

RAFAEL GONZALEZ RASELLO

**APLICAÇÃO DE UM CONTROLADOR PREDITIVO A UM SISTEMA DE
CRISTALIZAÇÃO POR EVAPORAÇÃO MÚLTIPLO-EFEITO**

São Paulo

2014

RAFAEL GONZALEZ RASELLO

**APLICAÇÃO DE UM CONTROLADOR PREDITIVO A UM SISTEMA DE
CRISTALIZAÇÃO POR EVAPORAÇÃO MÚLTIPLO-EFEITO**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo como Trabalho de Conclusão
de Curso

Área de Concentração: Engenharia
Química

Orientador: Prof. Darci Odloak

São Paulo

2014

AGRADECIMENTOS

Agradeço

Ao professor Darci Odloak, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante o trabalho.

À minha família, pelo apoio inquestionável durante realização deste trabalho.

Aos meus amigos e colegas, pela descontração imprescindível em todos os momentos de aprendizagem na Escola Politécnica.

À Escola Politécnica, por proporcionar os recursos necessários à minha formação acadêmica.

RESUMO

Com o desenvolvimento de novas técnicas de automação na indústria e a crescente evolução da capacidade de processamento de computadores, o controle da indústria química tem passado por modificações fundamentais. Os controladores mais tradicionais, como o PID, por exemplo, tem um funcionamento restringido a respostas produzidas por um circuito elétrico sendo limitados a uma quantidade definida de operações. Na presença de sistemas complexos, com múltiplas variáveis, funções de alta ordem e/ou altos tempos mortos, estas formas de controle tem mais dificuldade em controlar e estabilizar as correntes do processo, não permitindo uma operação em um ponto desejado. A implantação de sistemas de controle digital avançado aparece, então, em resposta a esta necessidade de resolução e otimização dos processos.

O escopo deste trabalho consiste na implantação de uma malha de controle por controle tradicional (PID) e preditivo MPC (*Model Predictive Control*) em um sistema de cristalização de sal por evaporação múltiplo-efeito. Tal sistema apresenta dificuldades de controle inerentes que devem ser resolvidas pelos controladores e as soluções encontradas pelas duas formas de controle são comparadas e avaliadas sistematicamente. As aplicações visam uma trajetória ótima de operação avaliada quanto à qualidade e produtividade do produto. Todas as simulações são feitas com o *software* Matlab®.

Foram obtidos resultados coerentes com as respostas físicas do sistema e, para todas as malhas implementadas, os sistemas de controle foram capazes de controlar as correntes. O controle MPC mostrou-se mais eficiente quanto à rapidez e estabilidade de resposta quando comparado ao controle clássico PID.

Palavras-chave: Controle Preditivo, MPC, Cristalização, Evaporação múltiplo-efeito.

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 - Curva de solubilidade típica (extraído e adaptado de Grootscholten, 1982)</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2 - Cristalizador do tipo Swenson DTB (Draft Tube Baffle)</i>	<i>16</i>
<i>Figura 3 - Sistema de evaporação triplo-efeito co-corrente.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 4 - Sistema de evaporação triplo-efeito contra-corrente</i>	<i>18</i>
<i>Figura 5 - Sistema de evaporação triplo-efeito com alimentação em paralelo.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 6 - Exemplo de diagram de blocos (adaptado de Odloak 2014)</i>	<i>21</i>
<i>Figura 7 - Exemplo de iteração de cálculo do MPC, adaptado de Odloak (2014).....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 8 - Fluxograma simplificado do processo, extraído de Silva (2012).....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 9 - Estrutura de controle em malha fechada</i>	<i>36</i>
<i>Figura 10 - Ação em malha aberta de Ac5 em x1.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 11 - Ação em malha aberta de Ac3 em x2.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 12 - Ação em malha aberta de Ac5 em x3.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 13 - Ação em malha aberta de Ac1 em x4.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 14 - Ação em malha aberta de Ac3 em x5.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 15 - Ação em malha aberta de Ac4 em x5.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 16 - Simulação em malha aberta para o primeiro e segundo efeitos</i>	<i>42</i>
<i>Figura 17 - Simulação em malha aberta para o terceiro e quarto efeitos.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 18 - Simulação em malha aberta para o quinto efeito.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 19 - Simulação em malha aberta para degrau no terceiro efeito</i>	<i>44</i>
<i>Figura 20 - Incremento na fração de cristais no primeiro efeito - PID mono-variável.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 21 - Incremento na fração de cristais no segundo efeito - PID mono-variável.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 22 - Incremento na fração de cristais no terceiro efeito - PID mono-variável.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 23 - Incremento na fração de cristais no quarto efeito - PID mono-variável</i>	<i>47</i>
<i>Figura 24 - Incremento na fração de cristais no quinto efeito - PID mono-variável.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 25 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>49</i>
<i>Figura 26 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável</i>	<i>49</i>
<i>Figura 27 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>49</i>
<i>Figura 28 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável</i>	<i>50</i>
<i>Figura 29 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável</i>	<i>50</i>
<i>Figura 30 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>51</i>
<i>Figura 31 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável</i>	<i>51</i>
<i>Figura 32 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>52</i>
<i>Figura 33 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável</i>	<i>52</i>
<i>Figura 34 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável</i>	<i>52</i>
<i>Figura 35 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>53</i>

<i>Figura 36 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável</i>	<i>53</i>
<i>Figura 37 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável</i>	<i>54</i>
<i>Figura 38 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável</i>	<i>54</i>
<i>Figura 39 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável</i>	<i>54</i>
<i>Figura 40 - Fração de cristais no primeiro efeito com controle MPC.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 41 - Fração de cristais no segundo efeito com controle MPC.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 42 - Fração de cristais no terceiro efeito com controle MPC.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 43 - Fração de cristais no quarto efeito com controle MPC</i>	<i>57</i>
<i>Figura 44 - Fração de cristais no quinto efeito com controle MPC.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 45 - Fração de cristais no primeiro efeito com funções instáveis.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 46 - Fração de cristais no segundo efeito com funções instáveis</i>	<i>59</i>
<i>Figura 47 - Fração de cristais no terceiro efeito com funções instáveis.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 48 - Fração de cristais no quarto efeito com funções instáveis.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 49 - Fração de cristais no quinto efeito com funções instáveis</i>	<i>60</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1 - Modelos discretos identificados por Silva (2012).....</i>	<i>34</i>
<i>Tabela 2 - Valores iniciais das frações em cada efeito, extraídos de Silva (2012).....</i>	<i>36</i>
<i>Tabela 3 - Valores iniciais das variáveis de entrada, extraído de Silva (2012).....</i>	<i>37</i>
<i>Tabela 4 - Raízes das funções de transferência do processo com T_s igual a 600s.....</i>	<i>38</i>
<i>Tabela 5 - Raízes das funções de transferência do processo com T_s igual a 1 minuto.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabela 6 - Restrições para sintonia PID mono-variável.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 7 - Resultados de sintonia PID mono-variável.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 8 - Restrições para sintonia PID multi-variável.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabela 9 - Resultados de sintonia PID multi-variável.....</i>	<i>47</i>

LISTA DE ABREVIações

ARX - Autoregressive with Exogenous Input

DMC - Dynamic Matrix Control

IAE - Integral of the Absolute Error

IE - Integral of the Error

ISE - Integral Square Error

ITAE - Integral of the Time-Weighted Absolute Error

MIMO - Multiple Input, Multiple Output

MPC - Model Predictive Control

PI - Proporcional e Integral

PID - Proporcional, Integral e Derivativo

QDMC - Quadratic Matrix Control

RTO - Real Time Optimization

SISO - Single Input, Single Output

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{ci}	Vazão mássica de alimentação em um efeito i (kg/h)
A_{pi}	Vazão mássica de alimentação na perna elutriadora (kg/h)
B_o	Taxa de nucleação secundária (1/s)
C	Concentração em uma solução (kg/L)
$e(k)$	Erro da variável controlada com relação ao <i>set-point</i> em um instante k
G_o	Velocidade de crescimento molecular de partículas (m/s)
$G_p(i,j)$	Função de transferência do modelo
G_p	Matriz de funções de transferência do modelo
I	Matriz identidade
k	Instante de tempo
K_c	Ganho proporcional do controlador PID
L	Tamanho da partícula
m	Horizonte de controle para o MPC
nu	Número de variáveis manipuladas
ny	Número de variáveis controladas
np	Horizonte de predição do controlador
p_i	Polos do sistema
R	Matriz de fatores de supressão do MPC
S	Matriz dinâmica do controlador
S_p	Matriz dinâmica do processo
T_D	Tempo derivativo do controlador PID
T_I	Tempo integral do controlador PID
T_s	Tempo de amostragem
u	Variável manipulada
x	Fração mássica de cristais em suspensão (kg/kg de suspensão)
$y(k)$	Variável controlada em um instante k
y_{sp}	Valor do <i>set-point</i>

W Matriz de fatores de peso do MPC

SUMÁRIO

1. Introdução.....	12
2. Revisão Bibliográfica.....	14
2.1 Cristalização.....	14
2.2 Processos de Cristalização.....	16
2.3 Controle de processos.....	19
2.4 Controladores.....	21
2.4.1 PID.....	22
2.4.2 Controle preditivo.....	24
2.5 Controle de cristalizadores.....	32
3. Metodologia.....	33
3.1 Processo.....	33
3.2 Modelo e identificação.....	34
3.3 Estabilidade das malhas.....	36
3.4 Estratégia de controle e simulação.....	36
3.5 Controlador PID.....	37
3.6 Controlador MPC.....	38
4. Resultados e Discussão.....	39
4.1 Estabilidade do sistema.....	39
4.2 Controle PID mono-variável.....	45
4.3 Controle PID multi-variável.....	48
4.4 Controle MPC.....	55
5. Conclusões.....	62
6. Referências.....	63
Anexo 1 - Funções do Matlab®.....	64
Anexo 2 - Representação em estado-espço.....	65
Anexo 3 - Análise de sensibilidade.....	66

1. Introdução

O controle de correntes de processo na indústria aparece no século XX como forma de obter menor dependência de erros humanos e maior padronização de saídas de produtos. Em indústrias antigas, contava-se com a atuação de operadores para a regulação das condições de processo, o que tornava o processo mais variável e suscetível a erros humanos, logo menos seguro e eficiente. A procura pela maior qualidade do produto com uma maior eficiência de processo tornou-se uma prioridade em um ambiente competitivo crescente, o que levou a tecnologia da automação e instrumentação industriais a se aprimorar.

Com o surgimento de novas tecnologias aparecem os controladores do tipo PID (“Proporcional Integral Derivativo”). Tais controladores apresentam comportamento robusto, podendo ser aplicados a diversos processos sem gerar grandes problemas. O controlador PID atua em sistemas de *feedback*, onde a saída do processo é utilizada como entrada e é comparada ao valor desejado de uma variável (*set-point*) na entrada do controlador. Com parâmetros constantes, a maior limitação deste tipo de controlador é, então, o fato de não ter conhecimento direto do processo inserido e não apresentar possibilidade de otimização deste. Além disso, devido ao fato de se basear na linearidade e simetria, o PID apresenta também problemas em aplicações mais complexas. Tais limitações impõem uma necessidade de um controlador capaz de otimizar em tempo real a saída do processo, o que levou à elaboração do controle digital.

Graças aos importantes avanços na área da tecnologia digital e com computadores com capacidade cada vez mais elevada, foi criado o controle do tipo MPC (*Model Predictive Control*) na década de 1980. Baseado em modelos dinâmicos do processo, de forma geral, modelos lineares identificados à partir de dados do sistema, o controlador MPC permite a otimização do processo em um determinado intervalo de tempo, levando em conta não só o passado mas também o futuro relativo a uma ação tomada em um instante pelo controlador. Com a capacidade de otimizar constantemente o processo e de prever as saídas deste, esta técnica digital avançada tem oferecido soluções mais inteligentes a problemas de diversas ordens de complexidade.

Sistemas com múltiplos equipamentos inter-relacionados possuem uma complexidade inerente que dificulta a implantação de malhas de controle clássicas. É o caso do sistema de cristalização por evaporação múltiplo-efeito, escopo deste trabalho. Visto que o vapor de um equipamento é utilizado para aquecer o seguinte e que a concentração em cada efeito depende da taxa de evaporação, a interdependência entre os equipamentos é significativa. Trata-se então de um sistema no qual se aplicam classicamente controladores PID e que pode ter uma melhora importante com implantação de uma malha de controle por MPC.

Baseando-se nos modelos dinâmicos obtidos por Silva (2012) para o sistema de cristalização em questão, o objetivo deste trabalho será, inicialmente, implantar uma malha de controle clássica por PID, com métodos de sintonia alternativos, avaliar a aplicação desta malha considerando o sistema mono-variável, implantando, se possível, uma malha clássica PID multi-variável, e implantar um controle MPC avaliando os benefícios desta aplicação.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Cristalização

Cristalização é o processo de obtenção de sólidos sob a forma de cristais a partir da precipitação em uma solução, geralmente. No ambiente da indústria química, é o processo de separação líquido-sólido no qual há transferência de massa de soluto da solução com formação de fase sólida (cristal com alto grau de pureza). O potencial de transferência é, portanto, o grau de supersaturação da solução, ou seja, a diferença entre a concentração da solução e a concentração em equilíbrio termodinâmico (solubilidade).

Como a solubilidade de um soluto é, geralmente, fortemente dependente da temperatura da solução, um meio de obtenção de soluções supersaturadas usual é o resfriamento de soluções quentes. A figura 1 mostra uma curva típica de solubilidade e regiões de supersaturação:

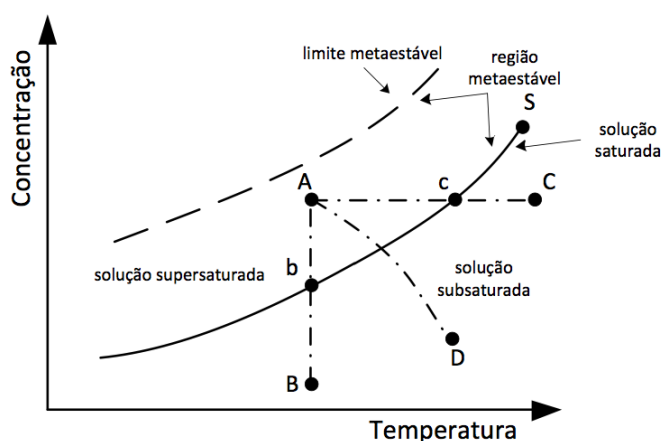


Figura 1 - Curva de solubilidade típica (extraído e adaptado de Grootsholten, 1982)

Seja uma solução quente com concentração inicial C, ao resfriá-la obtém-se o estado A, com uma solução supersaturada. Neste ponto, a supersaturação é dada pela diferença de temperaturas entre A e c (figura 1) ou pela diferença de concentrações entre A e b. Uma vez que a cristalização é ativada (por nucleação), o estado instável A pode chegar ao estado b.

À medida que uma solução supersaturada começa a criar cristais, pode-se efetuar um balanço de massa que mede a taxa de crescimento molecular de cristais em m/s em função do tamanho destes. A criação de novos cristais é chamada de nucleação primária e para que ocorra deve-se atingir uma concentração superior ao limite metaestável (figura 1). Muitas vezes nos processos de cristalização a nucleação primária é custosa e não favorável, logo utiliza-se a nucleação secundária para o crescimento e formação dos cristais.

A nucleação secundária é espontânea na faixa metaestável da solução e se trata da formação de novos cristais no meio graças à presença de outros cristais inicialmente. Seja G a taxa de crescimento molecular e B a taxa de nucleação secundária, formulam-se usualmente as seguintes expressões:

$$(1) \quad G = k_g (C_A - C_B)^g (1 - aL)$$

$$(2) \quad B = k_b (C_A - C_B)^b C_{sol}^s \epsilon^e$$

Onde:

- C_i é a concentração de um soluto i
- k_g e k_b são as constantes de taxa de crescimento e nucleação respectivamente
- g e b são os expoentes das taxas de crescimento e nucleação respectivamente
- C_{sol} é a concentração de sólidos no meio
- L é o tamanho do cristal
- a é uma constante empírica

Há duas formas usuais de obter a supersaturação no meio: por resfriamento da solução ou por evaporação do solvente. No caso da evaporação existem técnicas que utilizam o vácuo como forma de extrair o solvente. Há também casos que usam um segundo solvente com a capacidade de diminuir a solubilidade do soluto na solução (mistura dos dois solventes) e há também reações que iniciam a cristalização por formação de sólidos precipitados.

Em um cristalizador por evaporação contínuo, uma suspensão com grande população de cristais entra em contato com uma fonte de calor (no geral, uma serpentina por onde passa vapor) que fornece a energia suficiente para atingir a temperatura de ebulição na solução. O solvente tem, então, uma taxa de evaporação constante, permitindo a formação e crescimento contínuos de cristais na solução supersaturada. Como o vapor gerado é uma fonte de energia, utiliza-se este como fonte de calor para um próximo evaporador (com pressão mais baixa que o anterior), de onde surge a ideia de múltiplos efeitos. Desta forma a eficiência energética do processo de cristalização aumenta.

Existem outros tipos de cristalizadores, com diferentes princípios de utilização. Cada configuração foca em melhoramentos energéticos ou na uniformidade e quantidade de cristais. Neste trabalho, será focado um processo quádruplo efeito de cristalização de sal (cloreto de sódio) descrito por Silva (2012) .

2.2 Processos de Cristalização

Existem vários tipos de equipamentos e configurações nos quais pode-se desenvolver a cristalização em processos da indústria química. Como visto na seção anterior, existem dois principais fatores que atuam sobre a solubilidade de compostos: a concentração e a temperatura. Há, então, duas formas principais de realizar a cristalização, a primeira por evaporação do solvente (alterando a concentração da solução) e a segunda por meio de resfriamento de soluções supersaturadas (alterando a temperatura do meio).

O cristalizador de interesse neste trabalho utiliza da evaporação de água de soluções salinas para produzir cristais de sal (cloreto de sódio). Este tipo de equipamento é composto usualmente por:

- Uma superfície de troca de calor, capaz de fornecer a energia necessária para a evaporação do solvente. Geralmente, utilizam-se configurações de casco e tubo ou serpentina nos quais vapor superaquecido passa pelos tubos.
- Uma bomba de circulação ou um misturador axial que mantém a uniformidade da suspensão cristalina. Sua presença é fundamental para manter os cristais em contato com a solução supersaturada assim como para manter altas velocidades próximas à superfície de troca de calor.
- Uma zona de separação de vapor, na qual o vapor de solvente se mantém em equilíbrio líquido-vapor com a solução.
- Uma zona de elutriação (para cristalizadores do tipo Swenson DTB) na qual os cristais são selecionados por diferença de densidade e dirigidos para a suspensão de produto.

