EXERCÍCIO: ONDAS INTERMITENTES

Considere uma aproximação de um cruzamento semaforizado com capacidade igual a 1750v/h, e admita uma situação em que a demanda na hora-pico nas aproximações da via principal é de cerca de 1600 v/h, flutuando entre 125% e 75% em sub-períodos de 15 minutos de maior e menor demanda, posteriores ao período de operação normal.

Examine as ondas de congestionamento e recuperação que ocorrem com operação normal e nos sub-períodos de maior demanda (em que a aproximação opera saturada porque a demanda supera a capacidade) e de menor demanda.

Pede-se determinar:

a) a velocidade de propagação da onda de parada(congestionamento) e de movimento (recuperação) em condições normais;

b) o tempo de dissipação da fila e a extensão atingida por filas com a operação normal (qual sua relação com as fórmulas de correção de filas usualmente adotadas?);

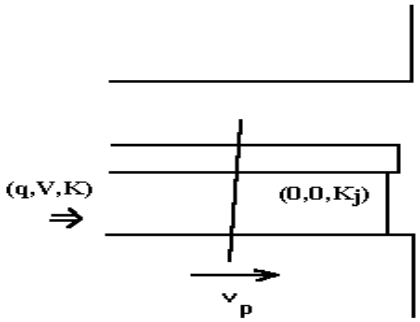
c) as diferenças entre estes resultados obtidos para operação normal e os que ocorreriam com flutuação da demanda e operação saturada.

SOLUÇÃO DO EXERCÍCIO:

A fórmula deduzida para a velocidade de propagação de ondas de congestionamento e de recuperação é decorrente da condição de continuidade do fluxo de tráfego apenas (e, portanto, vale também no caso da operação de uma aproximação de interseção semaforizada):

$$v_o = \frac{\Delta q}{\Delta K}$$ (positivo no sentido do fluxo de trafego).

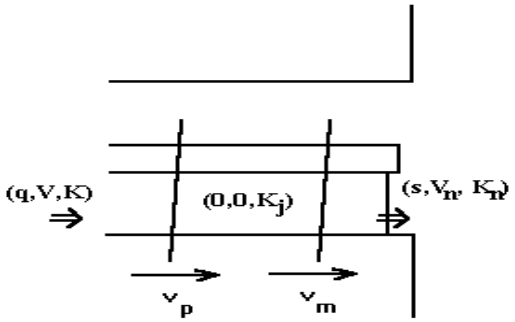
No caso da onda de parada, as condições são as seguintes:



$$v_p = \frac{Q-0}{K-K_j} = \frac{Q}{Q/V - 1/\ell_j}$$ (negativa)

onde $\ell_j = \ell_v + \delta_j$ e $K_j = 1/\ell_j$ é a densidade de tráfego na fila

No caso da onda de movimento, tem-se as condições seguintes:



$$v_m = \frac{S-0}{K_n - K_j} = \frac{S}{S/V_n - 1/\ell_j}$$ (negativa)

onde $\ell_n = \ell_v + \delta_n$ e $K_n = 1/\ell_n$ é densidade de tráfego no escoamento da fila

As filas podem ser calculadas como desbalanceamento entre demanda e fluxo mas, neste caso, tem de ser utilizada a correção para a dimensão física da fila. A fila máxima no final do vermelho tem de ser corrigida pelo fator de correção para a fila com dimensão física: $n_b = \frac{Q.r}{1 - Q_m.\ell_v / v}$ (admitindo que a fila inicial é nula). A fila correspondente à extensão máxima atingida pela dissipação da fila formada no final do vermelho é dada por $n_m = \frac{n_b}{1 - Q/S}$ (admitindo que a fila é dissipada antes do final do ciclo). Mas a análise baseada na velocidade de propagação/dissipação das filas fornece melhor resultado.

