# Controle Fuzzy

# 1 Controle Fuzzy

- Um controlador fuzzy compreende quatro componentes principais:
  1. interface escalar-fuzzy,
  2. base de conhecimento,
  3. lógica de tomada de decisões,
  4. e interface fuzzy-escalar.

A figura 1 ilustra a configuração básica de um controlador fuzzy.

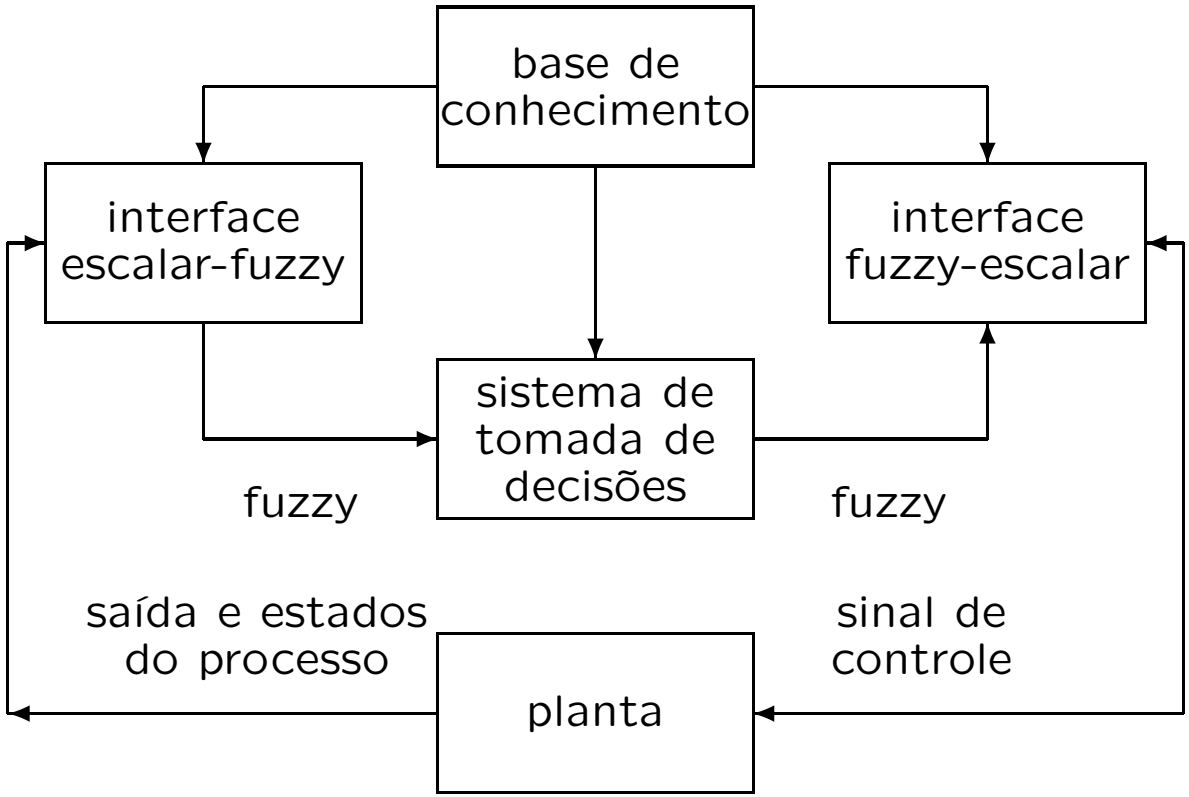


Figura 1: Controlador Fuzzy

- A interface escalar-fuzzy envolve as seguintes funções:
  - medição dos valores das variáveis de entrada.
  - mapeamento que transfere o intervalo dos valores das variáveis de entrada nos correspondentes universos de discurso.
  - transformação dos valores escalares das variáveis de entrada em valores linguísticos que correspondem a rótulos de conjuntos fuzzy [a].

[a] fuzzification

- A base de conhecimento compreende o conhecimento do projetista a respeito do processo. Consiste de uma base de dados e um conjunto de regras de controle fuzzy:
  - a base de dados provê as definições necessárias para estabelecer as regras fuzzy e para a manipulação das informações do controlador.
  - o conjunto de regras caracteriza os objetivos de controle e a política de controle.