A figura 2 representa de forma simplificada um cristalizador do tipo Swenson DTB com as zonas descritas acima:

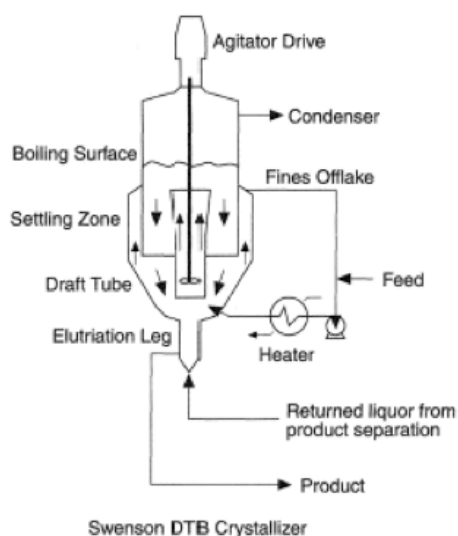


Figura 2 - Cristalizador do tipo Swenson DTB (Draft Tube Baffle)

Cristalizadores evaporativos possuem alto consumo energético, pois exigem uma grande quantidade de energia para que a solução entre em ebulição e ainda geram uma corrente de vapor com alto potencial calorífico. Por esta razão, estudaram-se configurações nas quais o consumo de energia pelo cristalizador é reduzido ao se aproveitar a energia do vapor produzido. São estas as configurações a múltiplo-efeito onde a cristalização se dá em diferentes equipamentos acoplados de forma que o vapor de um efeito alimente o aquecedor do seguinte. Assim é possível reduzir significativamente o consumo de energia quando comparado ao de um só equipamento com mesma capacidade.

Para que o vapor de um efeito possa fornecer a energia necessária à ebulição no seguinte é preciso baixar a pressão deste com relação ao anterior, de forma a diminuir a temperatura de ebulição da solução e possibilitar a troca térmica com uma diferença de temperatura aceitável. Assim, são aplicados sistemas de vácuo nos equipamentos, o que aumenta o consumo de energia (energia elétrica para gerar trabalho mecânico no sistema de vácuo) que é usualmente pequeno com relação aos gastos energéticos por meio de transporte de calor.

Seja, então, uma sequência de cristalizadores estabelecida pelos fluxos dos vapores produzidos, na qual o primeiro efeito é aquele que recebe vapor vivo (não proveniente de outro efeito), existem várias formas de configurar o fluxo da suspensão cristalina. As mais comuns são descritas abaixo:

- Co-corrente: a solução de alimentação entra no primeiro efeito e deixa o sistema na saída fria (com menor pressão, logo menor temperatura de ebulição). Esta configuração é mais utilizada quando a solução de alimentação é viscosa e requer muita energia de bombeamento. Com uma alta diferença de temperatura no primeiro efeito a solução recebe mais energia e tem sua viscosidade diminuída. Como desvantagem, esta configuração tem a característica de ter uma diferença de temperatura menor nos efeitos posteriores.

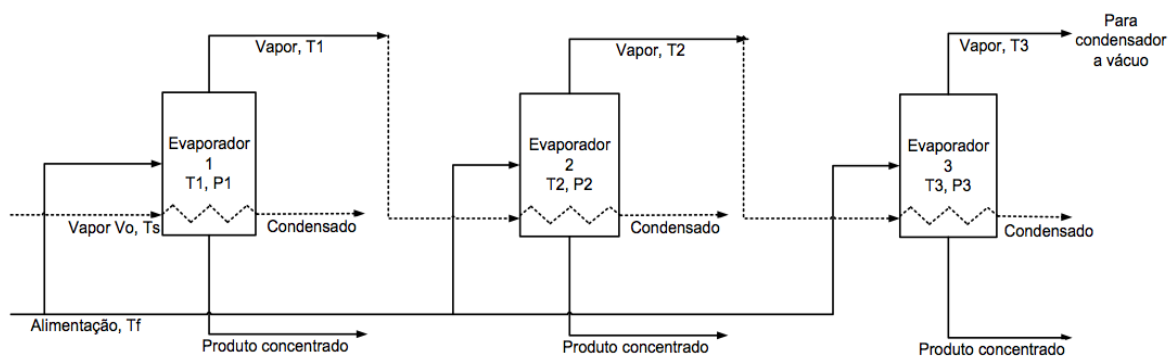


Figura 3 - Sistema de evaporação triplo-efeito co-corrente

- Contra-corrente: a solução de alimentação entra na parte fria e sai no primeiro efeito. Muito utilizada em sistemas de aumento de concentração de soluções, possui a vantagem de ter uma diferença de temperatura entre vapor-solução mais bem distribuída entre os efeitos e, portanto, uma eficiência de troca térmica maior para configurações com mais efeitos.

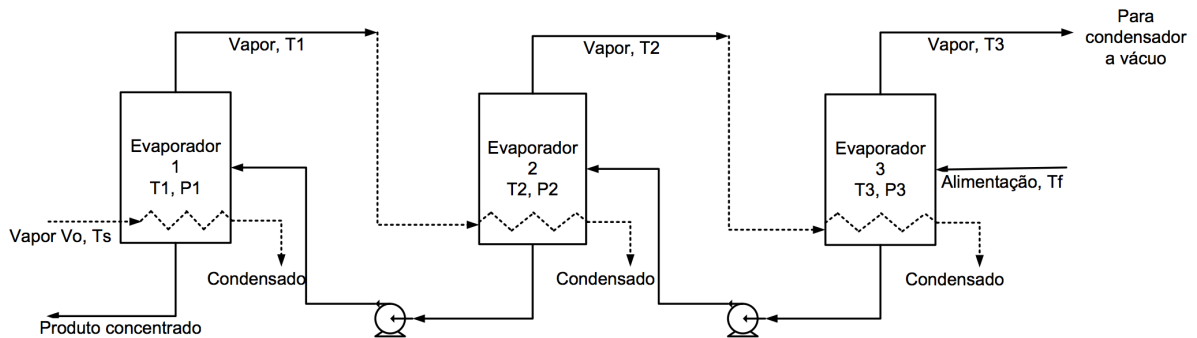


Figura 4 - Sistema de evaporação triplo-efeito contra-corrente

- Alimentação em paralelo: a solução de alimentação é distribuída entre todos os efeitos, não necessariamente de forma uniforme. O interesse desta configuração visa uniformizar a saída de produtos, de grande interesse para sistemas de cristalização. De fato, a configuração estudada neste trabalho é em paralelo, que permite uniformizar o tamanho dos cristais no produto.

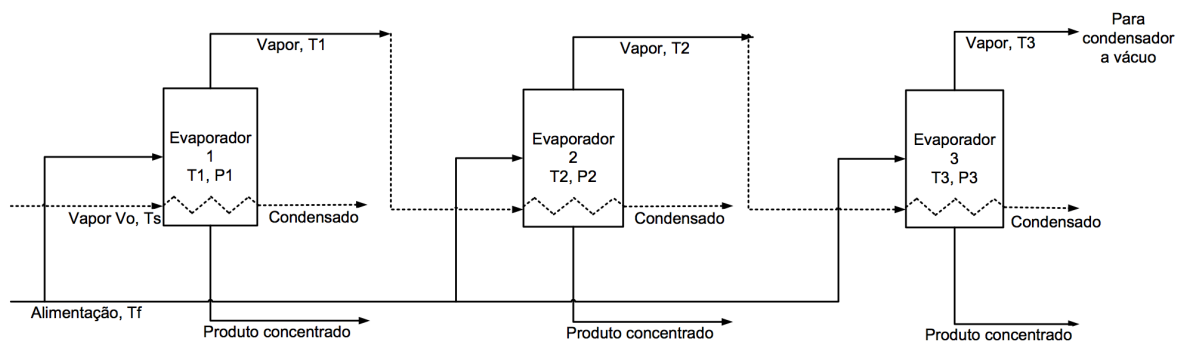


Figura 5 - Sistema de evaporação triplo-efeito com alimentação em paralelo

O número de efeitos que um processo de evaporação pode ter depende, fundamentalmente, da temperatura de vapor vivo, da temperatura de condensação do vapor do último efeito e da elevação de temperatura do produto, pois soluções mais concentradas em alguns solutos podem ter uma temperatura de ebulição significativamente mais alta (é o caso do cloreto de sódio e de vários sais inorgânicos). Deve-se ter em conta que, embora o aumento no número de efeitos possa diminuir o consumo energético do processo, isto torna o arranjo da planta mais complexo, com um controle e operação mais difíceis e um tempo de residência

de produto maior. Além disso, os custos de investimento aumentam com o número de efeitos, o que exige um cálculo do ótimo entre custos de investimento e de operação.

Neste trabalho, é estudado um processo de cristalização por evaporação quántuplo-efeito com alimentação em paralelo, já implantado. O processo trata uma solução de sal de cozinha (cloreto de sódio) em água e uma descrição mais detalhada é apresentada em Silva (2012).

2.3 Controle de processos

O controle de processos consiste na manipulação de variáveis físicas de correntes ou equipamentos de um sistema para manter um variável controlada de interesse em um valor específico. Utilizado em massa na indústria química, ele permite uma melhora na qualidade de produtos, uma produção de maior volume e a automação do processo, reduzindo a quantidade de operadores e, portanto, de erros de manipulação. Pode-se encontrar, atualmente, em diferentes tipos de processos, como: discretos (e.g. produção robótica automobilística), dinâmicos (e.g. indústria alimentícia) e contínuos (e.g. refinarias).

Para melhor compreender a teoria de controle é necessário definir uma terminologia adequada, a qual é utilizada neste trabalho e é descrita a seguir:

- Variável controlada - variável de processo objeto de controle (vazão, nível, temperatura, pressão, etc).
- Variável manipulada - variável que pode ser modificada e alterada independentemente com o fim de obter uma resposta sobre uma variável controlada respectiva (abertura de válvula, frequência de motores, etc). Idealmente, um aumento na variabilidade desta variável não deve influenciar a performance da planta.
- Distúrbio - variável não controlada pelo sistema de controle que possui influência sobre a variável controlada. Existem diversos modelos para um distúrbio, dentre os quais destacam-se o distúrbio em degrau, o distúrbio estocástico e o distúrbio senoidal.
- *Set-point* - valor de objetivo da variável controlada.
- *Offset* - Diferença entre o valor do estado estacionário real obtido após uma ação de controle e o valor desejado para este (*set-point*).
- Erro - valor instantâneo da diferença entre o *set-point* e o valor real medido da variável controlada.
- Resposta a um degrau (*step*) - resposta da variável controlada quando o *set-point* é incrementado em um valor (positivo ou negativo) instantaneamente.

- Resposta a um impulso (*impulse*) - resposta da variável controlada quando o *set-point* sofre uma variação *dirac*, ou seja, tem seu valor incrementado infinitamente por uma fração de tempo infinitesimal. A área de um *dirac* é caracteristicamente igual a 1 mas pode-se multiplicá-lo por um valor qualquer afim de obter uma resposta determinada.
- Função de transferência - representação matemática da relação entre um sinal de entrada e um sinal de saída de um sistema. Frequentemente representada sob a forma transformada de Laplace, $y(s) = L\{y(t)\}$ ou sob a forma transformada Z no caso de sistemas digitais $y(z) = Z\{y(k)\}$. Uma parte importante de uma função de transferência é o ganho, cuja ordem de grandeza depende da natureza das variáveis de saída e de entrada e cujo sinal determina se a resposta de uma variável controlada tem mesmo sentido (direta) ou sentido oposto (inversa) ao da manipulada.
- Malha de controle - configuração dos elementos de um sistema de controle no qual se definem variáveis manipuladas e controladas.
- Controle em malha aberta (*open loop control*) - uma ou mais variáveis manipuladas atuam sobre uma variável de processo. Não há medição desta, logo não há compensações de desvios e de distúrbios.
- Controle em malha fechada (*closed loop control*) - a variável controlada é constantemente medida e comparada com o valor do *set-point*, de onde se calcula o erro que define a ação do controlador. Por utilizar o valor atual de medição, trata-se de um controle em *feedback*.
- Controle *feedforward* - sistema de controle que responde somente ao seu sinal de controle de forma pré-definida, sem levar em conta a reação do sistema. O ajuste de variáveis não é feito com base no erro, mas sim, com base em um modelo matemático de comportamento do processo, logo se baseia na confiabilidade deste.

Um sistema de controle pode ter diversos tipos de equipamentos além do controlador, dentre os quais os mais elementares são:

- Sensor - instrumento de medição que mede o valor de interesse da variável controlada. No geral, possui uma função de transferência própria que caracteriza seu tempo de resposta.
- Transmissor - transforma o sinal do sensor de forma a ser identificado pelo controlador adequadamente.
- Atuador - recebe o sinal do controlador e efetua uma ação física no processo para alterar a variável manipulada. São usualmente válvulas cuja abertura aumenta ou diminui.

- Conversor - em sistemas digitais, utilizam-se também conversores de sinal que transformam um sinal analógico em digital e vice-versa (conversor A/D e D/A, respectivamente).
- Retentor de sinal (*holder*) - em sistemas discretos, o sinal deve ser enviado constantemente ao controlador, mas, como ele é medido periodicamente, é necessário introduzir um retentor de sinal para manter o último valor medido como constante e gerar uma curva em forma de “degraus”.

Enfim, existe uma forma de representação típica que permite visualizar as interações de uma malha de controle qualquer. Trata-se da representação por diagrama de blocos, a qual é composta de blocos e vetores. Blocos representam elementos da malha de controle, como os listados acima, e vetores representam a direção do fluxo de informações. É importante ressaltar que em o diagrama deve representar todos os elementos que têm influência na saída do sistema representado. A figura 6 ilustra um exemplo de diagrama de blocos de um processo discreto em malha fechada e com a presença de distúrbios não medidos.

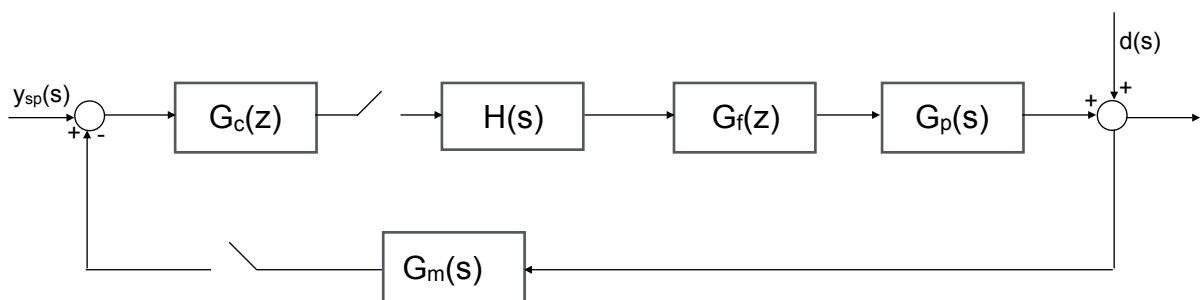


Figura 6 - Exemplo de diagram de blocos (adaptado de Odloak 2014)

Uma vez que a terminologia é fixada, pode-se entender o funcionamento de controladores.

2.4 Controladores

Um controlador nada mais é que um dispositivo que usa de recursos mecânicos (hidráulicos ou pneumáticos) e eletrônicos para monitorar e alterar variáveis que têm variação dinâmica. Assim, pode ser usado para manter uma variável em um valor constante, compensando influências externas (distúrbios), para elevar ou reduzir o valor desta variável a um valor definido (*set-point*), entre outros casos de aplicação. Diversos tipos de controladores foram desenvolvidos com o avanço da automação, sendo o tipo mais tradicional na indústria química o controlador PID, que tem deixado espaço para a aplicação de controladores digitais avançados, como o MPC.

2.4.1 PID

Um controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), funciona por meio de um mecanismo de *feedback* no qual o valor de uma variável de processo é calculado para gerar um erro comparado ao *set-point* e, assim, gerar uma resposta sobre a variável manipulada. Trata-se de um controlador cujo funcionamento se baseia em três parâmetros, dos quais deriva o nome deste, e cujos algoritmos visam evitar problemas de convergência (robusto) ou perdas de tempo operacional.

A expressão a seguir representa o algoritmo do PID na forma temporal e em função do erro medido:

$$(3) \quad u(t) = K_c \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t') dt' + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) + I_0$$

Onde:

- $e(t) = y_{sp} - y(t)$;
- K_c , T_i , T_d são os parâmetros de sintonia do PID;
- I_0 é o valor da variável manipulada no estado estacionário ou o valor de uma constante de inicialização do cálculo.

Cada parâmetro do PID define um modo de ação do controlador. O primeiro sendo o modo proporcional, com o valor de K_c , mede uma ação proporcional ao erro medido em um dado instante, dada por:

$$(4) \quad u(t) = K_c e(t) + I_0$$

Um cálculo de *offset* leva a conclusão de que este modo gera tal diferença, o que é desfavorável. Além disso, mesmo que um valor alto da constante possa levar a uma resposta mais rápida, se este for muito alto o sistema pode se tornar instável. Como ponto positivo, pode-se afirmar que o modo proporcional não aumenta a complexidade do sistema.

O modo de ação seguinte diz respeito ao modo integral. Caracterizado pelo valor do parâmetro T_i (tempo integral), este modo incorpora ao controlador uma ação corretiva proporcional à somatória do erro ao longo do tempo. O termo integral tem a seguinte definição:

$$(5) \quad u(t) = \frac{K_c}{T_i} \int_0^t e(t') dt' + I_0$$

A inserção do tempo integral leva ao amortecimento da solução e corrige problemas gerados pelo modo proporcional, como por exemplo o *offset*. A ação integral não depende somente do erro instantâneo, mas também do tempo que este dura. Por

esta razão, aplica-se o controlador PI para obter uma melhor resposta de um sistema. Para altos valores de T_I , predomina a ação proporcional, enquanto que para menores valores do tempo integral predomina a ação integral, reduzindo o *offset*. O modo integral introduz também dois fenômenos: o *overshoot* e o *windup*. O primeiro é caracterizado pelo valor de uma saída ser maior que o do estado estacionário desejado, podendo aumentar a instabilidade da malha. O segundo ocorre quando a saída do controlador atinge seu limite inferior ou superior, sem atingir o *set-point*, enquanto a ação integral continua a acumular o erro e é sobrecarregada.

