da forma $x^T \mathbf{A}x$, onde x é o vetor coluna das variáveis e $\mathbf{A}$ é uma matriz simétrica cujas entradas na diagonal são os coeficientes dos termos com quadrado e cujas entradas fora da diagonal são a metade dos coeficientes dos termos com produto misto. Mais precisamente, a entrada na diagonal na linha i e na coluna i é o coeficiente de x_i^2 e a entrada fora da diagonal, na linha i e na coluna j , é a metade do coeficiente do produto $x_i x_j$.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{22} + Q_{33} \end{bmatrix}$$

$$Q_{11} = \begin{bmatrix} q_{11}k_1^2 & -q_{11}k_1^2 & 0 & : & 0 \\ -q_{11}k_1^2 & q_{12}k_2^2 & -q_{12}k_2^2 & : & 0 \\ 0 & -q_{12}k_2^2 & q_{13}k_3^2 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & : & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & : & q_{1n}k_n^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_{22} = \begin{bmatrix} q_{11}d_1^2 & -q_{11}d_1^2 & 0 & : & 0 \\ -q_{11}d_1^2 & q_{12}d_2^2 & -q_{12}d_2^2 & : & 0 \\ 0 & -q_{12}d_2^2 & q_{13}d_3^2 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & : & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & : & q_{1n}d_n^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_{33} = \begin{bmatrix} q_{21} & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & q_{23} & : & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & : & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & : & q_{2n} \end{bmatrix}$$

Logo temos:

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11}k_1^2 & -q_{11}k_1^2 & : & 0 & 0 & 0 & : & 0 \\ -q_{11}k_1^2 & q_{12}k_2^2 & : & 0 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & -q_{12}k_2^2 & : & 0 & 0 & 0 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & : & \vdots & \vdots & \vdots & : & \vdots \\ 0 & 0 & : & q_{1n}k_n^2 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & : & 0 & q_{11}d_1^2 + q_{21} & -q_{11}d_1^2 & : & 0 \\ 0 & 0 & : & 0 & -q_{11}d_1^2 & q_{12}d_2^2 + q_{22} & : & 0 \\ 0 & 0 & : & 0 & 0 & -q_{12}d_2^2 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & : & \vdots & \vdots & \vdots & : & \vdots \\ 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & : & q_{1n}d_n^2 + q_{2n} \end{bmatrix}$$

Os valores de q são positivos. O termo q_{1i} penaliza as forças internas experimentadas pelos acopladores, e o q_{2i} termo penaliza o desvio no rastreamento da velocidade do trem.

Embora o controlador de malha fechada não seja capaz de otimizar de forma global o tempo de viagem e a economia de combustível para o comprimento total da pista, os coeficientes q_{2i} e r_i possibilitam uma otimização local, o que resulta em uma possível economia global. Assim, os três fatores de custo de um trem, ou seja, tempo de viagem, consumo de combustível e forças nos acoplamentos são quantificados com os coeficientes e ajustáveis com o controlador LQR.

Para aplicar a técnica LQR há necessidade de inverter matriz no algoritmo de Ricatti aonde o “*numero de condição*” da matriz quantifica a qualidade numérica do processo de inversão.

ATENUADOR DE ONDA DE CHOQUE

As ondas de choque ocorrem quando o trem recebe um impulso em algum veículo. O impulso cria um movimento repentino que através do acoplamento, transmite para o veículo seguinte um esforço que resulta na aceleração e no movimento deste. Assim, a onda vai caminhando de veículo a veículo e a energia da onda só é dissipada pelos ACT (Aparelho de Choque e Tração) que tem usualmente um amortecedor do tipo de atrito.

O impulso pode ocorrer no momento que a locomotiva acelera de forma brusca e somado a este fato, tem-se uma folga no acoplamento entre a locomotiva e o vagão seguinte. Pois, “o engate possui uma folga intrínseca permitindo movimento relativo entre dois veículos (Valor "a" da Figura 2). Uma pequena ou não existente rigidez na ligação permite variação de velocidade relativa entre dois veículos adjacentes resultando em impactos quando as folgas se fecham ou se abrem” (BARBOSA,1993).