- O sistema de tomada de decisões é o núcleo de um controlador fuzzy, possui a capacidade de simular a habilidade humana de tomada de decisões baseada em conceitos fuzzy, inferindo ações de controle através do emprego de implicações fuzzy e regras de inferência em lógica fuzzy.

- A interface fuzzy-escalar realiza as seguintes funções:
  - mapeamento que converte valores relativos aos universos de discurso nos intervalos correspondentes aos intervalos das variáveis de saída.
  - transformação fuzzy-escalar, que transforma uma ação de controle fuzzy numa ação de controle escalar.

## 2 Declarações Condicionais Fuzzy e Regras de Controle Fuzzy

- Em um controlador fuzzy o comportamento dinâmico de um sistema é caracterizado através de um conjunto de regras de descrição linguísticas usualmente baseadas num conhecimento especialista. O conhecimento especialista é usualmente expresso sob a forma:

  **se** (um conjunto de condições são satisfeitas) **então** (um conjunto de conseqüências pode ser inferido).

- Os antecedentes e consequentes de tais regras **se-então** estão associados a conceitos fuzzy, desta forma costuma-se denominá-las de declarações condicionais fuzzy.

- Basicamente, regras de controle fuzzy permitem expressar políticas de controle e conhecimento a respeito do processo.

- Por exemplo, no caso de um sistema de duas entradas e uma saída, as regras de controle fuzzy assumem a seguinte forma:

  $R_1$ : **se** $x = A_1$ **e** $y = B_1$ **então** $z = C_1$,
  $R_2$ : **se** $x = A_2$ **e** $y = B_2$ **então** $z = C_2$,
  . . .
  $R_n$ : **se** $x = A_n$ **e** $y = B_n$ **então** $z = C_n$,

  onde $x$, $y$, e $z$ são variáveis linguísticas representando duas variáveis de estado e uma variável de controle; $A_i$, $B_i$, $C_i$ são valores linguísticos das variáveis $x$, $y$, e $z$ no universo de discurso $U$, $V$ e $W$, respectivamente, com $i = 1, 2, \ldots, n$. Um conectivo de sentenças liga implicitamente todas as regras de controle.

- Uma regra de controle fuzzy, como por exemplo, "**se** ($x = A_i$ **e** $y = B_i$) **então** ($z = C_i$)" é implementado através de uma implicação (relação) fuzzy $R_i$ que é definida como se segue:

$$\mu_{R_i}(u, v, w) \stackrel{\triangle}{=} [\mu_{A_i}(u) \textbf{ e } \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w), \tag{1}$$

  - onde ($A_i$ **e** $B_i$) é um conjunto fuzzy em $A_i \times B_i$ no domínio $U \times V$;
  - $R_i \stackrel{\triangle}{=} (A_i \textbf{ e } B_i) \rightarrow C_i$ é uma implicação (relação) fuzzy em $U \times V \times W$;
  - e $\rightarrow$ indica uma função de implicação fuzzy.

## 3 Operador de Transformação Escalar-Fuzzy

- Um operador de transformação escalar-fuzzy tem o efeito de transformar dados escalares em conjuntos fuzzy.
  Simbolicamente, podemos expressar,

$$x = \mathbf{tef}(x_0),$$

  onde $x_0$ é um valor escalar de uma variável do processo; $x$ é um conjunto fuzzy, e **tef** representa um operador de transformação escalar-fuzzy.

## 4 Operadores de Conectivos de Sentença

- Um controlador fuzzy consiste de um conjunto de regras de controle que estão relacionadas através dos conceitos de implicação fuzzy e regra de inferência composicional sup-star.
- As regras são combinadas através de conectivos **e** e **também**. Já que cada regra de controle é representada através de uma relação fuzzy, o comportamento global de um sistema fuzzy é caracterizado através dessas relações.