O terceiro modo de ação corresponde à ação derivativa, cuja função é compensar uma tendência a um afastamento do *set-point*. Tal afastamento é possível se a ação do controlador for pequena, ou seja, se o erro e a integral do erro estiverem próximos de zero, enquanto que a inclinação da variável controlada neste ponto se acentua. Define-se então o modo derivativo como:

$$(6) \quad u(t) = K_c T_d \frac{de(t)}{dt} + I_0$$

A ação derivativa tende a reduzir o *overshoot* da ação integral e, embora no geral aumente o tempo de resposta do sistema, pode aumentar sua estabilidade. Como esta leva em conta a tendência de evolução do erro, pode-se dizer que é uma ação preditiva que tende a gerar respostas mais assertivas. Em muitos casos de aplicação, o tempo derivativo tem valor pequeno, visto que a derivada da resposta é muito sensível a ruídos no sinal da variável de processo, podendo amplificá-los. Assim, no geral evita-se sua aplicação em sistemas muito ruidosos.

A junção dos três modos de ação leva ao controlador PID, cuja robustez e facilidade de manipulação justifica sua extensa aplicação em unidades industriais a nível global.

Para realizar a sintonia do PID (definição do melhor conjunto de parâmetros para um determinado sistema), diversos métodos heurísticos foram desenvolvidos dentre os quais se destaca o método de Ziegler e Nichols (1942). Entretanto, outros modos de resolução utilizam métodos de otimização, que buscam minimizar um dos seguintes erros totalizados:

- Integral do valor absoluto do erro (IAE): $IAE = \int_0^{\infty} |y_{sp}(t) - y(t)| dt$ (7)

- Integral do quadrado do erro (ISE): $ISE = \int_0^{\infty} [y_{sp}(t) - y(t)]^2 dt$ (8)

- Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo (ITAE): $ITAE = \int_0^{\infty} t |y_{sp}(t) - y(t)| dt$ (9)

- Integral do erro (IE): $IE = \int_0^{\infty} [y_{sp}(t) - y(t)] dt$ (10)

Os métodos de sintonia por otimização são mais complexos e envolvem rotinas de cálculo que podem ter resolução divergente, entretanto as soluções encontradas por meio deste levam a um erro total mínimo, garantindo um ponto ótimo.

2.4.2 Controle preditivo

O controle preditivo se baseia no comportamento dinâmico de um sistema por meio de modelos identificados, podendo tratar sistemas multi-variáveis e impor restrições de processo. Também conhecido como MPC (*Model Predictive Control*), ele calcula uma trajetória ótima que permite minimizar uma função de erro definida, baseando-se em ações passadas e na resposta prevista do sistema, atuando em *feedback* e em *feedforward*. O fato deste controlador integrar todas as fontes de variação nas variáveis controladas o permite atuar eficientemente em sistemas mais complexos para os quais o PID não conseguiria atuar.

O controle preditivo é um controle digital e, portanto, transforma os sinais analógicos vindos das medições do processo em sinais digitais. Esta característica traz a vantagem de que qualquer sinal se torna uma informação que pode ser manipulada de forma livre. Assim, podem-se implementar restrições numéricas e realizar cálculos complexos para gerar novos sinais digitais de saída que são convertidos para sinais analógicos para atuar fisicamente no processo. Portanto, ao unir a resolução por processamento computacional à predição por modelos, o controlador consegue gerar respostas que se integram e se otimizam automaticamente.

Segundo Odloak (2014), as iterações do algoritmo de qualquer controle preditivo seguem a estrutura a seguir:

- Leitura das entradas e saídas das plantas
- Atualização da trajetória prevista com a medida da planta e a última ação de controle implementada
- Cálculo de uma sequência de ações de controle futuras que minimizem um erro na saída calculada
- Implementação da primeira ação de controle no processo

A figura 7 ilustra uma iteração do cálculo:

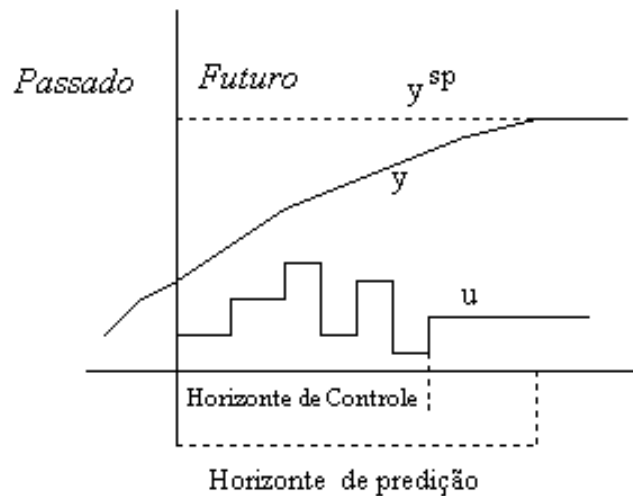


Figura 7 - Exemplo de iteração de cálculo do MPC, adaptado de Odloak (2014)

Deve-se observar que, embora a trajetória da variável controlada seja ótima no instante em que a iteração foi calculada, o sistema pode responder de forma inesperada graças à atuação de componentes externos. Aparece então a necessidade de utilizar o *feedback* da planta, pois por mais representativo que um modelo seja, o controlador não engloba todos os distúrbios possíveis do sistema. Por esta razão implementa-se somente a primeira ação de controle e o cálculo da trajetória é refeito sistematicamente.

O cálculo do MPC depende de diversos parâmetros além do modelo do processo. O tipo de controlador preditivo a ser considerado neste trabalho é o DMC (*Dynamic Matrix Control*), amplamente utilizado na indústria química e cujo algoritmo e sequência de cálculo são explicados a seguir.

Considerando a resposta de uma variável controlada (y) do processo a um impulso, pode-se demonstrar que a ação prevista para um instante $k+1$ é dada pela soma das respostas ao impulso nesse instante (Odloak, 2014):

$$(11) \quad \hat{y}_{k+1} = \sum_{i=1}^N h_i u_{k+1-i}$$

Onde:

- iT é o instante de medição (T sendo o período de amostragem)
- \hat{y}_k o valor previsto da variável de saída em um instante k
- N o tempo de estabilização
- h_i a resposta ao impulso no período i

- u o valor da variável de controle em um determinado instante (ação de controle)

A equação pode ser escrita também na forma de diferenças:

$$(12) \quad \hat{y}_{k+1} - \hat{y}_k = \sum_{i=1}^N h_i (u_{k+1-i} - u_{k-i})$$

Assim, define-se a variação na ação de controle descrita pela equação 13:

$$(13) \quad \Delta u_k = u_k - u_{k-1}$$

Obtém-se:

$$(14) \quad \hat{y}_{k+1} = \hat{y}_k + \sum_{i=1}^N h_i \Delta u_{k+1-i}$$

Havendo então um horizonte de predição definido np , a equação 14 é válida para qualquer instante j pertencente a este período:

$$(15) \quad \hat{y}_{k+j} = \hat{y}_{k+j-1} + \sum_{i=1}^N h_i \Delta u_{k+j-i}, \quad j = 1, 2, \dots, np$$

Seja então a predição corrigida no instante $k+1$ dada por:

$$(16) \quad y_{k+1}^c = \hat{y}_{k+1} + (y_k - \hat{y}_k)$$

Onde y_k é o valor real medido.

Assumindo a hipótese de que o erro de predição é o mesmo para qualquer instante j , pode-se escrever:

$$y_{k+j}^c - \hat{y}_{k+j} = y_{k+j-1}^c - \hat{y}_{k+j-1} \quad \text{e} \quad y_k^c = y_k \quad (\text{não há erro no instante de atuação})$$

$$(17) \quad y_{k+j}^c = y_{k+j-1}^c + \sum_{i=1}^N h_i \Delta u_{k+j-i}$$

Aplicando a equação acima para quaisquer valores para o instante j , pode-se generalizar a saída definindo os termos a seguir:

$$(18) \quad \phi_n = \sum_{i=n+1}^N h_i \Delta u_{k+n-i}$$

$$(19) \quad P_i = \sum_{n=1}^i \phi_n$$

$$(20) \quad s_i = \sum_{j=1}^i h_j$$

A equação 17 pode então ser escrita como:

$$(21) \quad y_{k+j}^c = y_k + s_j \Delta u_k + s_{j-1} \Delta u_{k+1} + \dots + s_1 \Delta u_{k+j-1} + P_j$$

Onde para cada cálculo, P_j é conhecido, pois leva em conta as ações de controle passadas. Matricialmente, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} y_{k+1}^c \\ y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_{k+np-1}^c \\ y_{k+np}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ s_2 & s_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ s_{np-1} & s_{np-2} & \dots & \dots & s_1 & 0 \\ s_{np} & s_{np-1} & \dots & \dots & s_2 & s_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+np-2} \\ \Delta u_{k+np-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_k + P_1 \\ y_k + P_2 \\ \vdots \\ y_k + P_{np-1} \\ y_k + P_{np} \end{bmatrix}$$

Define-se assim, o problema do DMC, onde a matriz dinâmica S é definida acima e para qual o problema pode ser escrito como:

$$(22) \quad y^c = S \Delta u + y_k + P$$

Com:

- y^c os valores previstos de y
- S a matriz dinâmica do sistema
- s_i a resposta do sistema ao degrau no instante i
- Δu as ações de controle no instante k , a ser calculadas
- P as previsões decorrentes de ações passadas

Se o valor do *set-point* é subtraído em ambos os lados da equação 22, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} y_k^{sp} - y_{k+1}^c \\ y_k^{sp} - y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_k^{sp} - y_{k+np-1}^c \\ y_k^{sp} - y_{k+np}^c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ s_2 & s_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ s_{np-1} & s_{np-2} & \dots & \dots & s_1 & 0 \\ s_{np} & s_{np-1} & \dots & \dots & s_2 & s_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+np-2} \\ \Delta u_{k+np-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_k - P_1 \\ e_k - P_2 \\ \vdots \\ e_k - P_{np-1} \\ e_k - P_{np} \end{bmatrix}$$

Onde o erro é introduzido e definido como:

$$(23) \quad e_k = y_k^{sp} - y_k$$

Escreve-se a equação matricial acima como:

$$(24) \quad e = -S\Delta u - e'$$

Onde e é o vetor de erros entre o valor previsto e o valor desejado. No caso do DMC, o valor desejado é o *set-point*. O vetor e' seria o vetor de erros em malha aberta.

Uma vez que o problema está definido por meio das equações descritas, deve-se definir o cálculo a ser feito no MPC. Define-se o parâmetro m do MPC, ou o horizonte de controle, como o número de ações futuras que serão calculadas pelo controlador, sendo que, após a última, u se mantém constante. A introdução deste parâmetro é importante, pois ao efetuar o cálculo do MPC observa-se que quanto mais próximo do horizonte de previsão está o valor de m , maior é a quantidade de erros numéricos produzidos e mais complexa se torna sua resolução.

Ao introduzir este parâmetro, obtém-se a seguinte forma matricial do problema, com matrizes de dimensões menores:

$$\begin{bmatrix} y_k^{sp} - y_{k+1}^c \\ y_k^{sp} - y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_k^{sp} - y_{k+m}^c \\ y_k^{sp} - y_{k+m+1}^c \\ \vdots \\ y_k^{sp} - y_{k+np}^c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ s_2 & s_1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_m & s_{m-1} & \cdots & s_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ s_{m+1} & s_m & \cdots & s_2 & s_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{np} & s_{np-1} & \cdots & s_{np-m} & s_{np-m-1} & \cdots & s_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+m-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_k - P_1 \\ e_k - P_2 \\ \vdots \\ e_k - P_m \\ e_k - P_{m+1} \\ \vdots \\ e_k - P_{np} \end{bmatrix}$$

$$(25) \quad (e)_{np \times 1} = -(S)_{np \times m} (\Delta u)_{m \times 1} + (e')_{np \times 1}$$

Enfim, o cálculo do MPC consistirá em minimizar os erros, logo o problema de otimização é:

$$\begin{aligned} \min J &= e^T e = [-S\Delta u + e']^T [-S\Delta u + e'] \\ (26) \quad \frac{\partial J}{\partial \Delta u} &= 0 \longrightarrow S^T S \Delta u - S^T e' = 0 \\ \Delta u &= (S^T S)^{-1} S^T e' \end{aligned}$$

Calcula-se um vetor de dimensão m de ações de controle, das quais somente o primeiro termo é implementado, como discutido anteriormente.

A formulação 26 permite realizar o cálculo do MPC e obter uma solução plausível. Entretanto, muitas vezes o controlador poderá gerar respostas muito acentuadas (rápidas) que podem não ser desejadas sobre a variável y . Por esta razão, introduz-

se um segundo termo à otimização que visa ponderar a minimização do erro através de um parâmetro de supressão de movimento. O problema se escreve então como:

$$J = e^T e + \Delta u^T R \Delta u$$

$$(27) \quad \frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \longrightarrow \Delta u = (S^T S + R)^{-1} S^T e'$$

Desta forma, quanto maior o valor de R , mais suave será a resposta do controlador.

Sejam então os parâmetros de sintonia do MPC:

- N o horizonte de estabilização do sistema, ou seja, o tempo que este leva para se estabilizar em malha aberta
- np o horizonte de predição, sobre o qual a otimização será feita. Tem valor igual ou menor ao do horizonte de estabilização naturalmente, e quanto maior o seu valor, mais completo e complexo o cálculo da otimização.
- m o horizonte de controle, com valor menor ao do horizonte de predição
- R o fator de supressão de movimento

Para tornar a solução do MPC mais geral, é necessário expandi-la para um sistema multivariável (MIMO, múltiplas entradas e múltiplas saídas) e implementar restrições à otimização. Assim, considerando então que tem-se nu variáveis manipuladas e ny variáveis controladas, pode-se somar as respostas ao impulso em um determinado instante para cada saída:

$$(28) \quad \hat{y}_{j,k} = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{nu} h_{j,l,i} u_{l,k-i}$$

Onde:

- $\hat{y}_{j,k}$ é a predição da saída j no instante k
- $h_{j,l,i}$ é a resposta da saída j no instante i um pulso na entrada l
- $u_{l,k-i}$ é o valor da entrada l no instante $k-i$

Trabalhando na forma vetorial, definem-se os vetores de saída, de entrada e uma matriz de resposta aos pulsos, respectivamente (Odloak, 2014):

$$(29) \quad \hat{y}_k = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,k} & \hat{y}_{2,k} & \cdots & \hat{y}_{ny,k} \end{bmatrix}^T$$

$$(30) \quad u_{k-i} = \begin{bmatrix} u_{1,k-i} & u_{2,k-i} & \cdots & u_{nu,k-i} \end{bmatrix}^T$$

$$(31) \quad H_i = \begin{bmatrix} h_{1,1,i} & h_{1,2,i} & \cdots & h_{1,mu,i} \\ h_{2,1,i} & h_{2,2,i} & \cdots & h_{2,mu,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{ny,1,i} & h_{ny,2,i} & \cdots & h_{ny,mu,i} \end{bmatrix}$$

Utilizando as últimas definições obtém-se uma forma vetorial análoga ao caso SISO:

$$(32) \quad \hat{y}_{k+1} = \hat{y}_k + \sum_{i=1}^N H_i \Delta u_{k+1-i}$$

De forma análoga ao caso SISO, pode-se também desenvolver o problema introduzindo correções das previsões. O problema fica descrito pelas matrizes abaixo, com incrementos em suas dimensões:

$$\begin{bmatrix} y_{k+1}^c \\ y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_{k+m}^c \\ \vdots \\ y_{k+np}^c \end{bmatrix}_{(ny-np) \times 1} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \cdots & 0 \\ S_2 & S_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_m & S_{m-1} & \cdots & S_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ S_{np} & S_{np-1} & \cdots & S_{np-m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+m-1} \end{bmatrix}_{(mu-m) \times 1} + \begin{bmatrix} y_k + P_1 \\ y_k + P_2 \\ \vdots \\ y_k + P_m \\ \vdots \\ y_k + P_{np} \end{bmatrix}_{(ny-np) \times 1}$$

Onde:

$$S_k = \sum_{l=1}^k H_l \quad P_i = \sum_{n=1}^i \phi_n \quad \phi_n = \sum_{j=n+1}^N H_j \Delta u_{k+n-j}$$

Observa-se imediatamente a vantagem da representação vetorial quando se passa ao caso MIMO, pois as formulações mantêm a mesma estrutura. Enfim, escreve-se então a equação 24 para este caso e o problema se resume à minimização da equação 27, incluindo o fator de supressão de movimento. Este aparece em forma vetorial para permitir à escolha do nível de supressão de cada variável manipulada:

$$(33) \quad r = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \cdots & r_{mu} \end{bmatrix} \longrightarrow R = \text{diag}(r \ r \ \cdots \ r)$$

Pode-se definir também um vetor de pesos para as variáveis controladas, ponderando-as em ordem de importância:

$$(34) \quad w = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_{ny} \end{bmatrix} \longrightarrow W = \text{diag}(w \ w \ \cdots \ w)$$

O problema sem restrições se resume então a:

$$J = e^T W^T W e + \Delta u^T R \Delta u$$

$$(35) \quad \frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \longrightarrow \Delta u = (S^T W^T W S + R)^{-1} S^T W^T W e'$$

Para introduzir as restrições ao problema, é conveniente formulá-lo como um problema de programação quadrática, substituindo o erro na equação 35 pela equação 24, obtendo:

$$(36) \quad J = \frac{1}{2} \left[\Delta u^T (S^T W^T W S + R) \Delta u \right] - e'^T W^T W S \Delta u + \frac{1}{2} e'^T W^T W e'$$

O problema do QDMC é, portanto, dado por:

$$\min_{\Delta u} J = \frac{1}{2} \Delta u^T H \Delta u + c^T \Delta u$$

$$H = S^T W^T W S + R$$

$$c^T = -e'^T W^T W S$$

Sendo então um problema cuja solução algorítmica é dominada e que pode estar sujeito a múltiplas restrições. São impostas restrições aos valores máximos e mínimos das variáveis manipuladas e controladas, assim como restrições para o incremento máximo da variável manipulada:

$$(37) \quad \begin{bmatrix} N \\ -N \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} u_{\max} - \bar{u}_{k-1} \\ \bar{u}_{k-1} - u_{\min} \end{bmatrix}$$

$$(38) \quad \begin{bmatrix} S \\ -S \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} y_{\max} - y_k - P \\ y_k + P - y_{\min} \end{bmatrix}$$

$$(39) \quad \begin{bmatrix} I_{m-nu} \\ -I_{m-nu} \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{\max} \\ \Delta u_{\max} \end{bmatrix}$$

$$\text{Com } N = \begin{bmatrix} I_{nu} & 0 & \dots & 0 \\ I_{nu} & I_{nu} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{nu} & I_{nu} & \dots & I_{nu} \end{bmatrix}$$

Fica, assim, completo o cálculo do MPC, especificamente o cálculo do DMC com resolução por algoritmo de programação quadrática, com múltiplas restrições e multi-variável.