No momento que o acoplamento está no intervalo da folga, a locomotiva não tem resistência para ganhar velocidade e rapidamente o acoplamento se fecha. Assim que a folga termina rapidamente e a máxima alongação do ACT é atingida, o esforço passa diretamente para carroceria do vagão, pois o ACT não tem mais curso para minimizar o pico de força.

Estabelece-se um impulso que caminha até o final do trem e ao final movimenta o último vagão. Assim como uma onda que percorre uma corda com extremidade livre, a onda ao chegar ao último vagão, retorna a percorrer o trem. Este é um efeito maléfico para a estrutura longitudinal do trem, acelerando o desgaste da estrutura. Passageiros e carga também sofrem com a onda que percorre o trem, recebendo solavanco, que pode passar de um simples desconforto para um acidente, derrubando passageiros, estragando cargas frágeis ou rompendo um acoplamento e provocar um descarrilamento.

1.2 Controle do Atenuador

O freio controlado por eletrônica pode contribuir para atenuar as ondas de choque. Ele pode agir no momento em que vagão recebe o impacto opondo-se ao movimento, dissipando assim a energia das ondas nos freios. Gerar uma força oposta ao veículo percorrido pela a onda só é possível graças ao freio controlado por eletrônica que permite ativar independentemente os freio nos vagões atravessados pela onda. A onda de choque pode ser detectada pela variação da velocidade do veículo em relação à velocidade dos demais, basta conhecermos a velocidade de cada veículo independentemente para identificar a onda de choque. Desta forma, é necessário que o controle atue da seguinte forma:

1. Identificar em qual veículo a onda se encontra;
2. Acionar o freio no momento em que a velocidade do veículo seja superior a dos demais veículos;
3. Acionar somente o freio do veículo no qual a onda se encontra;
4. Respeitar certa proporcionalidade entre a força do freio e a intensidade da onda;
5. Não desacelerar o trem como um todo; o controle deve atuar dissipando apenas a energia da onda de choque.

O cálculo da velocidade de referência para atuação do freio é de grande importância, pois será a partir deste valor que a intensidade do freio será calculada. O freio é acionado caso a velocidade do veículo seja maior que a velocidade de referência multiplicada por um fator ponderação α . Então, a força de frenagem deve ser:

$$F_j = K * (V_{ref} - V_j)$$

Sendo:

F_j - Força do freio no veículo j

V_j – Velocidade do veículo j

V_{ref} – Velocidade de referência

α – fator de ponderação superior a um.

A velocidade de referência deve representar a velocidade na qual o trem viaja sem perturbações. Esta velocidade pode ser calculada utilizando a estatística como

ferramenta, que disponibiliza três medidas de tendência central: Média, Mediana e Moda. Um breve resumo das três:

1. **Média.** Há quatro formas de média: aritmética, geométrica, harmônica e ponderada.

a) **Média Aritmética.** Sendo n número de dados, V_j o valor de cada dado e j de 1 a n , a média aritmética é a soma dos valores V_j divididos por n , ou:

$$MA = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_j$$

b) **Média Geométrica.** A média geométrica de n números é obtida pela multiplicação de todos e então se calcula a n -ésima raiz desse produto.

$$MG = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n V_j}$$

c) **Média Harmônica.** A média harmônica de um conjunto de valores $V_1 \dots V_j \dots V_n$ é o inverso da média dos inversos.

$$MH = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{V_j}}$$

d) **Média Ponderada.** É o quociente da soma dos produtos desses números pela soma dos respectivos pesos. A diferença entre as médias é a seguinte:

$$MA \geq MG \geq AH$$

2. **Mediana.** A mediana é o valor do elemento central de um grupo de dados ordenados, ela separa a metade inferior da amostra da metade superior. Logo divide uma população ao meio, metade terá valor menor ou igual à mediana e outra parte com valor superior ou igual à mediana. Para um grupo de n elementos já ordenados, se n for ímpar a mediana será o elemento central $(n+1)/2$, se n for par a mediana será a média entre os elementos $n/2$ e $(n/2+1)$.