- Ou seja, um sistema fuzzy pode ser caracterizado por uma única relação fuzzy que representa a combinação de todas as regras. A combinação em questão envolve o conectivo de sentenças **também**.
- Simbolicamente podemos representar,

$$R = \textbf{também}(R_1, R_2, \ldots, R_i, \ldots, R_n),$$

onde **também** representa um conectivo de sentenças.

## 5 Operador Composicional

- Para inferir a saída $z$ para um dado estado do processo representado por $x$ e $y$ e pela relação fuzzy $R$, a regra de inferência composicional é aplicada,

$$z = y \circ (x \circ R). \tag{2}$$

## 6 Operador de Transformação Fuzzy-Escalar

- A saída de qualquer processo de inferência é um conjunto fuzzy, especificando a distribuição de possibilidade da ação de controle.
- Na prática, entretanto, para a utilização em controle de processos, uma ação de controle escalar é requerida.
- Consequentemente torna-se necessário transformar o conjunto fuzzy inferido num valor escalar, através da utilização de um operador de transformação fuzzy-escalar, denotado por,

$$z_0 = \mathbf{tfe}(z).$$

Onde $z_0$ é a ação de controle escalar e **tfe** é o operador de transformação fuzzy-escalar.

## 7 Parâmetros de Projeto para um Controlador Fuzzy

- Os principais parâmetros para um projeto de um controlador fuzzy são os seguintes:

  1. estratégias de transformação escalar-fuzzy e a interpretação do operador **tef**;
  2. base de dados:
     - discretização/normalização dos universos de discurso,
     - partição dos espaços de entrada e saída através de conjuntos fuzzy,
     - completeza,
     - escolha da função de pertinência para os conjuntos fuzzy;
  3. base de regras:
     - escolha das variáveis de estado (entrada) e variáveis de controle (saída),
     - fonte e derivação de regras de controle fuzzy,

   - tipo de regras de controle fuzzy,

4. lógica de tomada de decisões:
   - definição de uma implicação fuzzy,
   - interpretação do conectivo de sentenças **e**,
   - interpretação do conectivo de sentenças **também**,
   - definição de um operador composicional,
   - mecanismo de inferência;

5. estratégias de transformação fuzzy-escalar e interpretação do operador **tfe**.

## 7.1 Estratégias de Transformação Escalar-Fuzzy

- A transformação escalar-fuzzy está relacionada com o conceito de imprecisão em linguagens naturais.
- Trata-se de uma avaliação subjetiva que transforma uma medida num valor linguístico, e portanto, pode ser definida como um mapeamento entre um espaço observado de entrada e conjuntos fuzzy definidos sobre o mesmo espaço (universo de discurso).
- Em aplicações de controle fuzzy os dados observados são usualmente escalares.
- Em sistemas de controle e muitas outras aplicções utiliza-se um operador que converte um valor escalar num fuzzy singleton.
- Basicamente um fuzzy singleton é um valor preciso e portanto nenhuma imprecisão é introduzido nesse caso.

- Essa estratégia tem sido largamente utilizada em aplicações de controle devido a sua facilidade de implementação. Uma entrada $x_0$ é interpretada como um conjunto fuzzy $A$ com uma função de pertinência $\mu_A(x)$ igual a zero, exceto no ponto $x_0$, onde $\mu_A(x_0) = 1$.

## 7.2 Base de Dados

- A base de conhecimento de um controlador fuzzy compreende duas componentes, uma base de dados e uma base de regras de controle.
- Os conceitos associados à base de dados são utilizados para caracterizar as regras de controle e a manipulação de dados fuzzy. Tais conceitos são definidos subjetivamente e baseados na experiência.

## Discretização de Um Universo de Discurso

- a discretização de um universo é freqüentemente referida como uma quantização.
- Uma quantização discretiza um universo em um determinado número de segmentos (níveis de quantização).
- Cada segmento é rotulado como um elemento genérico. Um conjunto fuzzy é então definido assinalando um valor do grau de pertinência a cada elemento do universo discreto.
- Para o propósito de discretização, um mapeamento é requerido, para a transformação das variáveis medidas em valores do universo discreto.
- O mapeamento pode ser uniforme (linear) ou não uniforme, ou ambos. A escolha dos níveis de quantização reflete obviamente um conhecimento *a priori*.