2.5 Controle de cristalizadores

Visando obter melhor qualidade no produto, o controle de cristalizadores é aplicado para diversos objetivos. Normalmente, é necessário que o produto tenha uma distribuição do tamanho de cristais restrita a uma faixa determinada e que a produção seja a maior possível com um compromisso de um mínimo de consumo de energia. Adotam-se, então, diversas estratégias de modelagem do sistema que possam representar matematicamente as respostas dinâmicas deste e, assim, permitir um estudo de sensibilidade das variáveis.

A distribuição dos tamanhos dos cristais tem medição lenta, o que é inviável em um processo automático. Isto levou ao desenvolvimento de duas estratégias principais de controle de sistemas de cristalização contínuos: o controle da temperatura do cristalizador ou o controle da concentração de cristais no produto. A primeira, tendo medição direta e rápida, foi a estratégia mais utilizada até um determinado período, entretanto, com o avanço das técnicas analíticas, a medição online da concentração permitiu o acesso a essa variável. Fortemente relacionada com o tamanho dos cristais, a concentração de cristais no meio é facilmente medida pois é diretamente relacionada à densidade da suspensão de produto (Mullin, 2001). Sendo assim, a variável controlada de interesse neste trabalho é a concentração de cristais na suspensão de produto.

O controle é feito por meio das variáveis manipuladas do sistema que, segundo Myerson (2002), são, geralmente: temperatura de operação, pressão absoluta do efeito, tempo de residência da suspensão, tamanho dos cristais (destruição de finos ou classificação do produto), nível do efeito, densidade de suspensão ou alteração na solução de alimentação. Cada uma destas variáveis tem influência sobre a variável controlada, que pode ser medida e modelada a partir da identificação de modelos representativos do sistema. Estes modelos são apresentados matematicamente sob a forma de funções de transferência do sistema que representam a resposta temporal da relação entre uma variável de saída (controlada) e uma variável de entrada (manipulada). As malhas de controle do sistema a ser estudado serão detalhadas posteriormente, com base nos estudos desenvolvidos por Silva (2012).

3. Metodologia

3.1 Processo

O processo de evaporação a ser estudado neste trabalho é o mesmo de Silva (2012), no qual sal alimentício é produzido por meio de uma configuração de evaporadores em quádruplo-efeito. Com a alimentação da solução de salmoura de alimentação fornecida em paralelo, o sistema corresponde a uma configuração típica de unidades produtoras de cloreto de sódio marinho. A figura 8 ilustra o processo a ser levado em conta:

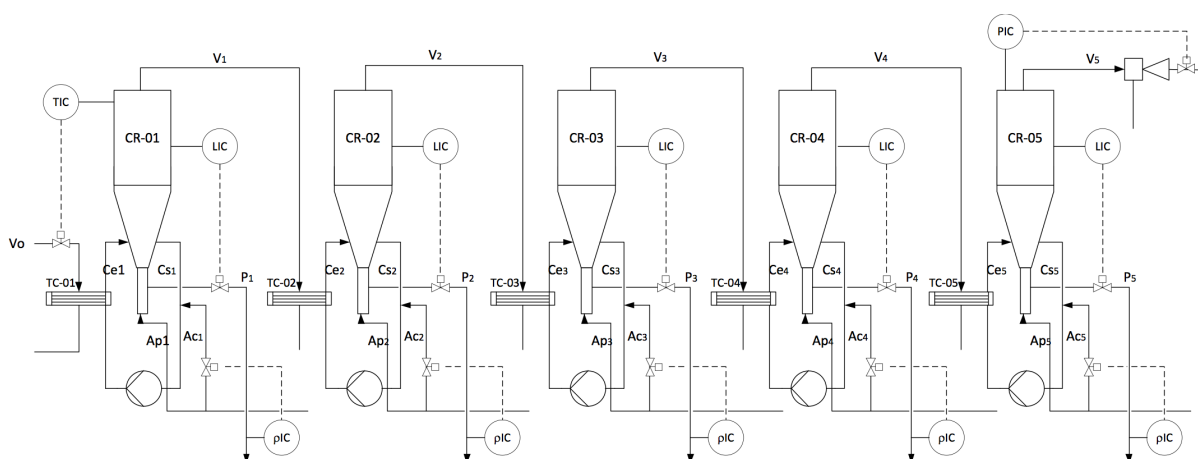


Figura 8 - Fluxograma simplificado do processo, extraído de Silva (2012)

Cada efeito possui uma bomba para gerar circulação forçada e são nomeados CR-01, CR-02, CR-03, CR-04 e CR-05. Como descrito na seção 2.2, neste tipo de cristalizador, a salmoura de alimentação é introduzida na tubulação de circulação, nomeada A_c , e uma parte fixa da vazão desta é direcionada à perna elutriadora (corrente A_p) para fornecer a condições necessárias à elutriação. Nos sistemas de aquecimento TC, posicionados na corrente de recirculação, ocorre a transferência de calor necessária para a evaporação do solvente (neste caso, água) e, conseqüentemente, para a supersaturação da solução. O vapor vivo V_0 é alimentado no primeiro efeito e o vapor gerado em cada efeito alimenta o sistema de aquecimento do próximo graças à uma diminuição sucessiva de pressão entre os efeitos. O vapor do último efeito é enviado a um ejetor cuja função é gerar o vácuo neste, definindo a diferença de pressão total no sistema evaporativo. Enfim, as correntes de produto P_i , saem do processo pelas pernas elutriadoras com um tamanho de cristal selecionado.

Quanto às malhas de controle implementadas no processo, a fração de cristais em cada efeito é controlada pela abertura da válvula de alimentação de salmoura saturada respectiva. Em Silva (2012), consideram-se também as malhas de controle da temperatura no primeiro efeito pela vazão de vapor vivo e a temperatura no

último efeito pela pressão do ejetor, entretanto essas malhas não são consideradas neste trabalho.

3.2 Modelo e identificação

Considera-se o modelo dinâmico desenvolvido em Silva (2012) com base nos balanços de massa, de energia e de momentos oriundos dos balanços populacionais para sistemas particulados discutidos em Randolph e Larson (1988). As hipóteses consideradas na elaboração do modelo e a metodologia de cálculo utilizada são consideradas verdadeiras para este trabalho, cujo objetivo é somente utilizar tal modelo.

Considera-se também a identificação do modelo desenvolvida em Silva (2012) validada e de acordo com Odloak (2014). A identificação por um modelo ARX (*Auto Regressive with Exogenous Inputs*) tem resultado considerado validado.

Enfim, a tabela 1 contém o modelo dinâmico obtido por Silva (2012). Nela se representa a matriz de funções de transferência do sistema MIMO, com as variáveis manipuladas nas linhas e as variáveis controladas nas colunas, a qual serve de base para o desenvolvimento de todas as simulações efetuadas neste trabalho.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Ac_1	$\frac{-6.894 \cdot 10^{-4} z - 6.894 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.778z + 0.779}$	$\frac{1.11 \cdot 10^{-4} z + 1.11 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.854z + 0.8548}$	$\frac{2.912 \cdot 10^{-5} z + 2.912 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.921z + 0.9213}$	$\frac{7.846 \cdot 10^{-6} z + 7.846 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.956z + 0.9557}$	$\frac{8.564 \cdot 10^{-7} z + 8.564 \cdot 10^{-7}}{z^2 - 1.981z + 0.9814}$
Ac_2	$\frac{-4.976 \cdot 10^{-5} z - 4.976 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.671z + 0.6726}$	$\frac{-6.971 \cdot 10^{-4} z - 6.971 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.755z + 0.756}$	$\frac{4.389 \cdot 10^{-5} z + 4.389 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.891z + 0.8915}$	$\frac{1.171 \cdot 10^{-5} z + 1.171 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.939z + 0.9391}$	$\frac{1.068 \cdot 10^{-5} z + 1.068 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.805z + 0.8052}$
Ac_3	$\frac{-5.905 \cdot 10^{-6} z - 5.905 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.949z + 0.9495}$	$\frac{-1.361 \cdot 10^{-5} z - 1.361 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.923z + 0.9228}$	$\frac{-2.78 \cdot 10^{-4} z - 2.78 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.893z + 0.8934}$	$\frac{7.117 \cdot 10^{-5} z + 7.117 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.692z + 0.6931}$	$\frac{1.054 \cdot 10^{-5} z + 1.054 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.871z + 0.8708}$
Ac_4	$\frac{-5.803 \cdot 10^{-6} z - 5.803 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.955z + 0.9555}$	$\frac{-9.977 \cdot 10^{-6} z - 9.977 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.948z + 0.9481}$	$\frac{-1.676 \cdot 10^{-5} z - 1.676 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.927z + 0.9277}$	$\frac{-2.427 \cdot 10^{-4} z - 2.427 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.913z + 0.9131}$	$\frac{4.546 \cdot 10^{-6} z + 4.546 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.948z + 0.9477}$
Ac_5	$\frac{-8.913 \cdot 10^{-6} z - 8.913 \cdot 10^{-6}}{z^2 - 1.934z + 0.934}$	$\frac{-1.305 \cdot 10^{-5} z - 1.305 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.934z + 0.9346}$	$\frac{-1.954 \cdot 10^{-5} z - 1.954 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.919z + 0.9189}$	$\frac{-3.923 \cdot 10^{-5} z - 3.923 \cdot 10^{-5}}{z^2 - 1.871z + 0.8715}$	$\frac{-3.165 \cdot 10^{-4} z - 3.165 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1.890z + 0.8904}$

Tabela 1 - Modelos discretos identificados por Silva (2012)

3.3 Estabilidade das malhas

As funções de transferência são dadas sob a forma de transformada Z, o que implica definir um tempo de amostragem, pois o sistema é discreto. É fixado um tempo de amostragem de 1 minuto e é feito um estudo de estabilidade das funções do modelo para garantir que todas as funções do sistema sejam estáveis, característica de um sistema evaporativo.

Para tal, verifica-se o critério de estabilidade para sistemas discretos: os polos das funções de transferência devem se encontrar na parte interna do círculo unitário no plano complexo. Assim, dada uma função de transferência discreta $G(z)$:

$$(40) \quad G(z) = \frac{\text{num}(z)}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_n)}$$

As raízes do denominador são definidas como os polos da função. Sendo então, no caso acima, os valores de $p_1, p_2 \dots p_n$.

Segundo Odloak (2014), para que uma função discreta seja estável, ou seja, cuja resposta em tempo infinito atinja um valor constante, todos os valores dos polos devem estar contidos no círculo unitário no plano complexo. Para verificar se o sistema MIMO é estável, todas as funções da matriz do modelo da planta são analisadas.

O interesse de verificar a estabilidade das funções é, além de representar a resposta real do sistema evaporativo, obter um sistema multi-variável controlável. Em sistemas onde há funções instáveis, as interações entre variáveis de processo se tornam mais difíceis de compensar e exigem um método de controle específico, fora do escopo deste trabalho.

3.4 Estratégia de controle e simulação

Para todas as simulações efetuadas, utiliza-se uma estrutura em malha fechada com o modelo da planta e o controlador. Tanto para o controle PID quanto para o MPC, é considerada a configuração da figura 9, na qual não há influência de distúrbios nem de quaisquer outros elementos de controle:

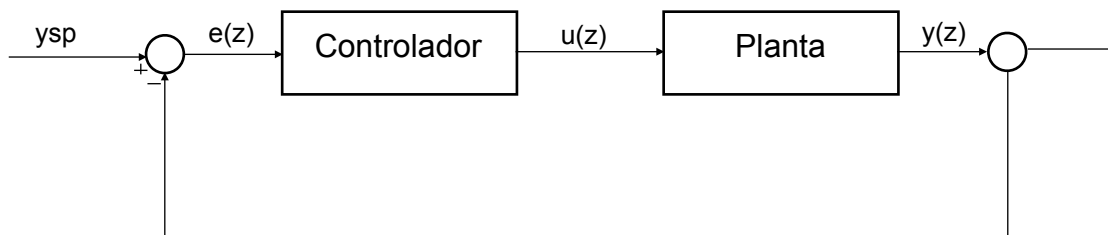


Figura 9 - Estrutura de controle em malha fechada

Todas as simulações são feitas com o auxílio do *software* Matlab®, partindo de valores de uma simulação em estado estacionário fornecida na tabela 2:

	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅
y ₀	0.202	0.238	0.278	0.258	0.252

Tabela 2 - Valores iniciais das frações em cada efeito, extraídos de Silva (2012)

Além das funções usuais do *software*, utilizam-se funções presentes no pacote *Control Toolbox* deste, descritas brevemente no Anexo 1.

3.5 Controlador PID

É aplicado o controle por PID no processo da figura 8. Como mencionado anteriormente, considerar-se-ão as malhas de controle de concentração de cristais nos efeitos somente. A alimentação de salmoura A_c em cada efeito é ajustada pela abertura de uma válvula correspondente, que será a variável manipulada respectiva à fração mássica de cristais x neste (variável controlada). Portanto, há 5 malhas de controle a serem consideradas.

É aplicada a estratégia descrita na seção 2.4.1 com a equação 3 para o controlador. Porém, aqui, utiliza-se a representação em transformada Z no algoritmo:

$$(41) \quad G_c(z) = K_c \left[1 + \frac{T}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D}{T}(1-z^{-1}) \right]$$

Com um tempo de amostragem T_s, igual ao das funções de transferência da planta, logo, 1 minuto.

São feitas duas análises de controle:

- PID mono-variável (SISO): são consideradas somente as sintonias de cada efeito, ou seja, de cada malha separadamente. Desta forma pode-se analisar as respostas do sistema em um caso sem interferências de equipamentos vizinhos.
- PID multi-variável (MIMO): consideram-se todas as influências sobre cada variável controlada devido às interações entre os efeitos. Os controladores atuam simultaneamente, embora suas ações não sejam integradas (controle clássico). A complexidade de resolução aumenta, o que torna a atuação do controlador mais dificultada.

Como métodos de sintonia são utilizadas rotinas de otimização. Assim, para o controlador PID, o método utilizado é a minimização do quadrado do erro, ISE (equação 8). Para tal, gera-se uma resposta ao degrau unitário, dependente dos parâmetros do PID, e esta é comparada ao *set-point* (de valor 1), gerando o erro da minimização.

3.6 Controlador MPC

O controlador MPC aplicado é o QDMC, discutido na seção 2.4.2. Inicialmente, avalia-se o valor do tempo de estabilização total do sistema gerando respostas ao degrau em todas as funções de transferência deste e retendo o maior dos tempos de estabilização das funções obtendo N .

Uma vez que o tempo de estabilização é fixado, constrói-se a matriz dinâmica S do sistema por meio da resposta ao degrau para cada entrada i com uma saída j correspondente por N períodos de amostragem. S representa então o modelo da planta a ser utilizado pelo MPC e é igualado ao modelo real da planta, pois não são considerados distúrbios ou outras influências externas ao processo.

São impostas, então, as restrições desejadas de processo sob a forma das equações 37, 38 e 39. São fornecidos também os valores iniciais de y (fração de cristais, x) dos quais parte a solução, representados na tabela 2. Como valores iniciais para as vazões de alimentação u (A_c) são fornecidos valores calculados por Silva (2012) obtidos de um cálculo de RTO com o objetivo de minimizar o consumo energético da planta:

A_c	A_c	A_c	A_c	A_c
12196.9	10985.8	10150.79	10713.83	10965.25

Tabela 3 - Valores iniciais das variáveis de entrada, extraído de Silva (2012)

É fixado um *set-point* para o qual o sistema otimizará a trajetória e são dados valores a todos os outros parâmetros do QDMC discutidos na seção 2.4.2. Definem-se os pesos das variáveis de saída e o fator de supressão de movimento. Quanto aos pesos das variáveis de saída é feita uma distribuição uniforme, ou seja, não se favorece a produção de nenhum efeito especificamente, pois considera-se que as saídas tem mesmo valor para o processo produtivo. Logo:

$$(42) \quad w = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

A simulação é lançada para um tempo de simulação fixado, resolvendo um problema de programação quadrática a cada iteração. Como resultado, obtém-se os vetores temporais de entrada u e de saída y . A saída do processo y é avaliada e, se não satisfatória, a simulação é relançada com um novo conjunto de parâmetros livres: m , np e r .