3. **Moda.** A moda é o valor com maior frequência, ou seja, o valor com maior ocorrência dentro de um grupo, podendo não ser único, ao contrario de média e mediana.

Como visto, tem três valores que indicam a tendência central: média, mediana e moda. A moda não é conveniente pois ter apenas a maior frequência não indica que este valor seja o valor mais representativo para a velocidade do trem.

A média tem o inconveniente de ser calculada utilizando os valores de todos os elementos, mesmo os elementos extremos longe da tendência central. Uma maneira de corrigir este fato é calcular a média apenas dos valores que se encontram a uma distância da média inferior a um desvio padrão. Eliminando os valores discrepantes dentro da população, logo as velocidades dos veículos com valor muito acima da média não entram no cálculo da velocidade de referência.

O cálculo da velocidade de referência deste modo é custoso computacionalmente. Pois necessita em primeiro do cálculo prévio da média, em segundo do cálculo do desvio padrão, em terceiro verificar quais valores são superiores a média menos o desvio padrão e quais são inferiores a média mais o desvio padrão, e finalmente o cálculo da média destes valores. A mediana é de baixo custo computacional, pois necessita apenas do ordenamento dos valores das velocidades e acessar o valor central.

Os dois métodos apresentam certa flutuação no valor de referência, que também não é apropriado para ser referencia de um controle sensível a variações. Desta forma, ambos os métodos de cálculo de velocidade de referência utilizam a média das velocidades de referência em um período maior que, ao mínimo, uma vez o período predominante de oscilação da velocidade.

1.2.1 Método por Velocidade Média

Para o cálculo da velocidade de referência utilizando a velocidade média dos veículos são realizadas as seguintes etapas:

1. Cálculo da velocidade média μ de todos os veículos.
2. Cálculo do desvio padrão σ .

3. Cálculo da velocidade média μ_σ das velocidades que se encontram a uma distância da média inferior a um desvio padrão.
4. A velocidade de referência será dada pelo cálculo da média temporal das velocidades médias, em um intervalo igual a duas vezes o período predominante de oscilação da velocidade. Desta forma a velocidade de referência é estável e representativa.

1.2.2 Por Velocidade Mediana

Para o cálculo da velocidade de referência utilizando a velocidade mediana dos veículos são realizadas as seguintes etapas:

1. Ordenamento das velocidades dos veículos.
2. A velocidade mediana será o termo central se o número de veículos for ímpar, e caso seja par o número de veículos a mediana será a média dos dois valores que estão ao centro.
3. A velocidade de referência será dada pelo cálculo da média temporal das velocidades medianas, em um intervalo igual a duas vezes o período predominante de oscilação da velocidade. Desta forma a velocidade de referência é estável e representativa.

RESULTADOS

A avaliação da otimização do controle longitudinal foi realizada por meio de simulações com um trem de 206 veículos, sendo a composição 4 locomotivas – 200 vagões – 2 locomotivas, da dianteira para a traseira do trem. Os parâmetros do trem (tabela 2) foram retirados do trabalho de Chou, Xia e Kayser (2006) e a via foi adaptada do artigo de Chou e Xia (2006), esta apresenta grande variação na declividade.