Admitindo que o tempo de ciclo tem um período de verde igual a g e um período de vermelho igual a r, a fila acumulada do início do vermelho até o final do vermelho é a distância percorrida pela onda de parada:

$$z_b = v_p.r = \frac{Q.r}{K_j - K} \Rightarrow n_b = \frac{z_b}{m.\ell_j} = \frac{n_r}{1 - Q_m.\ell_j / V}$$

onde n_r=Q.r é a fila "teórica" (calculada desprezando o efeito da dimensão física dos veículos) e m é o número de faixas na aproximação do semáforo.

Pode-se verificar que fator de correção para obter a fila efetiva ao final do período de vermelho é igual ao calculado considerando a propagação da onda de parada quando $\ell_v \cong \ell_j$ (isto é, ℓ_v é a distância entre veículos em fila, incluindo o espaçamento livre δ_j)

De forma análoga, a extensão máxima atingida pela fila ocorre quando a onda de movimento (iniciada com o período de verde) alcança a onda de parada (iniciada com o período de vermelho anterior). Portanto, a condição ocorre quando:

$$v_p.(r+t) = v_m.t \Rightarrow \frac{Q.(r+t)}{K_j - K} = \frac{S.t}{K_j - K_n} \Rightarrow \frac{r+t}{t} = \frac{S}{Q}.\frac{K_j - K}{K_j - K_n} \therefore t = \frac{r}{\frac{K_j - K}{K_j - K_n}\frac{S}{Q} - 1}$$

$$\Rightarrow z_m = v_m.t = \frac{S}{K_j - K_n}.\frac{r}{\frac{K_j - K}{K_j - K_n}\frac{S}{Q} - 1} = \frac{Q.r}{(K_j - K) - \frac{Q}{S}(K_j - K_n)} \cong \frac{Q.r}{(1 - Q/S).(K_j - K_n)} = \frac{n_b}{1 - Q/S}$$

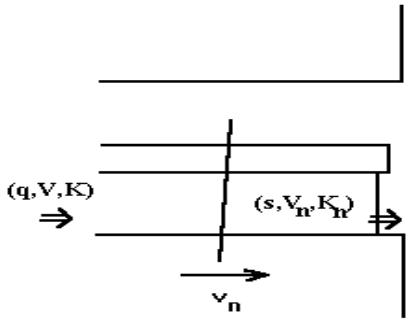
se $K_n \cong K$, caso em que as fórmulas são similares.

Entretanto, pode-se notar que o fator de correção para a extensão máxima atingida pela fila somente seria igual ao calculado detalhadamente quando

$$n_m = \frac{z_m}{\ell_n} \cong \frac{Q.r}{(1-Q/S).(K_j/K_n - 1)} \approx \frac{Q.r}{(1-Q/S).(1-K/K_j)} \cong \frac{n_b}{1-Q/S}$$

o que teria como hipótese simplificadora a aproximação $K_n \cong K \cong K_j$ (além de $\ell_v \cong \ell_j$ como antes), que é inconsistente. Portanto, as expressões usuais desprezam as diferenças entre as densidades de tráfego nas diferentes condições operacionais.

Note que as condições de tráfego ainda não estão homogêneas após a dissipação da fila, quando seria formada uma onda de normalização com