4. Resultados e Discussão

4.1 Estabilidade do sistema

Seja a matriz modelo do processo, G_p representada na tabela 2, testes de estabilidade foram realizados para verificar se o sistema é estável. Fixa-se 1 minuto para valor do tempo de amostragem e obtém-se as raízes representadas na tabela 4:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Ac	0.9954	0.9943	0.9960	1.0060	$0.9905 + 0.0176i$
	0.7826	0.8597	0.9250	0.9500	$0.9905 - 0.01760i$
Ac	0.9950	0.9958	0.9952	0.9983	0.9990
	0.6759	0.7591	0.8958	0.9407	0.8060
Ac	0.9868	1.0025	0.9961	0.9964	1.0015
	0.9622	0.9204	0.8969	0.6956	0.8695
Ac	0.9800	0.9980	0.9886	0.9988	1.0052
	0.9750	0.9500	0.9383	0.9142	0.9428
Ac	1.0000	0.9891	1.0012	0.9960	0.9962
	0.9340	0.9449	0.9178	0.8750	0.8938

Tabela 4 - Raízes das funções de transferência do processo com T_s igual a 600s

Nota-se então que há várias funções instáveis no sistema: $G_p(5,1)$, $G_p(3,2)$, $G_p(5,3)$, $G_p(1,4)$, $G_p(3,5)$, $G_p(4,5)$. No caso da função $G_p(1,5)$, o valor do raio das raízes não ultrapassa o valor unitário, logo, ela não é instável. A origem da instabilidade pode vir de uma má representação por Silva (2012). Neste caso, como não foi possível recuperar as funções reais para o sistema, decide-se alterar as funções instáveis, substituindo o denominador de todas pelo denominador da função de transferência $G_p(1,3)$, dado por:

$$(43) \quad den = z^2 - 1.921 + 0.9213$$

Embora perda-se parte da veracidade do problema, esta substituição não alterou significativamente o ganho das funções. Além disso, visto que as funções instáveis não pertencem às malhas de controle direto dos efeitos ($G_p(i,j)$, $i \neq j$), suas influências são menos importantes e não afetam a resolução de forma significativa. Uma outra solução usual quando não se pode medir certas funções é substituí-las por zero, entretanto o interesse deste trabalho é trabalhar com múltiplas variáveis, logo usa-se a equação 43. Pode-se observar o comportamento instável das funções simulando o sistema em malha aberta:

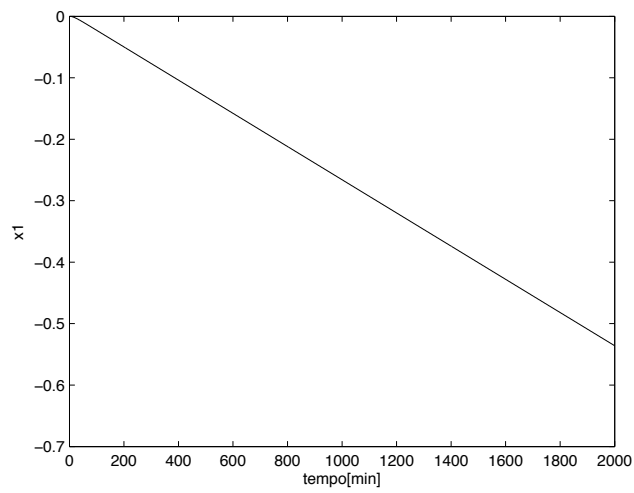


Figura 10 - Ação em malha aberta de Ac_5 em x_1

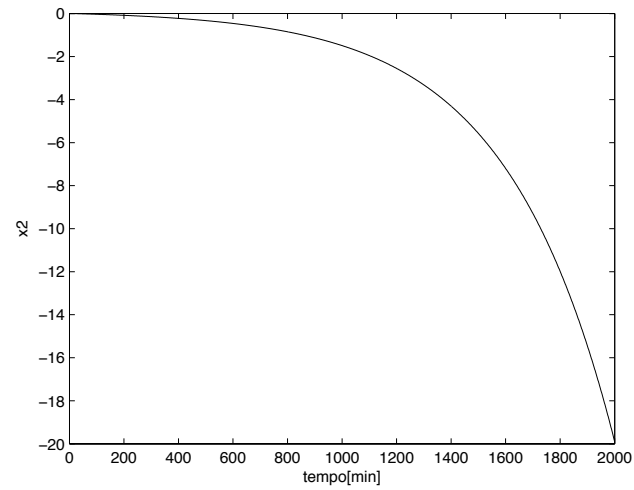


Figura 11 - Ação em malha aberta de Ac_3 em x_2

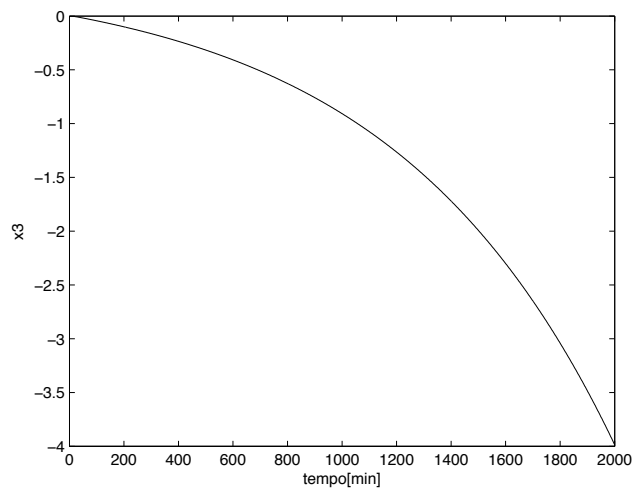


Figura 12 - Ação em malha aberta de Ac_5 em x_3

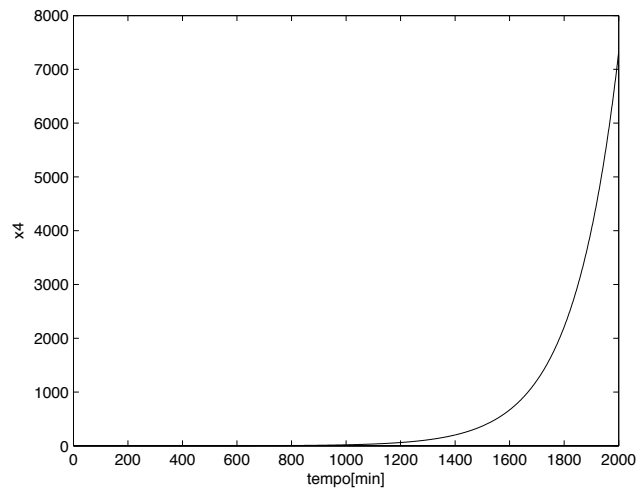


Figura 13 - Ação em malha aberta de Ac_1 em x_4

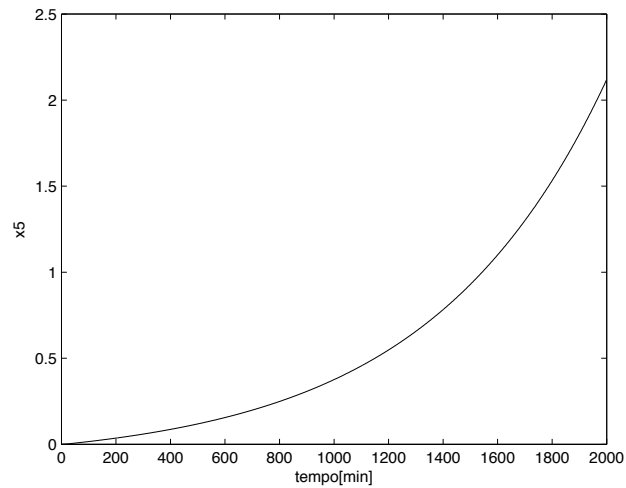


Figura 14 - Ação em malha aberta de Ac_3 em x_5

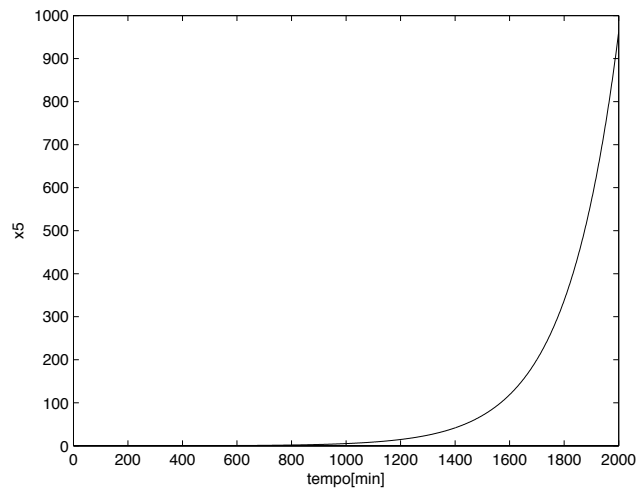


Figura 15 - Ação em malha aberta de Ac_4 em x_5

Após a adaptação das funções de transferência, pode-se avaliar os polos e verificar a estabilidade do sistema. Os resultados obtidos estão representados na tabela 5:

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Ac	0.9954	0.9943	0.9960	0.9960	0.9905+0.0176i
	0.7826	0.8597	0.9250	0.9250	0.9905-0.0176i
Ac	0.9951	0.9958	0.9952	0.9983	0.9990
	0.6759	0.7591	0.8958	0.9407	0.8060
Ac	0.9867	0.9960	0.9961	0.9964	0.9960
	0.9622	0.9250	0.8969	0.6956	0.9250
Ac	0.9800	0.9980	0.9886	0.9988	0.9960
	0.9750	0.9500	0.9383	0.9142	0.9250
Ac	0.9960	0.9891	0.9960	0.9960	0.9962
	0.9250	0.9449	0.9250	0.8750	0.8938

Tabela 5 - Raízes das funções de transferência do processo com T_s igual a 1 minuto

Assim, observa-se que todas as funções possuem raízes contidas no círculo unitário no plano complexo e, logo, não se tornam instáveis, caracterizando corretamente um sistema de cristalização por evaporação.

É lançada então a simulação em malha aberta e observa-se como o sistema atua em ausência de qualquer controle. Para tal são somadas as respostas a um degrau negativo de 0.01 na fração mássica de cristais.

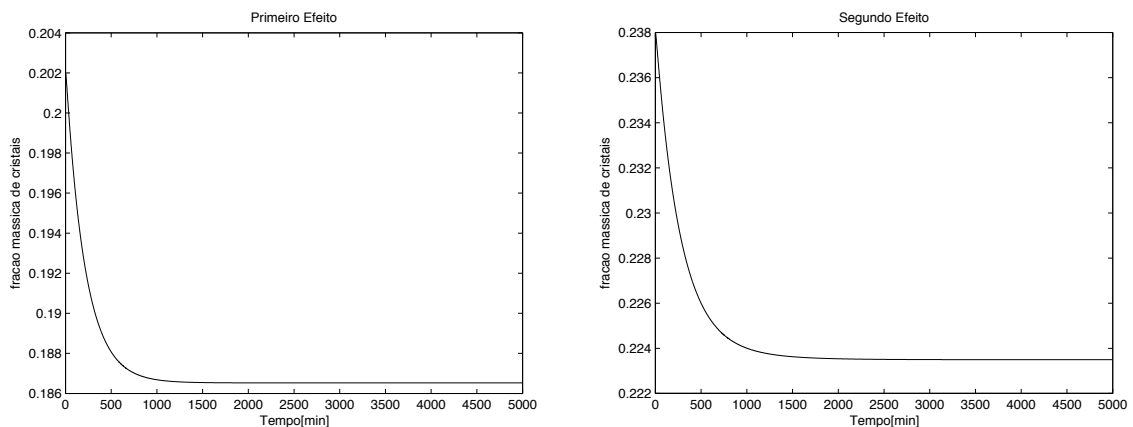


Figura 16 - Simulação em malha aberta para o primeiro e segundo efeitos

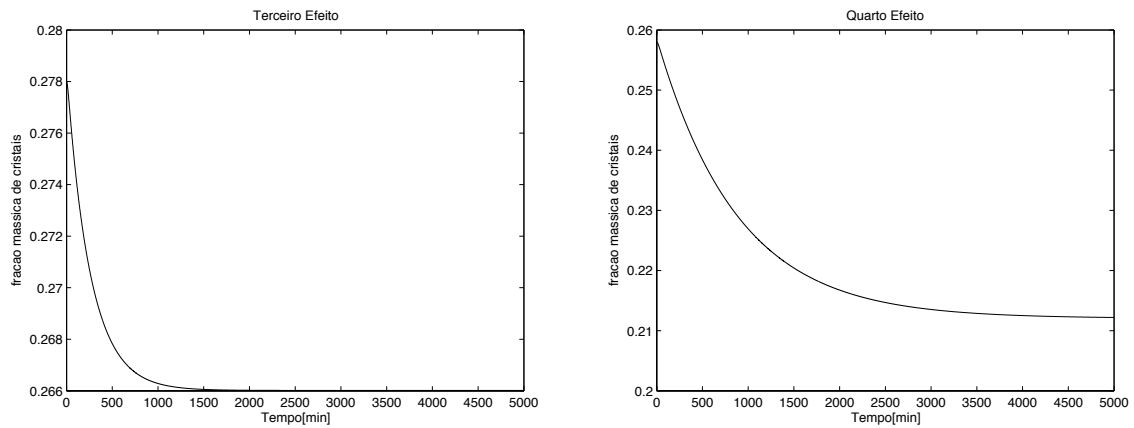


Figura 17 - Simulação em malha aberta para o terceiro e quarto efeitos

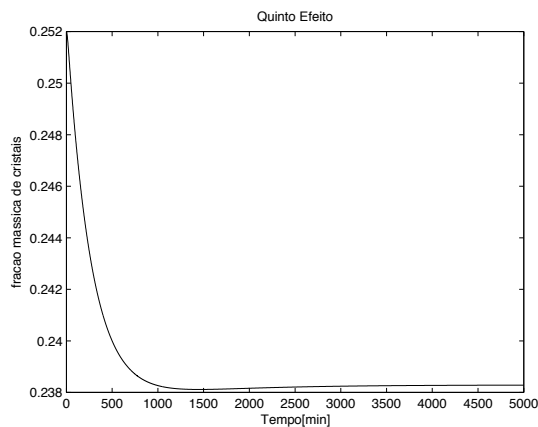


Figura 18 - Simulação em malha aberta para o quinto efeito

Nota-se que o sistema se torna completamente estável. Pode-se ver também que o sistema atinge um estado estacionário completamente diferente daquele que lhe foi imposto, pois não há nenhuma ação de controle atuando sobre este. Além disso, o sistema leva uma grande quantidade de tempo para se estabilizar, o que é característico da fração de cristais nos efeitos. No caso do quarto efeito, especificamente, o tempo de estabilização é de 5000 minutos, em torno de 83h.

Fisicamente, é possível observar que ao aumentar a vazão de alimentação em todos os efeitos, o tempo de residência da solução no cristalizador se torna menor e, com um fluxo de energia constante, formam-se menos cristais. A fração mássica de cristais tende a diminuir, como mostram as figuras. Já no caso em que se aumenta somente a vazão de Ac_3 observa-se um comportamento diferente, que mostra a relação de interdependência dos equipamentos, como se vê na figura 17:

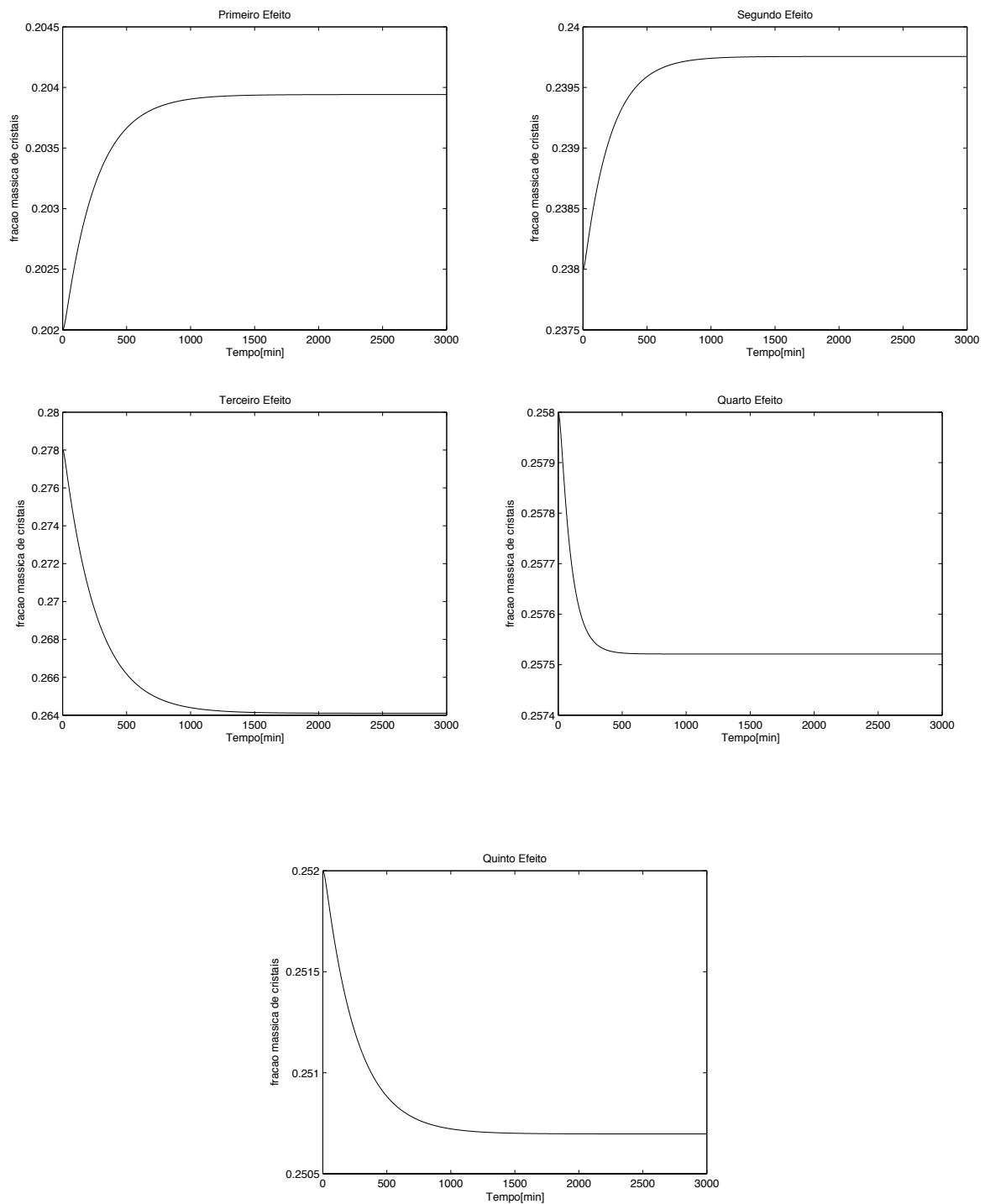


Figura 19 - Simulação em malha aberta para degrau no terceiro efeito

Neste caso, é possível observar que, ao aumentar a vazão de alimentação no terceiro efeito, o tempo de residência neste é menor e a curva de fração de cristais respectiva é decrescente. A temperatura no terceiro efeito tende a diminuir pois há um aumento da massa de solução no efeito, o que gera uma maior troca de calor no trocador correspondente TC-03 e assim, gera uma queda de pressão do lado do vapor vindo do segundo efeito. Isto gera um aumento na taxa de evaporação no segundo efeito, aumentando a supersaturação e, portanto, aumentando a fração de

crístais e diminuindo a temperatura da solução. O efeito se propaga para o primeiro efeito tambem. Quanto ao quarto e quinto efeitos, como a taxa de evaporação no terceiro efeito diminui, menos vapor é direcionado a seus trocadores, gerando uma troca termica menor e diminuindo a supersaturação nestes. Logo, os perfis de concentração devem ser decrescentes, como mostra a figura 17.

Nos casos observados, pode-se observar a interdependência entre os efeitos, porém com uma hierarquia de influências, ou seja, a influência da vazão de alimentação em um efeito vizinho  menor que a do próprio efeito e assim por diante. Uma vez que o sistema em malha aberta é bem representado, simulações em malha fechada podem ser feitas para a implantação de malhas de controle.

4.2 Controle PID mono-variável

Considerando somente as malhas de controle diretas do sistema, ou seja, sem levar em conta as relações existentes entre os efeitos, foram sintonizados controladores PID para cada efeito separadamente. O critério de otimização é a minimização do ISE e, como *set-point*, fixou-se um incremento de 0.01 na fração mássica de crístais em cada efeito.