Tabela 2 - Parâmetros do trem

Parâmetros	Valor	Unidade (S.I.)
Nº de Vagões	200	
Nº de Locomotivas	6	
Tempo de simulação	10-1600	s
Tempo de amostragem	0.05-0.01	s
Massa	101 820	kg
v_d	16.7	$m s^{-1}$
c_o	6.3625×10^{-3}	$N kg^{-1}$
c_v	1.08×10^{-4}	$N s(m kg)^{-1}$
c_a	1.4918×10^{-5}	$N s^2 (m^2 kg)^{-1}$
k	30×10^6	$N m^{-1}$
d	30×10^4	$kg s^{-1}$
Comprimento	12.32	M
Potência Máxima		
Tração	3000	kw
Freio Dinâmico	3000	kw
Freio Pneumático	480	kw
Taxa Máxima		
Tração	33.3	$kw s^{-1}$
Freio Dinâmico	33.3	$kw s^{-1}$
Freio Pneumático	48	$kw s^{-1}$

1.3 Controle Malha Aberta

No controle em malha aberta são calculadas todas as variáveis de estado, forças nos acoplamentos e a força de tração nas locomotivas demandada para manter o trem em velocidade constante. Determinado o estado estável do sistema fica pronto para o controle em malha fechada.

1.4 Controle em Malha Fechada

Para a realização do controle em malha fechada, os valores dos parâmetros r_i , q_{1i} e q_{2i} foram selecionados. Eles referem-se as matrizes de peso Q e R para o método LQR, a partir da qual a matriz de ganhos do controle é determinada. Primeiro, quando enfatizamos a aderência a velocidade de referência, utilizamos o conjunto de valores dos parâmetros seguinte: 5×10^3 , 1 e 10^{14} , respectivamente. Em segundo, para a ênfase na minimização das forças nos acoplamentos, os valores escolhidos são 5×10^3 , 3 e 10^{14} , respectivamente. Finalmente, por mais ênfase na eficiência energética, os valores são 6×10^3 , 1 e 10^{14} , respectivamente.

Cada uma das três formas de operar os freios (controles homogêneo, adaptativo e individualizado) foi simulada nas três ênfases descritas acima: velocidade, força e energia. A simulação gerou quatro tipos de gráficos: a velocidade do trem e a velocidade pretendida (referência), a força no engate frontal do primeiro vagão (onde geralmente concentram-se os maiores esforços), o sinal de controle e o relevo acidentado da via férrea.

A figura 12 com ênfase na velocidade mostra dois picos de força no acoplamento nos 1 km e 4 km. Isso resulta da solicitação da regulação da velocidade dos freios e da tração respectivamente. A figura 13 dá ênfase a força e a figura 14 a energia. Em comparação com a figura 12, os gráficos de velocidade nas figuras 13 e 14 apresentam uma menor aderência à velocidade de referência. O controle das mudanças das velocidades é mais suave resultando em transições suaves. Quando damos ênfase para a força e a energia, há desta vez uma redução das forças nos acoplamentos, verificado novamente nos 1 km e 4 km.

A tabela 3 apresenta valores de índices, como o desvio médio da velocidade do trem com a velocidade de referência. Tanto as ênfases em força e em energia apresentam resultados similares e caminham para o mesmo sentido. Quanto aos resultados na ênfase na velocidade, eles seguem em direção oposta. É possível dizer que à busca por maior adesão na velocidade causa maiores esforços e maior consumo de energia.

1.5 Controle Homogêneo

Saída da simulação do controle homogêneo com ênfase em velocidade.

Figura 12 - Controle homogêneo, ênfase em velocidade

Tabela 3 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em velocidade

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+14	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		3,3	km/h
	Media	-1,5	km/h
Força Mínima no ACT		1138,9	kN
Força Máxima no ACT		-412,1	kN
Uso de Energia: Tração		855,2	MJ
	Freio Dinâmico	-306,9	MJ

Saída da simulação do controle homogêneo com ênfase em força

Figura 13 - Controle homogêneo ênfase em força

Tabela 4 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em força

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	3,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade:	Médio Absoluto	4,2	km/h
	Media	-2,7	km/h
Força Mínima no ACT		1004,9	kN
Força Máxima no ACT		-286,4	kN
Uso de Energia:	Tração	710,2	MJ
	Freio Dinâmico	-126,7	MJ