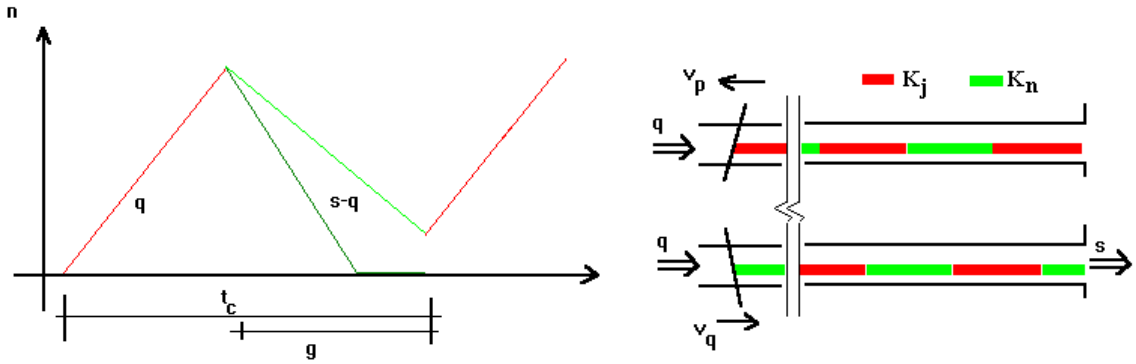


$$v_n = \frac{S-Q}{K_n - K} = \frac{S-Q}{S/V_n - Q/V} \quad \text{(positiva)}$$

que somente atinge a linha de retenção após um tempo $t_n = z_m / V_n$

Com as hipóteses e aproximações implícitas na determinação dos fatores de correção usuais, a normalização ocorreria simultaneamente com a dissipação da fila.

Com operação normal. sempre $v_m > v_p$, e portanto sempre haverá dissipação da fila, o que entretanto pode ocorrer após o início do vermelho seguinte, isto é, após iniciar-se a formação da nova fila. Entretanto, note que pode não haver normalização total do tráfego, visto que esta nova onda de parada, gerada no vermelho seguinte, pode iniciar-se junto à linha de retenção antes desta ser alcançada pela onda de normalização.



Com operação saturada (Q>C), a situação é diferente em diversos aspectos importantes:

⇨ as filas não se dissipam totalmente e são crescentes enquanto q>C;

⇨ junto à linha de retenção, as condições de fluxo nunca serão às condições do fluxo de chegada (visto que a fila não se dissipou e o tráfego não se normalizou);

⇨ o fluxo junto à linha de retenção é s (sempre quanto não houve tempo para normalização);

⇨ as velocidades e densidades junto à linha de retenção também são as correspondentes ao fluxo de saturação;

⇨ portanto, a velocidade de propagação da onda de parada é

$$v_p = \frac{S}{K_n - K_j} = v_m$$

que corresponde a um bloco em movimento com extensão $v_m.g$, propagando-se solidariamente para montante;

⇨ junto ao final da fila, a condição de operação de chegada encontra alternadamente as condições de fila (parada, em um período de duração aproximada r) e bloco em movimento (fluxo s, em um período de duração aproximada g);

⇨ a velocidade da onda de propagação no final da fila é $v_p = \frac{Q}{K - K_j}$ (negativa) durante o período r e $v_q = \frac{S - Q}{K_n - K}$ (positiva) durante o período g, e a extensão final da fila aumenta $\Delta z = v_p.r - v_q.g = \frac{Q.r}{K_j - K} - \frac{(S - Q).g}{K_n - K}$ em cada ciclo semafórico;

⇨ se $K_n \cong K_j$ então $\Delta z > 0 \Rightarrow Q.r > (S - Q).g \Rightarrow Q.(r + g) > S.g \Leftrightarrow Q > C$, visto que $C = {}^{g}\!/_{t_c}.s$, e a fila cresce com velocidade $v_z = {}^{\Delta z}\!/_{t_c}$ (de forma recíproca, a fila decresce com a mesma velocidade, porque $\Delta z < 0$, se Q<C

⇨ portanto, a densidade média de tráfego ao longo da extensão afetada, em fila parada ou movimento em bloco, é $\frac{r}{t_c}.K_j + \frac{g}{t_c}.K_n$, aproximadamente;

⇨ ao final de cada ciclo, o aumento de fila em veículos é $\Delta n = Q.t_c - S.g = (Q - C).t_c$, se Q>C (diminuição se Q<C).

As expressões apresentadas acima são determinísticas e não consideram o fenômeno de dispersão do tráfego, que tenderia a igualar fluxo, densidade e velocidade para o tráfego em fila, ao longo de sua extensão (isto é, a uma distância suficientemente grande da linha de retenção, na fila, as condições de operação seriam as equivalentes a um fluxo médio igual a ${}^{g}\!/_{t_c}.s$, em fluxo forçado).