A tabela 6 contm as restrições utilizadas para a otimização:

Restrições	K_c	T_I	T_D
Mínimo	-10.000	0.500	0.000
Máximo	-0.100	5000	2.500

Tabela 6 - Restrições para sintonia PID mono-variável

Note-se que os valores tpicos da constante proporcional se encontram entre 0.1 e 10. Quanto aos valores do tempo integral e derivativo, tentou-se impor um domínio o mais vasto possível para que o controlador tenha maior liberdade e possa variar entre os controladores P (com T_I alto e T_D baixo), PI (com T_I baixo e T_D baixo) e PID (com T_I baixo e T_D alto). A tabela 7 contm os resultados da sintonia do controlador mono-variável:

Efeito	K_c	T_I	T_D	ISE
Primeiro	-1.500	11.87	0.667	48.69
Segundo	-2.626	19.98	0.213	32.52
Terceiro	-3.000	185.47	0.322	34.20
Quarto	-1.668	33.36	0.599	76.46
Quinto	-0.879	17.587	1.137	84.45

Tabela 7 - Resultados de sintonia PID mono-variável

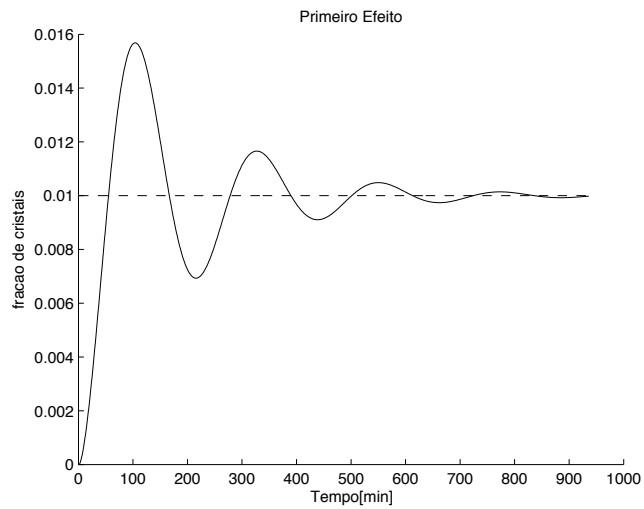


Figura 20 - Incremento na fração de cristais no primeiro efeito - PID mono-variável

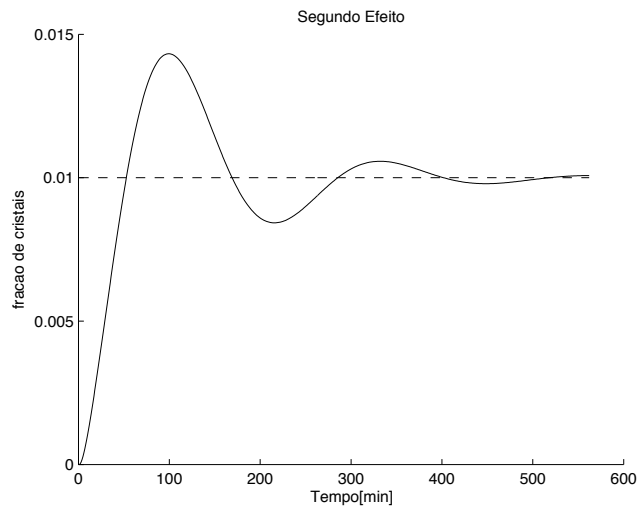


Figura 21 - Incremento na fração de cristais no segundo efeito - PID mono-variável

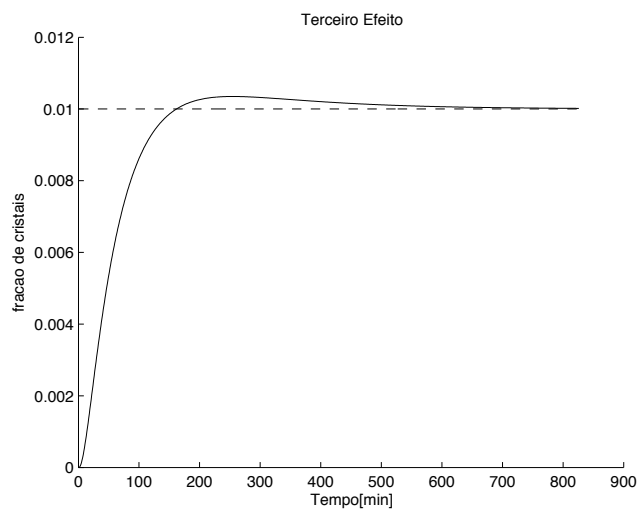


Figura 22 - Incremento na fração de cristais no terceiro efeito - PID mono-variável

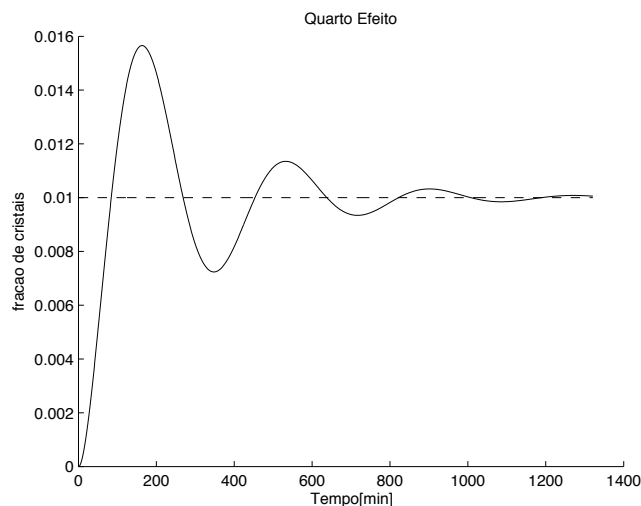


Figura 23 - Incremento na fração de cristais no quarto efeito - PID mono-variável

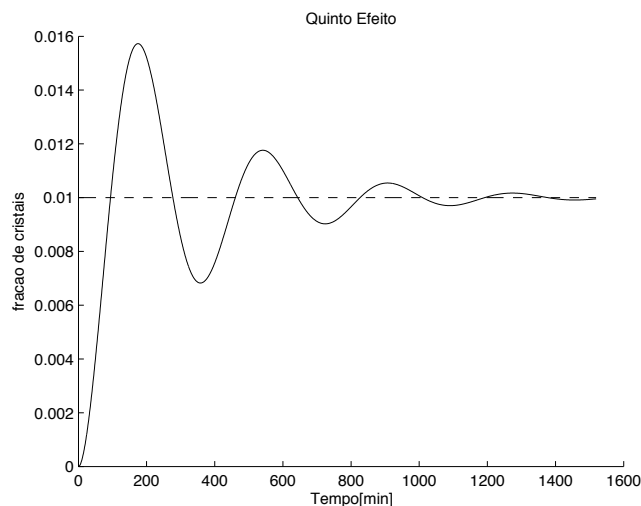


Figura 24 - Incremento na fração de cristais no quinto efeito - PID mono-variável

A sintonia do controlador PID sem levar em consideração a influência dos outros efeitos produziu respostas satisfatórias. O tempo de estabilização fica em torno de 1000 minutos, ou 16.7 horas, já se torna mais aceitável para um sistema como este. As respostas não possuem *offset*, entretanto possuem um caráter oscilatório relativamente elevado, o quê pode ser um fator negativo no processo de cristalização, pois isto implica oscilações na supersaturação nos efeitos, que pode aumentar a variação do tamanho dos cristais e mesmo diminuir a produtividade do equipamento. Deve-se, portanto, tentar minimizá-las ao máximo.

Este cálculo é utilizado como fonte de inicialização para a otimização do controlador PID multivariável, que levará em conta as influências dos outros efeitos do sistema, tornando a sintonia mais difícil.

4.3 Controle PID multi-variável

Consideram-se aqui todas as funções de transferência da matriz G_p (tabela 2) do processo. O controlador PID, que não possui informações do comportamento da planta em seu algoritmo, deverá ser capaz de controlar a planta com múltiplas influências inter-relacionadas. Espera-se um comportamento pior comparado ao caso mono-variável, sendo possível que a malha não consiga estabilizar o sistema ou mesmo que diferentes malhas PID atuem contrariamente.

Para realizar a otimização, utilizou-se uma representação em variáveis de estado (Anexo 2), sem a qual é muito difícil que a solução convirja. Busca-se sempre minimizar o ISE e, mantendo as mesmas restrições do caso mono-variável, a solução gera um *offset* inaceitável, já que as soluções neste caso sempre tendem ao mínimo valor de K_c . Logo, limitou-se o valor mínimo do ganho proporcional a -3. Limita-se também o tempo derivativo a 0.667, para restringir o domínio de soluções, pois a influência deste mostrou pouca ou nenhuma melhora nas soluções.

Restrições	K_c	T_I	T_D
Mínimo	-3.000	0.500	0.000
Máximo	-0.100	5000	0.667

Tabela 8 - Restrições para sintonia PID multi-variável

Um intervalo de otimização de 1000 minutos é fixado e são usados para inicialização, os parâmetros da sintonia mono-variável.

Efeito	K_c	T_I	T_D	ISE
Primeiro	-3.000	11.65	0.667	1.4041
Segundo	-3.000	26.11	0.667	
Terceiro	-3.000	84.75	0.667	
Quarto	-3.000	454.54	0.667	
Quinto	-3.000	159.57	0.667	

Tabela 9 - Resultados de sintonia PID multi-variável

Os resultados obtidos possuem ordens de grandeza similares aos do caso mono-variável. Note-se que o quarto efeito possui um tempo integral maior, pois este é o efeito de reação mais lenta e necessita uma ação proporcional mais presente. As constantes proporcional e derivativa encontram-se sempre nos valores impostos pelas restrições, como mencionado acima. Já o valor do erro obtido é muito menor comparado ao caso mono-variável, o que é atribuído às variáveis de estado.

Os resultados a seguir mostram a resposta ao um degrau 0.01 no primeiro, no segundo e no terceiro efeitos.

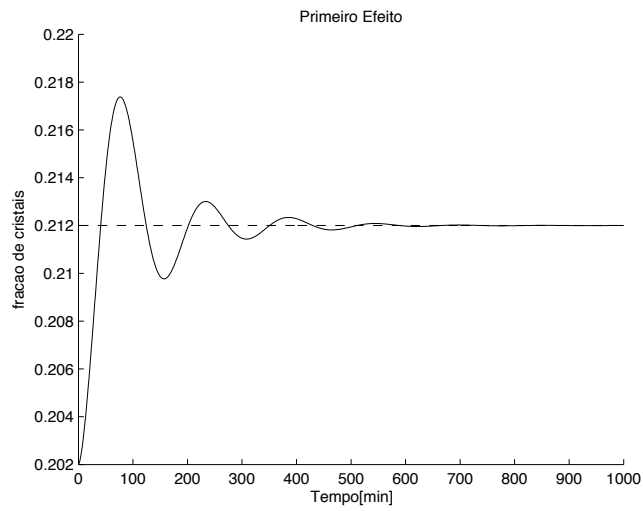


Figura 25 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável

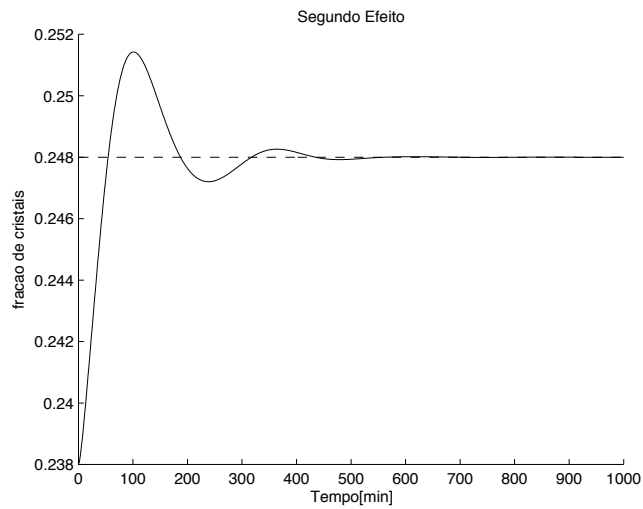


Figura 26 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável

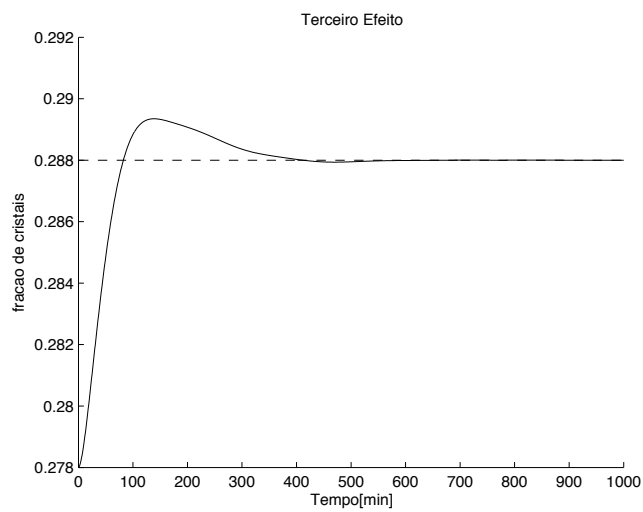


Figura 27 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável

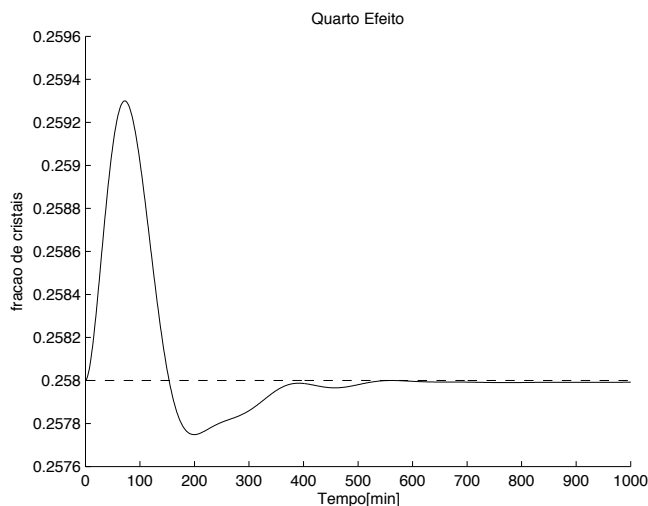


Figura 28 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável

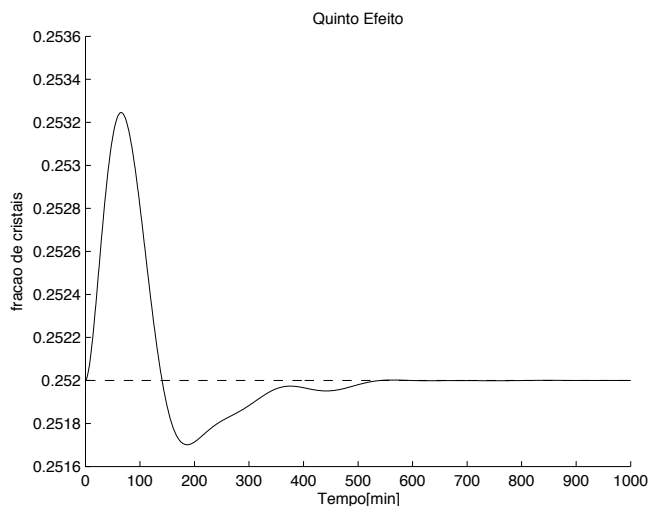


Figura 29 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável

Com relação à solução anterior, pode-se afirmar que houve uma diminuição no tempo de estabilização das soluções, sendo de aproximadamente 600 minutos (10 horas). As soluções dos três primeiros efeitos converge bem, embora possuam oscilações, como no caso anterior. Entretanto, os efeitos em que não é necessário aumentar a fração de cristais passam por um pico de concentração que, embora não muito elevado em termos relativos, podem criar problemas para a cristalização. Isto se deve ao fato do controlador PID não possuir uma ação preditiva do modelo do processo. Assim, ao diminuir as vazões de alimentação nos três primeiros efeitos, a taxa de evaporação no terceiro aumenta, o que aumenta o calor trocado e conseqüentemente, as taxas de evaporação no quarto e quinto efeitos, causando os picos vistos nas figuras 26 e 27. Uma vez que o sistema se aproxima do *set-point* nos três primeiros efeitos, o *feedback* dos outros efeitos ajusta as frações destes, para que retornem ao valor desejado.

As figuras a seguir mostram as respostas a um degrau de 0.01 no quarto e no quinto efeitos para avaliar a resposta inversa à anterior.