Saída da simulação do controle homogêneo com ênfase em energia

Figura 14 - Controle homogêneo ênfase em energia

Tabela 5 - Índices de performance do controle homogêneo ênfase em energia

Parâmetros LQR:	r_i	6000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		5,7	km/h
	Media	-4,0	km/h
Força Mínima no ACT		667,9	kN
Força Máxima no ACT		-222,8	kN
Uso de Energia: Tração		517,0	MJ
	Freio Dinâmico	-116,6	MJ

1.6 Controle Adaptativo

Saída da simulação do controle adaptativo com ênfase em velocidade

Figura 15 - Controle adaptativo ênfase em velocidade

Tabela 6 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em velocidade

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+14	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		4,0	km/h
	Media	-2,7	km/h
Força Mínima no ACT		959,6	kN
Força Máxima no ACT		-242,5	kN
Uso de Energia: Tração		831,0	MJ
	Freio Dinâmico	-104,7	MJ

Controle adaptativo com ênfase em força

Figura 16 - Controle adaptativo ênfase em força

Tabela 7 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em força

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	3,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		5,4	km/h
	Media	-4,0	km/h
Força Mínima no ACT		667,1	kN
Força Máxima no ACT		-214,8	kN
Uso de Energia: Tração		584,2	MJ
	Freio Dinâmico	-104,0	MJ

Controle adaptativo com ênfase na energia

Figura 17 - Controle adaptativo ênfase em energia

Tabela 8 - Índices de performance do controle adaptativo ênfase em energia

Parâmetros LQR:	r_i	6000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade:	Médio Absoluto	7,4	km/h
	Media	-5,6	km/h
	Força Mínima no ACT	380,6	kN
	Força Máxima no ACT	-175,1	kN
Uso de Energia:	Tração	336,9	MJ
	Freio Dinâmico	-105,9	MJ

1.7 Controle Individualizado

Controle individualizado com ênfase em velocidade

Figura 18 - Controle individualizado ênfase em velocidade

Tabela 9 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em velocidade

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+14	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		4,1	km/h
	Media	-2,7	km/h
Força Mínima no ACT		956,9	kN
Força Máxima no ACT		-243,3	kN
Uso de Energia: Tração		829,8	MJ
	Freio Dinâmico	-122,8	MJ

Controle individualizado com ênfase em força

Figura 19 - Controle individualizado ênfase em força

Tabela 10 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em força

Parâmetros LQR:	r_i	5000,0	
	q_{1i}	3,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		5,8	km/h
	Media	-3,7	km/h
Força Mínima no ACT		658,0	kN
Força Máxima no ACT		-269,0	kN
Uso de Energia: Tração		579,8	MJ
	Freio Dinâmico	-153,0	MJ

Controle individualizado com ênfase em energia

Figura 20 - Controle individualizado ênfase em energia

Tabela 11 - Índices de performance do controle individualizado ênfase em energia

Parâmetros LQR:	r_i	6000,0	
	q_{1i}	1,0	
	q_{2i}	1,0E+10	
Desvio de Velocidade: Médio Absoluto		8,1	km/h
	Media	-4,9	km/h
Força Mínima no ACT		373,0	kN
Força Máxima no ACT		-242,3	kN
Uso de Energia: Tração		329,2	MJ

Gráfico 3 - Forças máximas nos acoplamentos para os controles homogêneo, adaptativo e individualizado com diferentes ênfases.

Gráfico 4 - Energia gasta na tração para os controles homogêneo, adaptativo e individualizado com diferentes ênfases.

1.8 Atenuador de Onda de Choque

Para simular o início de uma onda de choque, um pulso de força de 200 k N/s foi aplicado durante 0,1s no primeiro veículo de um modelo de trem composto por 206 veículos. Na figura 22, sem atenuador, a onda de choque atravessa todos os veículos e, ao chegar ao fim do trem, retorna a percorrer o trem. Passado 60 segundos a onda percorre o trem inteiro sete vezes, perdendo intensidade lentamente.