- Por exemplo num sistema fuzzy com 3 variáveis de entrada e uma variável de saída pode-se utilizar regras de controle do seguinte tipo:

$$K_4[u(k)] = F[K_1.e(k), K_2.ie(k), K_3.ce(k)],$$

onde $F$ denota a relação fuzzy definida pela base de regras, $e(k)$ representa o erro do processo, $ie(k)$ representa a integral do erro, $ce(k)$ representa a variação do erro e $(K_1, K_2, K_3, K_4)$ representam mapeamentos adequados.

- Um exemplo de discretização é mostrado na tabela 1, onde um universo de discurso é discretizado em 13 níveis $(-6, -5, \ldots, 0, \ldots, +6)$ com sete conjuntos fuzzy definidos sobre ele: *NB (Negative-Big)*, *NM (Negative-Medium)*, *NS (Negative-Small)*, *ZE (Zero)*, *PS (Positive-Small)*, *PM (Positive-Medium)*, *PB (Positive-Big)*.

Tabela 1: Quantização

| nível | intervalo | $NB$ | $NM$ | $NS$ | $ZE$ | $PS$ | $PM$ | $PB$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-6$ | $x_0 \leq -3.2$ | 1.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $-5$ | $-3.2 < x_0 \leq -1.6$ | 0.7 | 0.7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $-4$ | $-1.6 < x_0 \leq -0.8$ | 0.3 | 1.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $-3$ | $-0.8 < x_0 \leq -0.4$ | 0.0 | 0.7 | 0.7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $-2$ | $-0.4 < x_0 \leq -0.2$ | 0.0 | 0.3 | 1.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $-1$ | $-0.2 < x_0 \leq -0.1$ | 0.0 | 0.0 | 0.7 | 0.7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $0$ | $-0.1 < x_0 \leq +0.1$ | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 1.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 |
| $+1$ | $+0.1 < x_0 \leq +0.2$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.7 | 0.7 | 0.0 | 0.0 |
| $+2$ | $+0.2 < x_0 \leq +0.4$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 1.0 | 0.3 | 0.0 |
| $+3$ | $+0.4 < x_0 \leq +0.8$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.7 | 0.7 | 0.0 |
| $+4$ | $+0.8 < x_0 \leq +1.6$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 1.0 | 0.3 |
| $+5$ | $+1.6 < x_0 \leq +3.2$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.7 | 0.7 |
| $+6$ | $+3.2 \leq x_0$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 1.0 |

## Normalização de Universos de Discurso

- a normalização de um universo de discurso requer a discretização do mesmo num número finito de segmentos, onde cada segmento é mapeado num outro segmento correspondente no universo normalizado.
- Nesse caso, um conjunto fuzzy é então definido assinalando-se uma função explícita para a sua função de pertinência.
- A normalização de um universo contínuo também envolve um conhecimento *a priori* a respeito do intervalo de valores ocupados pela variáveis de estado e de controle.
- O mapeamento pode ser uniforme, não uniforme ou ambos. Um exemplo é mostrado na tabela 2 onde o universo de discurso $[-6.9, +4.5]$, é transformado no intervalo normalizado $[-1.0, +1.0]$. Os parâmetros $u_f$ e $\sigma_f$ se referem a definição de funções gaussianas.

Tabela 2: Normalização e Conjuntos Fuzzy Primários Utilizando Definição Funcional

| Universo Normalizado | Segmentos Normalizados | Intervalo | $u_f$ | $\sigma_f$ | Conjuntos fuzzy primários |
|---|---|---|---|---|---|
| | $[-1.0, -0.5]$ | $[-6.9, -4.1]$ | $-1.0$ | $0.4$ | *NB* |
| | $[-0.5, -0.3]$ | $[-4.1, -2.2]$ | $-0.5$ | $0.2$ | *NM* |
| | $[-0.3, 0.0]$ | $[-2.2, 0.0]$ | $-0.2$ | $0.2$ | *NS* |
| $[-1.0, +1.0]$ | $[0.0, +0.2]$ | $[0.0, +1.0]$ | $0.0$ | $0.2$ | *ZE* |
| | $[+0.2, +0.6]$ | $[+1.0, +2.5]$ | $0.2$ | $0.2$ | *PS* |
| | $[+0.6, +1.0]$ | $[+2.5, +4.5]$ | $0.5$ | $0.2$ | *PM* |
| | | | $1.0$ | $0.2$ | *PB* |