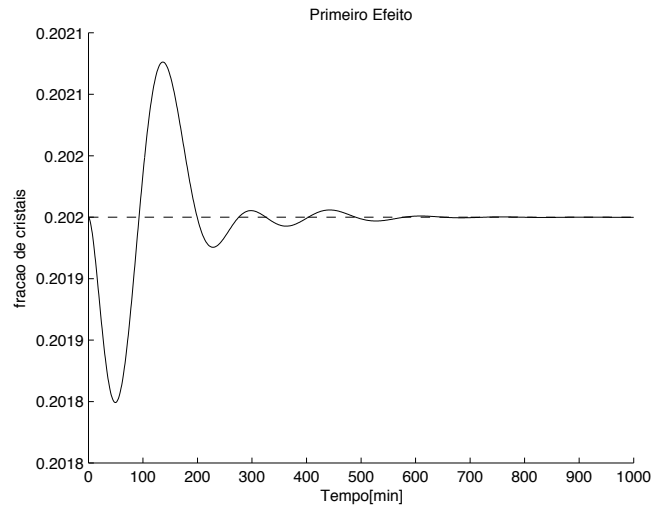


Figura 30 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável

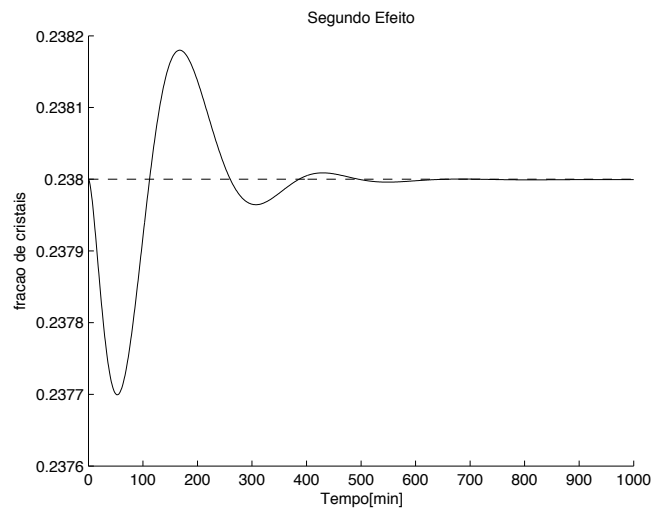


Figura 31 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável

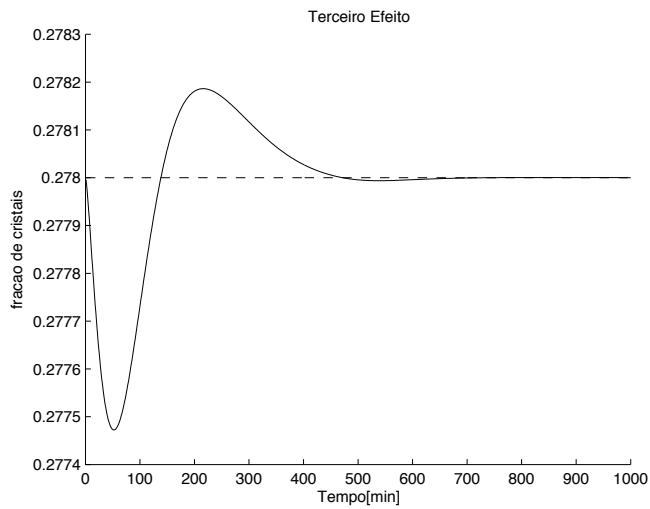


Figura 32 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável

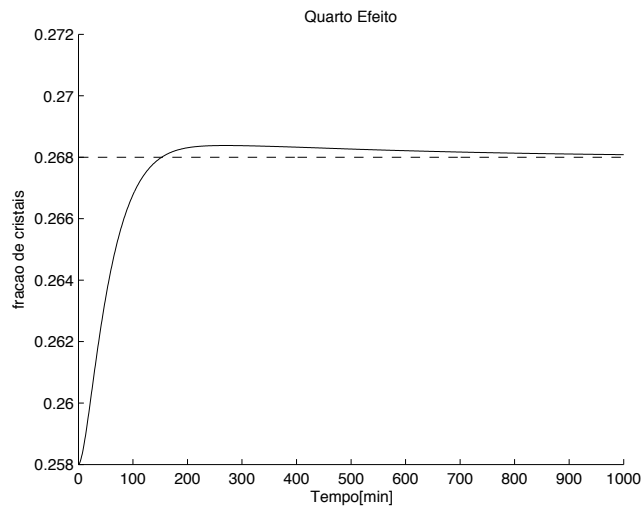


Figura 33 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável

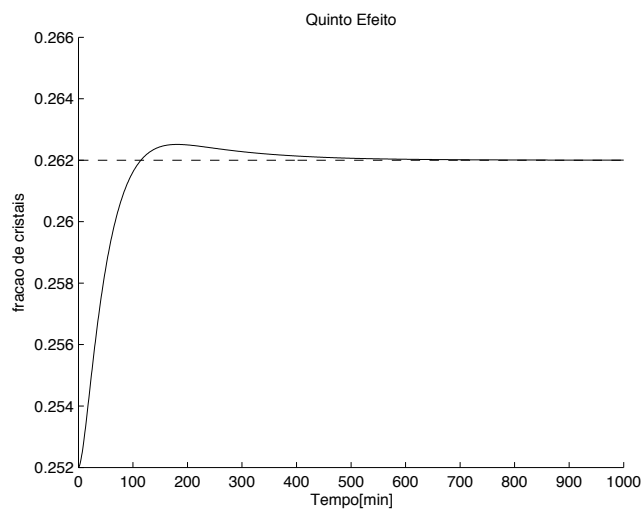


Figura 34 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável

As respostas obtidas são coerentes e correspondem ao comportamento inverso ao da simulação anterior, pois, neste caso, ao aumentar a taxa de evaporação no quarto e no quinto efeito, diminui-se a diferença de temperatura nos anteriores o que diminui a taxa de evaporação nestes e, conseqüentemente, o nível de supersaturação. Observa-se também que as soluções dos dois primeiros efeitos são sempre mais oscilatórias, enquanto que as soluções dos outros se amortecem rapidamente. Isto se deve ao fato de haver uma ação integral maior nos dois primeiros efeitos, enquanto que nos outros predomina a ação proporcional. Especificamente no quarto efeito, observa-se um pequeno *offset* na solução, devido à alta ação proporcional, que é necessária na otimização de sua trajetória pois se trata da parte mais lenta do sistema. As figuras a seguir mostram as respostas a um degrau de 0.01 em todos os efeitos. Esta será a solução a ser comparada ao MPC, pois envolve uma ação de controle imediata (desde o instante inicial) sobre todas as variáveis do sistema.

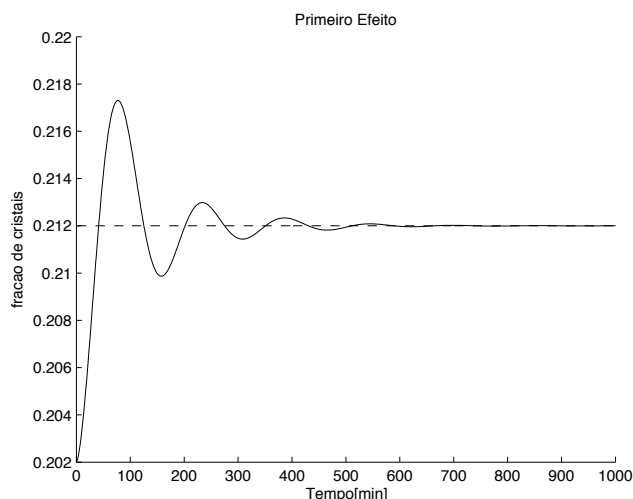


Figura 35 - Fração de cristais no primeiro efeito com PID multi-variável

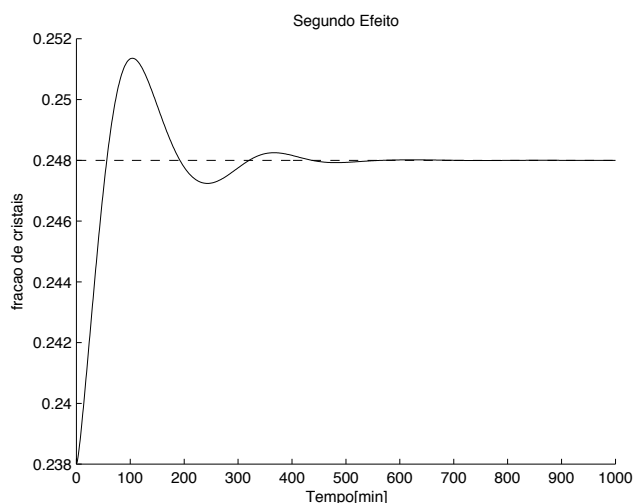


Figura 36 - Fração de cristais no segundo efeito com PID multi-variável

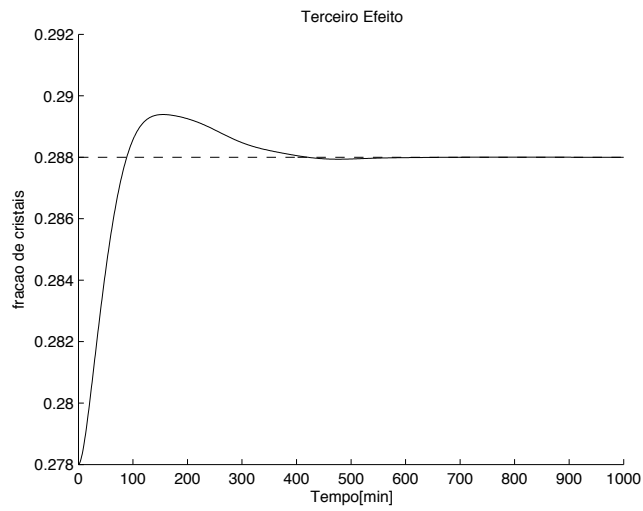


Figura 37 - Fração de cristais no terceiro efeito com PID multi-variável

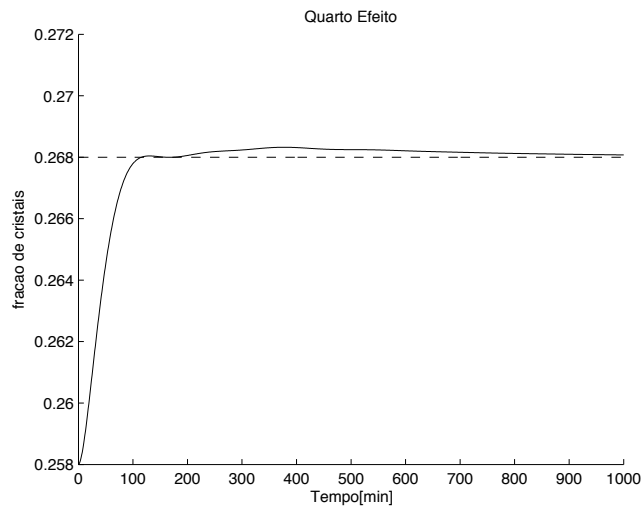


Figura 38 - Fração de cristais no quarto efeito com PID multi-variável

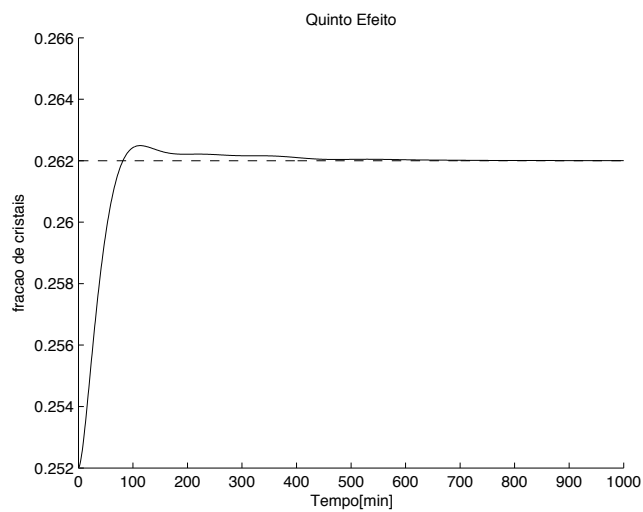


Figura 39 - Fração de cristais no quinto efeito com PID multi-variável

Observa-se que o comportamento segue as considerações feitas para os outros casos estudados. Note-se que ao diminuir cada vazão de alimentação, embora haja ações contrárias entre os efeitos, o controlador é capaz de compensá-las e levar todos os efeitos à fração mássica de cristais desejada. O tempo de estabilização é razoável, entretanto alguns efeitos tem comportamento oscilatório enquanto outros produzem um pequeno *offset*.

4.4 Controle MPC

Para realizar a sintonia do controlador MPC, vários parâmetros são variados com a finalidade de chegar à uma solução satisfatória. Foi feita uma análise de sensibilidade dos parâmetros m , np e r procurando sempre uma solução com níveis oscilatórios baixos ou nulos, que atinja o estado estacionário o mais rápido possível e sem variações muito abruptas na concentração.

O conjunto de parâmetros obtidos após análise é:

$$(44) \quad N = 5000, \quad m = 3, \quad np = 3000$$

$$(45) \quad R = \begin{bmatrix} 0.30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.90 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.65 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.70 \end{bmatrix}$$

$$(46) \quad W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como discutido na seção 4.1, o tempo total de estabilização do sistema é de 5000 minutos. O horizonte de predição de 3000 minutos mostrou-se suficiente para a otimização e o valor de m foi escolhido avaliando o comportamento do sistema.

Utilizam-se os valores iniciais das tabelas 2 e 3 para as variáveis de saída e entrada respectivamente. Como restrições, impõe-se:

$$(47) \quad u_{\max} = \begin{bmatrix} 30000 \\ 30000 \\ 30000 \\ 30000 \\ 30000 \end{bmatrix}, \quad u_{\min} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix}, \quad \Delta u_{\max} = \begin{bmatrix} 500 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{bmatrix}$$

Enfim, o *set-point* fixado é um incremento de 0.01 nas frações de cristais em todos os efeitos. Os resultados da simulação do controle MPC é mostrado nas figuras a seguir:

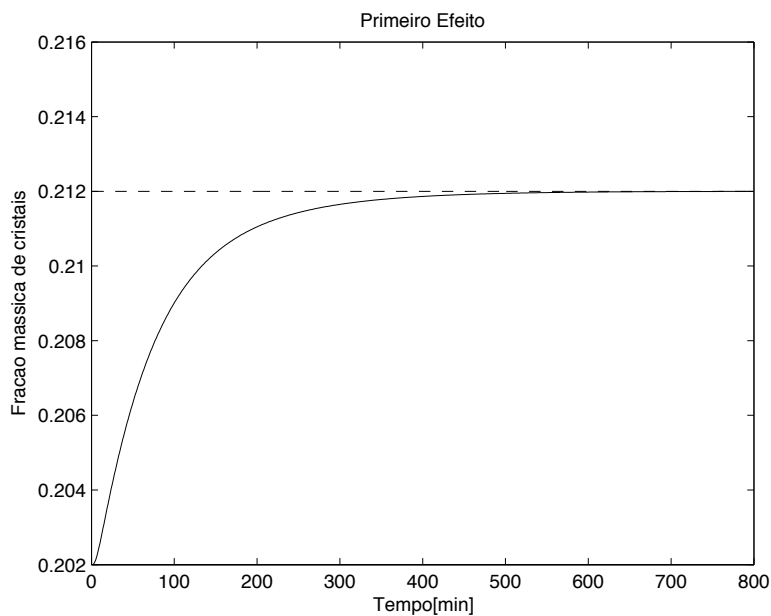


Figura 40 - Fração de cristais no primeiro efeito com controle MPC

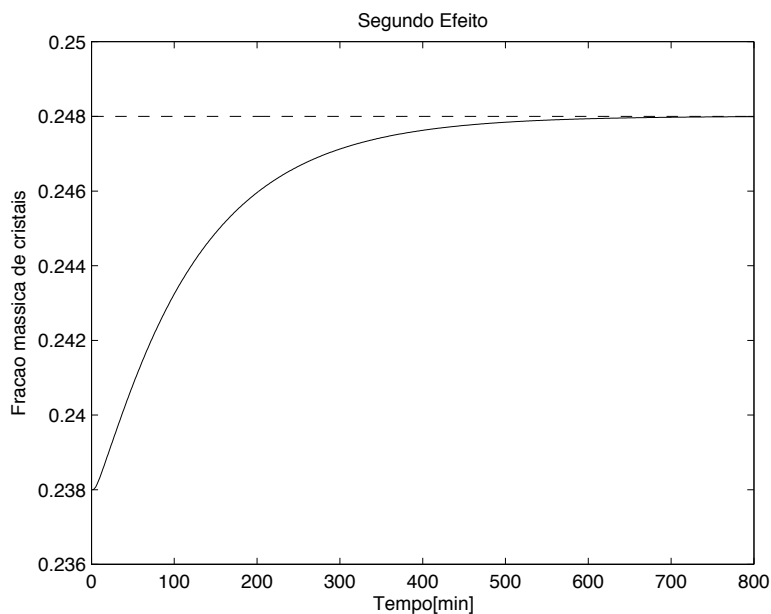


Figura 41 - Fração de cristais no segundo efeito com controle MPC

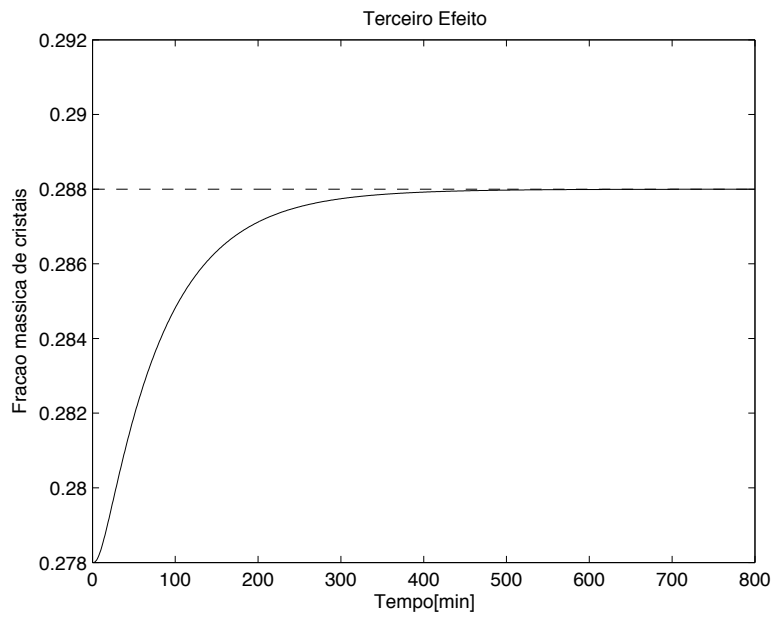


Figura 42 - Fração de cristais no terceiro efeito com controle MPC

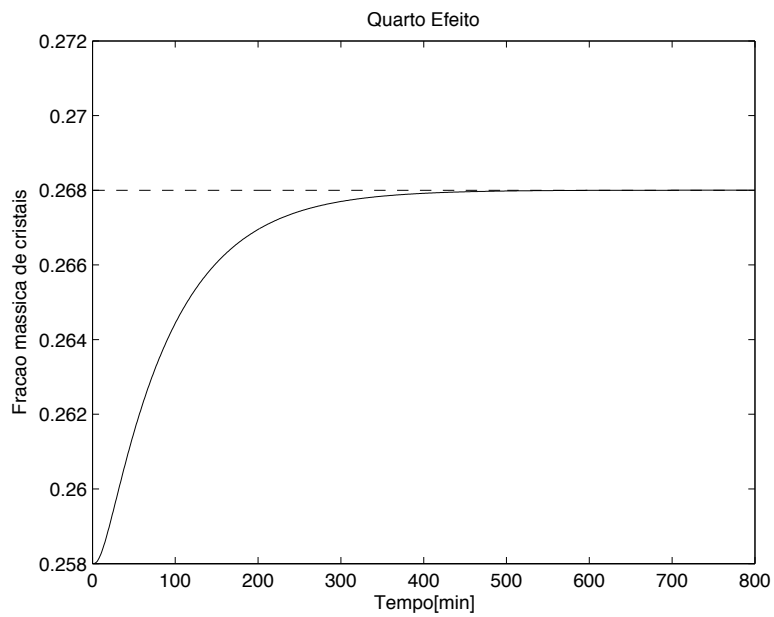


Figura 43 - Fração de cristais no quarto efeito com controle MPC

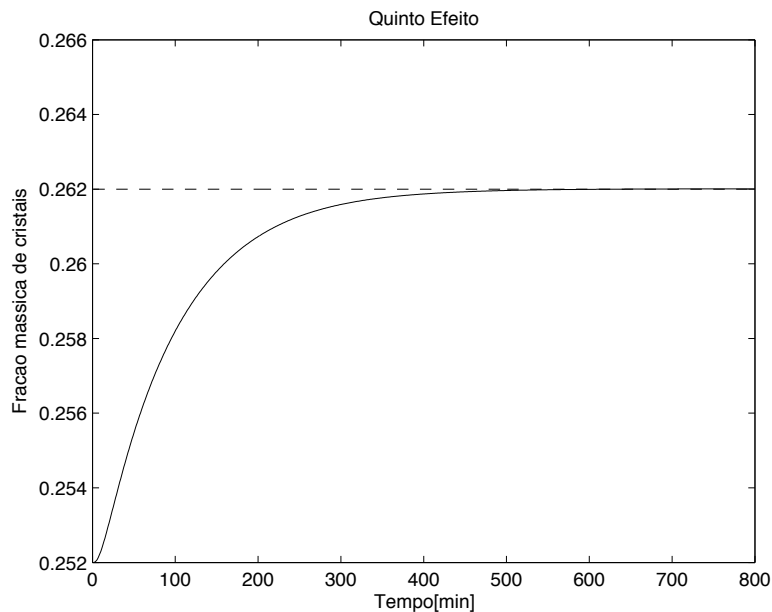


Figura 44 - Fração de cristais no quinto efeito com controle MPC

A simulação dinâmica do sistema com o controlador MPC traz benefícios imediatos. Primeiramente, observa-se uma redução no tempo de estabilização total da planta comparado ao controle PID. Neste caso, a planta é estabilizada em aproximadamente 350 minutos, ou 5.83 horas, o que representa um tempo aproximadamente 42% menor que o do controle PID. Além disso, as curvas de fração de cristais não possuem nenhum tipo de oscilação e percorrem uma trajetória direta e precisa na direção do *set-point*, sem produzir nenhum *offset*.