Ao contrário, nas figuras 26 e 30, com atenuador velocidade média e atenuador velocidade mediana, respectivamente, a onda de choque perde intensidade abruptamente passando a ser imperceptível. Após 20 segundos do início da onda, a velocidade já se encontra abaixo do nível da ponderação ($\alpha \cdot V_{ref}$), logo o controle deixa de atuar.

Na figuras 24 a velocidade dos veículos e as forças nos acoplamentos são representadas, verificasse que embora os veículos das extremidades tenham a maiores velocidades não são os que sofrem maiores esforços. A onda de choque ao percorrer o trem vai perdendo intensidade por causa dos aparelhos de choque é tração que amortecem e dissipam a energia da onda.

Figura 21 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo.

Figura 22 - Força nos acoplamentos para impulso no primeiro veículo.

Figura 23 - Impulso no primeiro veículo, sem controle atenuador. Velocidade (esquerda) e Força (direita).

Atenuador Velocidade Média

Na simulação com atenuador de onda de choque com velocidade de referencia utilizando a média expurgada, media das velocidades que estão dentro de um desvio padrão da media total. É apresentado a seguir :

Figura 24 - Controle do atenuador velocidade media para um impulso no primeiro veículo.

Figura 25 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média.

Figura 26 - Força nos acoplamentos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média.

Figura 27 - Impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade média. Velocidade (esquerda) e Força (direita)

Atenuador Velocidade Mediana

Na simulação com atenuador de onda de choque com velocidade de referencia utilizando a média expurgada, media das velocidades que estão dentro de um desvio padrão da media total. É apresentado a seguir :

Figura 28 - Controle do atenuador velocidade mediana para um impulso no primeiro veículo.

Figura 29 - Velocidade dos veículos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade mediana.

Figura 30 - Força nos acoplamentos para um impulso no primeiro veículo, com controle atenuador velocidade mediana.

Figura 31 - Impulso no primeiro veículo, com controle atenuador mediana. Velocidade (esquerda) e Força (direita).

Os dois métodos apresentaram resultados bons e similares, como vemos a onda só percorre efetivamente uma vez o trem. Para atenuar a onda foi necessário o uso de apenas 10% da potência máxima. O trem não tem sua velocidade reduzida efetivamente. O que prova que o consumo energético não é alto o que pode viabilizar o uso deste controle, visto que os benefícios de atenuar a onda de choque que percorre o trem são muitas.

CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou dois controles para a dinâmica longitudinal:

Otimização do Controle do Trem, cujo objetivo é a otimização da operação do trem com relação ao:

- Tempo da viagem buscada através de uma melhor aderência a velocidade pretendida.
- Custo com o desgaste e possíveis acidentes devido às forças no acoplamento.
- Por fim o consumo de energia global do trem.

As conclusões do controle moderno da malha fechada, para os objetivos de velocidade, força e energia do trem foram:

- O controle possibilita escolher a ênfase de forma de controle para atender a necessidade do trem no momento. Um trem atrasado poderia utilizar a ênfase em velocidade, embora isso ocasione um maior consumo e maiores forças nos acoplamentos. Quando enfatizado força ou energia apresenta melhores condições de operação do trem. Os esforços são reduzidos e a uma maior eficiência no consumo da energia.
- Este método apresenta três formas de operar o freio eletropneumático (ECP): Homogêneo, adaptativo e individualizado. O controle adaptativo apresenta bons resultados comparado o homogêneo, embora precise de melhoras para chegar aos resultados do individualizado. Mas se apresenta como um boa opção visto que necessita processar um menor número de canais de sensoriamento.
- O controle por LQR é maleável e necessita que seja inserido os parâmetros do trem apenas na fase de inicialização. Estes parâmetros determinaram um controle adequado para o trem com a devida ênfase. Conhecidas completamente as variáveis de estado, o controle pode ser implementado.