## Partição Fuzzy de Universos de Discurso

- Uma variável linguística no antecedente de uma regra de controle fuzzy forma um espaço fuzzy de entrada com respeito a um determinado universo de discurso, enquanto que uma variável no consequente de uma regra forma um espaço fuzzy de saída.
- Em geral uma variável linguística está associada com um conjunto de termos, onde cada termo é definido sobre o mesmo universo de discurso.
- Uma partição fuzzy, então, determina quantos termos poderiam existir em um dado universo de discurso.

- O número de conjuntos fuzzy determina a granularidade do controle obtido com um controlador fuzzy.
- Os conjuntos fuzzy primários usualmente possuem um significado, tal como *NB: Negative-Big*; *NM: Negative-Medium*; *NS: Negative-Small*; *ZE: Zero*; *PS: Positive-Small*; *PM: Positive-Medium*; *PB: Positive-Big*; *N: Negative*; *Z: Zero*; *P: Positive*.

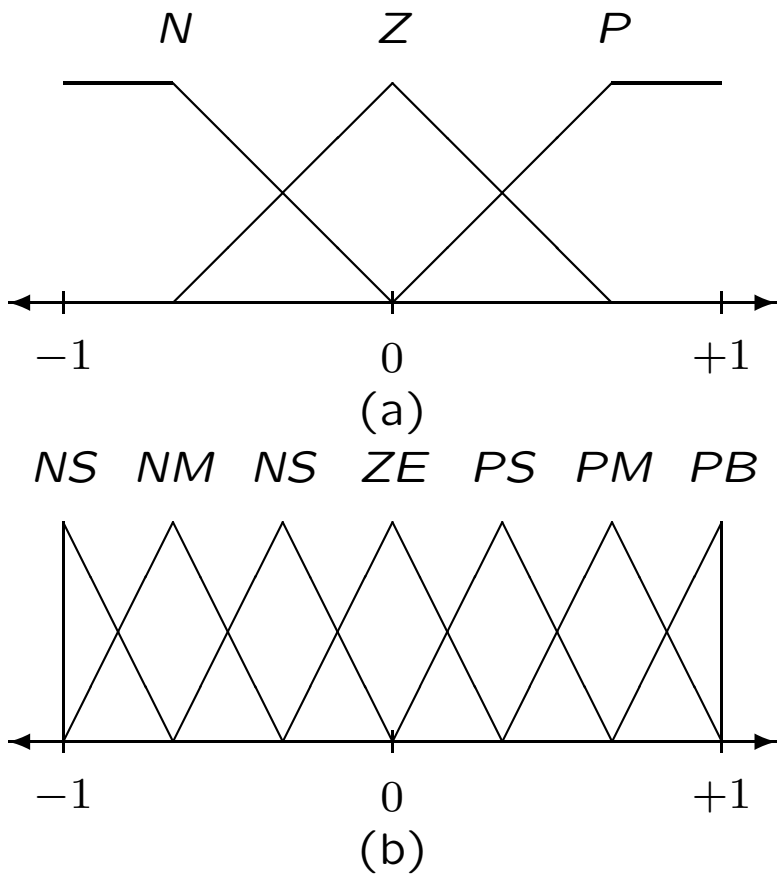


Figura 2: representação gráfica de partições fuzzy.

## Completeza

- Intuitivamente, um algoritmo de controle fuzzy deve sempre ser capaz de inferir uma ação de controle apropriada para cada estado do processo.

- Essa propriedade é denominada de *completeza*. A completeza de um controlador fuzzy está relacionada a base de dados, base de regras ou ambas.