Atenuador de Onda de Choque, se mostrou promissor para os dois tipos de velocidade de referência, pois atuou de forma a reduzir efetivamente as ondas de choque produzidas ao longo do trem sem apresentar o malefício de desacelerar o

trem o que resultaria em gasto energético. Utilizou 10 % da potencia máxima dos freios.

A maior dificuldade da implementação física será observar as velocidades de todos os veículos e processar toda esta informação rapidamente. Caso o sistema de freio não responda adequadamente (atraso na frenagem) a onda de choque não será reduzida como poderia gerar mais ondas indesejadas. O sistema de controle eletrônico poderia resolver este problema verificando o atraso e atuando de forma a pré determinar a passagem da onda pelo veículo e respondendo de forma antecipada, para superar o atraso do sinal.

Este uso para o freio eletropneumático (ECP) não foi encontrada em bibliográfica pesquisada. Este modelo foi desenvolvido a partir de reuniões com orientador Roberto Spinola Barbosa. Neste caso as necessidades da dinâmica longitudinal foram identificadas e o equipamento com possibilidade de atuação rápida e individual poderia contribuir para mitigar as ondas de choque é o sistema de freio eletropneumático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode se dizer que o objetivo do trabalho foi alcançado. Para trabalhos futuros é recomendado pesquisar três novos controles:

- Controle que busque atender a partidas suáveis.
- Paradas em posições precisas (estação).
- Controle permita parar o trem estendido ou comprimido conforme a conveniência.

A implementação destas novas tecnologias em trens de grande comprimento, necessita que a barreira de sensoriamento seja vencida, sendo também um importante campo de pesquisa.

REFERÊNCIAS

ANTON; RORRES. **Álgebra Linear com aplicações**. Porto Alegre: Ed. Bookman, 2001.

BARBOSA, R. S. **Estudo da dinâmica longitudinal do trem**. 1993. 179f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1993.

CHOU, M.; XIA, X.; KAYSER, C. **Modelling and model validation of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems**. *Control Engineering Practice*, volume 15, Abril 2007, p. 501-509.

CHOU, M.; XIA, X. **Optimal cruise control of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems**. *Control Engineering Practice*, volume 15, Abril 2007, p. 511-519.

FELÍCIO, L. C. **Modelagem e Simulação do Comportamento Dinâmico de uma Composição Ferroviária**. Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S/A IPT, Centro de Desenvolvimento Ferroviário; Relatório Técnico nº 20.311, Agosto, 1984.

GRUBER, P.; BAYOUNI, M. **Suboptimal control strategies for multilocomotive powered trains**. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 27, No. 3, 1982, p. 536-546.

Garg, V.K.; Dukkipati, R.V. **Dynamics of railway vehicle systems**. *Academic Press*. Toronto, 1984.

HOWLETT, P. **Optimal Strategies for the Control of a Train**. *Automatica*, Vol.32, No. 4, Abril 1996, p.519-532.

HOWLET, P.G.; MILROY, I.P.; PUDNEY, P.J. **Energy-efficient train control**. *Control Engineering Practice*, Vol. 2, No. 2, 1994, p.193-200.

KULL, R.C. **WABTEC ECP system update**. *IEEE Vehicular Technology Society Land Transportation Division and ASME Rail Transportation Division Joint Railroad Conference*, Abril 2001, Toronto, p. 129-134.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4 ed., São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2003. 788 p.

ZHUAN, X.; XIA, X. **Cruise Control Scheduling of Heavy Haul Trains**. *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 14, No. 4, 2006, p. 757-766.

ZHUAN, X.; XIA, X. **Optimal scheduling and control of heavy haul trains equipped with electronically controlled pneumatic braking systems**. *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 15, No. 6, 2007, p. 1159 - 1166.