  1. Base de Dados
     - a estratégia relativa a base de dados está relacionada com os suportes nos quais os conjuntos fuzzy primários são definidos.
     - A união desses suportes deve cobrir o universo de discurso em relação a algum nível $\epsilon$ de certeza .
     - Essa propriedade de um controlador fuzzy é denominada completeza-$\epsilon$. Em geral, escolhe-se o nível $\epsilon$ no ponto de

crossover como mostrado na figura 2.

- Nesse sentido, uma regra dominante sempre existe e está associada com um grau de certeza maior do que 0.5. Num caso extremo, duas regras dominantes são ativadas com um grau de certeza igual a 0.5.

2. Base de Regras
   - a estratégia relativa a base de regras está relacionada com as próprias regras de controle. A propriedade de completeza deve ser observada.
   - Uma regra é adicionada sempre que uma determinada condição não está incluída na base de regras, ou sempre que o grau de certeza para alguma condição de entrada é menor que algum nível por exemplo 0.5.

## Função de Pertinência para um Conjunto Fuzzy

- Existem dois métodos para se definir conjuntos fuzzy dependendo do tipo de universo de discurso utilizado:
  - Universo discreto: definição numérica,
  - Universo contínuo: definição funcional.

## 7.3 Base de Regras

### Escolha das Variáveis de Estado e Variáveis de Controle

- A escolha apropriada das variáveis de estado do processo e das variáveis de controle é essencial para a caracterização da operação de um sistema fuzzy.
- Como já foi enfatizado, a experiência desempenha um papel importante nesse processo de escolha. Tipicamente as variáveis de estado são: o erro, a derivada do erro, a integral do erro, etc.

## Fonte e Derivação de Regras de Controle

Em geral, considera-se quatro modos de derivação de regras de controle fuzzy. Esses quatro modos de derivação não podem ser considerados como mutuamente exclusivos.

1. *Experiência de Especialistas*
2. *Modelagem das Ações do Operador*
3. *Modelo Fuzzy do Processo*
4. *Aprendizagem*

## Tipos de Regras de Controle

Basicamente, podemos considerar dois tipos de regras de controle fuzzy:

1. *Regras de Controle Fuzzy de Avaliação de Estado*:
   - no caso de sistemas MISO são caracterizados por uma coleção de regras do seguinte tipo:

$$R_1 : \textbf{se } x = A_1, \ldots, \textbf{e } y = B_1 \textbf{ então } z = C_1$$
$$R_2 : \textbf{se } x = A_2, \ldots, \textbf{e } y = B_2 \textbf{ então } z = C_2$$
$$\ldots$$
$$R_n : \textbf{se } x = A_n, \ldots, \textbf{e } y = B_n \textbf{ então } z = C_n$$

   onde $x, \ldots, y$ e $z$ são variáveis linguísticas representando as variáveis de estado do processo e a variável de controle; $A_i, \ldots, B_i$ e $C_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ são valores linguísticos das

variáveis $x, \ldots, y$ e $z$ nos universos de discurso $U, \ldots, V$ e $W$, respectivamente.

- O consequente pode assumir uma forma mais genérica se for representado como uma função das variáveis de estado,

  $R_i$ : **se** $x = A_i, \ldots$,**e** $y = B_i$ **então** $z = f_i(x, \ldots, y)$.

2. *Regras de Controle para Avaliação de Objetivos*:
   - Yasunobu, Miyamoto e Ihara (1985) propuseram um novo algoritmo onde a ação de controle $u$ no instante $k$ é decidida avaliando-se qual será o seu efeito sobre os estados e os objetivos de controle no instante $k + 1$.
   - Tal técnica é denominada *Controle Fuzzy com Avaliação de Objetivos* ou *Controle Fuzzy Preditivo*.

$$R_i : \textbf{se } (u = C_i \rightarrow (x = A_i \textbf{ e } y = B_i)) \textbf{ então } u = C_i.$$

- Esse método foi aplicado com sucesso no sistema de operação automático de trens, desenvolvido pela Hitachi Corporation para o metrô da cidade de Sendai (Japão) e se consagrou como uma das primeiras aplicações comerciais de controladores fuzzy.