Comparado ao estudo de Silva (2012), o tempo de estabilização obtido é muito menor (para este, de 20 horas). Entretanto, deve-se ressaltar que o objetivo na obra referenciada não era a obtenção de uma resposta cuja trajetória é ideal, mas sim atingir um ponto de operação correspondente a um mínimo de consumo energético.

Visto que o MPC é capaz de prever a reação do sistema, as variações produzidas pelas relações entre os efeitos são compensadas pela ação do controlador antes mesmo que apareçam. Este é um fator determinante ao comparar o controlador preditivo ao PID, que atua em resposta ao que já ocorreu no sistema (*feedback*). Graças à essa ação, pode-se dizer que, com relação às variáveis de processo, o controle MPC fornece uma solução de rápida estabilização e sem oscilações, permitindo um controle preciso da supersaturação nos efeitos. Portanto, ele permite um controle do tamanho de cristais em uma faixa mais restrita, aumentando a qualidade do produto e o fato da supersaturação não oscilar gera uma produção contínua de cristais e aumenta a produtividade do sistema.

Quanto aos parâmetros obtidos, observou-se que o valor do fator de supressão de movimento, de fato, retarda a resposta do processo. Entretanto, valores muito pequenos deste podem gerar *offset's*, razão pela qual foi decidido aumentar seu

valor para algumas variáveis. Já para o valor da constante m , foi feita uma análise de sensibilidade, presente no Anexo 3, que mostra a variação da solução com os valores desta.

Enfim, foi feita também uma análise da resposta do controlador em presença do sistema com funções instáveis:

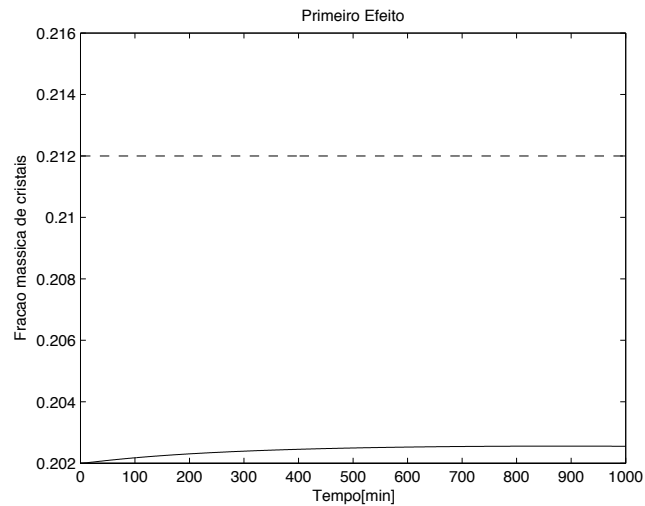


Figura 45 - Fração de cristais no primeiro efeito com funções instáveis

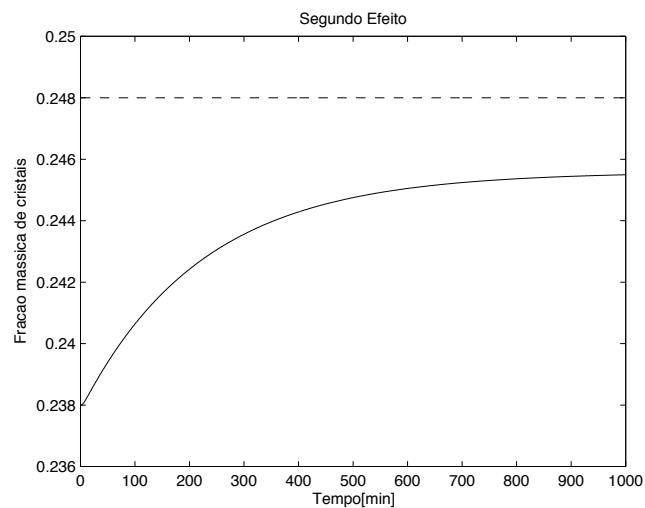


Figura 46 - Fração de cristais no segundo efeito com funções instáveis

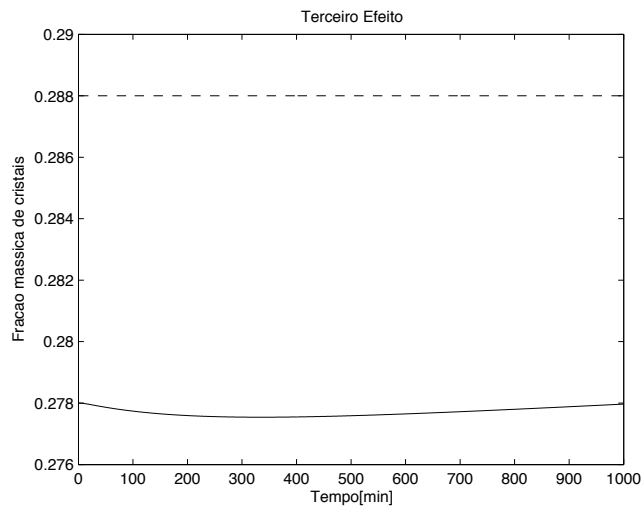


Figura 47 - Fração de cristais no terceiro efeito com funções instáveis

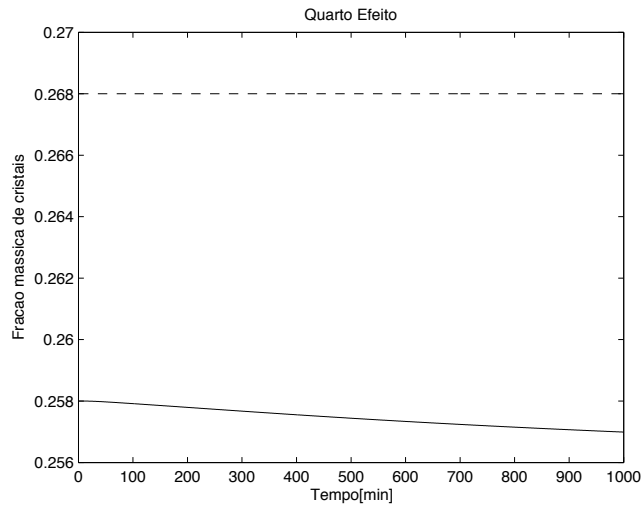


Figura 48 - Fração de cristais no quarto efeito com funções instáveis

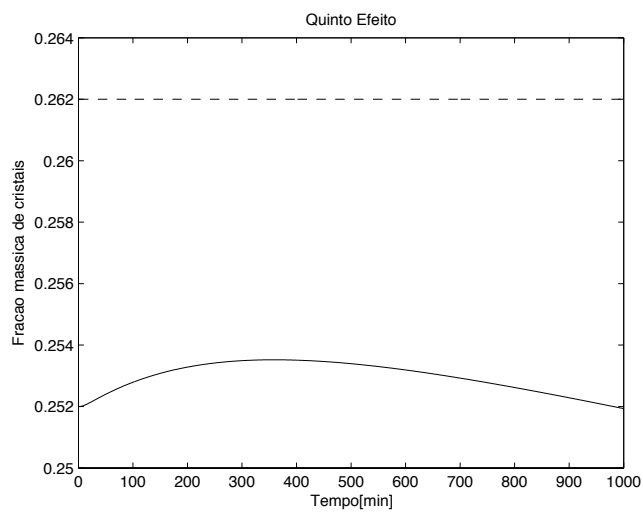


Figura 49 - Fração de cristais no quinto efeito com funções instáveis

Pelas figuras, fica claro que a técnica utilizada para controlar o processo neste trabalho não é aplicável para sistemas de caráter instável. Isto se dá pelo fato das ações de controle tentarem corrigir desvios que tendem ao infinito. Tal tipo de comportamento pode aparecer em processos reativos nos quais pode-se perder o controle da taxa de reação e causar uma reação em cadeia. Deve-se notar que a perda de controle pertence ao estudo da segurança em engenharia e, logo, não pertence ao escopo do controle de processos.

5. Conclusões

Foram estudadas neste trabalho as respostas dinâmicas de um sistema de cristalização quántuplo-efeito de sal alimentício. Com base em modelos previamente desenvolvidos, diversas malhas de controle foram implementadas com o objetivo de comparar a atuação do controlador clássico PID com a do controlador avançado MPC na presença de múltiplas variáveis inter-relacionadas. Métodos de sintonia avançados foram aplicados, fornecendo curvas de fração de cristais ótimas com erro minimizado.

A vantagem da implantação do controlador MPC sobre o controlador PID se mostrou inquestionável. Embora os métodos de sintonia aplicados tenham conseguido respostas interessantes para o controle clássico, o controlador avançado conseguiu gerar uma trajetória ainda melhor e mais próxima de uma resposta ideal para o sistema. Isto se deve ao fato do MPC não depender de nenhuma estrutura fixa de resposta, como é o caso do PID. Baseando-se somente no modelo da planta, ele é mais flexível e pode usar qualquer tipo de resolução numérica graças a seu aspecto computacional. Basta que o modelo seja bem identificado e que a sintonia seja bem feita para que se produza uma resposta satisfatória visada pelo utilizador, qualquer que seja o critério definido (otimização da trajetória, minimização de custos, do consumo energético, maximização do lucro, etc). Portanto, fica evidente que o MPC representa um avanço na teoria de controle de processos e deve ser aplicado em indústrias que tenham necessidade de aperfeiçoar sua produção.

Como estudo futuro para o desenvolvimento da temática abordada neste trabalho, pode-se considerar a implantação de uma camada adicional de otimização, na qual um cálculo de RTO fornece continuamente à rotina do MPC um valor ótimo (segundo um critério pré-estabelecido) de variáveis de entrada e baseando-se no comportamento do sistema (otimização recíproca). Tais estudos vem sendo abordados atualmente a nível global e implantações industriais já começam a aparecer representando o próximo passo para a automação de processos químicos.

6. Referências

GIULIETTI, M., SECKLER, M.M., DERENZO, S., RÉ, M.I., & CEKINSKI, E. *Industrial Crystallization and Precipitation from Solutions: State of Technique*. Brazilian Journal of Chemical Engineering, 2001.

GROOTSCHOLTEN, P. A. M. *Solid-liquid contacting in industrial crystallizer and its influence on product size distribution*. (Doctor) - Department of Mechanical Engineering, Delft University of Technology, Delft, 1982.

MULLIN, J. W. *Crystallization*. 4. ed. Oxford: Butterworth Heinemann, 2001.

MYERSON, A. *Handbook of Industrial Crystallization*. 2. ed.: Butterworth-Heinemann, 2002.

ODLOAK, D. *Notas de Aula - PQ12530: Controle Avançado de Processos Químicos*. Departamento de Engenharia Química, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2014.

RANDOLPH, A. D.; LARSON, M. A. *Theory of Particulate Processes: Analysis and Techniques of Continuous Crystallization*. 2nd. ed.: Academic Press, 1988.

SILVA, A. L. N. *Dinâmica e Controle de um Sistema de Cristalização por Evaporação Múltiplo-Efeito* (mestrado). Departamento de Engenharia Química, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

ZIEGLER, J.G; NICHOLS, N. B. *Optimum settings for automatic controllers*. Transactions of the ASME 64. pp. 759–768, 1942.

Anexo 1 - Funções do Matlab®

As principais funções utilizadas do software Matlab são listadas a seguir:

Otimização (*Optimization Toolbox*):

- *fmincon* - Encontra um mínimo de uma função com múltiplas variáveis com restrições aplicadas. Resolve problemas da forma:

$$A \cdot X \leq B, \quad A_{eq} \cdot X = B_{eq} \quad \text{restrições lineares}$$

$$C(X) \leq 0, \quad C_{eq}(X) = 0 \quad \text{restrições não lineares}$$

$$LB \leq X \leq UB \quad \text{Limites}$$

- *quadprog* - Resolve um problema de programação quadrática, sujeito à estrutura descrita na seção 2.4.2.

Controle (*Control Toolbox*):

- *tf* - Cria funções de transferência, discretas ou contínuas. Insere-se o denominador e o numerador da função, assim como o tempo de amostragem no caso discreto.
- *tfdata* - Extrai dados de funções de transferência.
- *ssdata* - Retorna as matrizes que definem o sistema sob a forma de variáveis de estado (Anexo 2).

Anexo 2 - Representação em estado-espço

A representação em estado-espço (ou em variáveis de estado) é uma modelamento matemático de um sistema físico, definido por um número exato de estados, como um sistema de variáveis de entrada, de saída e de estado, relacionadas por equações diferenciais. Para sistemas com múltiplas variáveis, esta representação provém uma forma compacta do sistema que permite manipulá-lo mais facilmente. No caso deste trabalho, esta foi utilizada para resolver o problema do PID MIMO.

A representação é, para a matriz de funções de transferência de controle do sistema:

$$u = C_c \cdot x_c + D_c \cdot (y_{sp} - y)$$

$$x_c = A_c \cdot x_c + B_c \cdot (y_{sp} - y)$$

E para a matriz de funções do processo:

$$x_p = A_p \cdot x_p + B_p \cdot u$$

$$y_p = C_p \cdot x_p + D_p \cdot u$$

Anexo 3 - Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade ao fator m do MPC foi feita para valores de 1 a 5. Nas figuras abaixo, m vale 1 para a curva mais atenuada (à direita) e vai sendo aumentado até 5 na curva mais inclinada de cada gráfico (à esquerda):

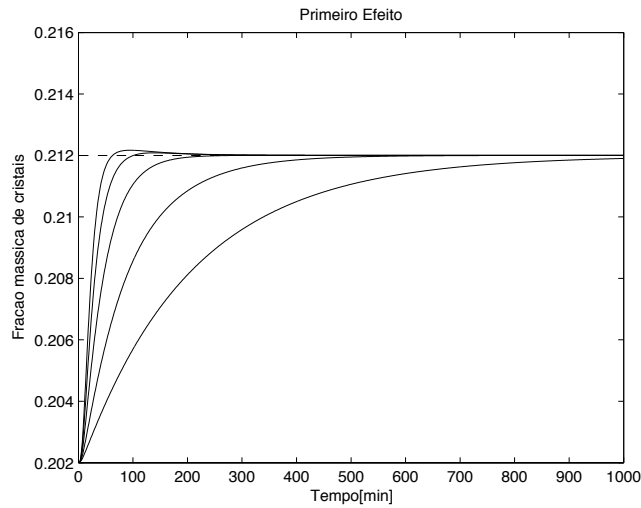


Figura A.1 - Análise de sensibilidade a m no primeiro efeito

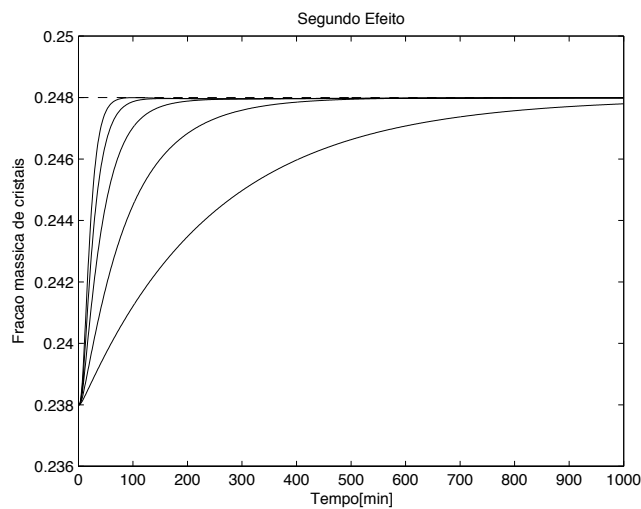


Figura A.2 - Análise de sensibilidade a m no segundo efeito

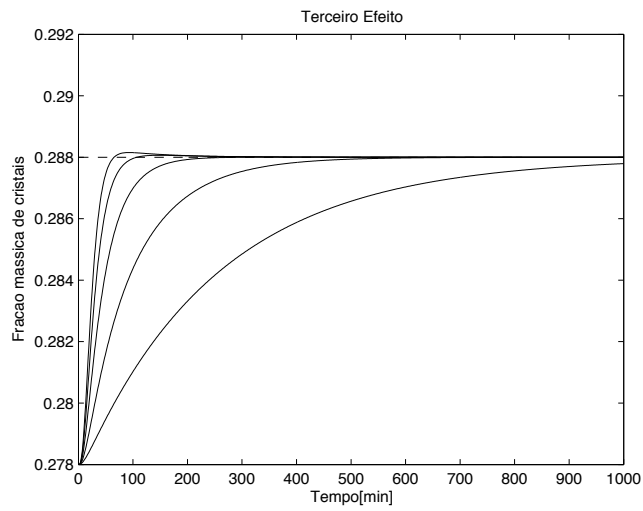


Figura A.3 - Análise de sensibilidade a m no terceiro efeito

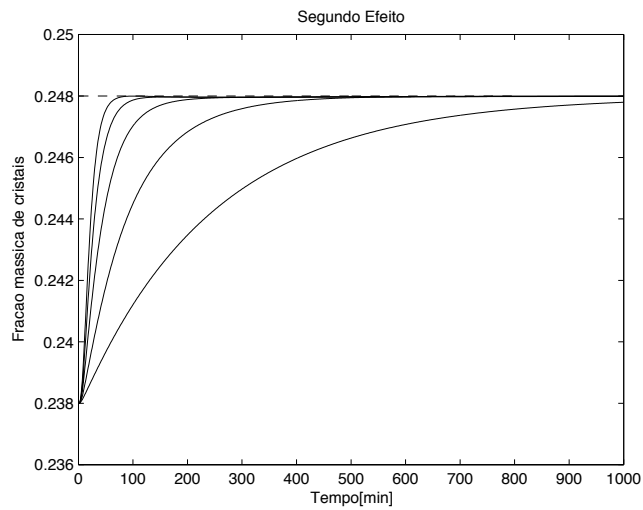


Figura A.4 - Análise de sensibilidade a m no quarto efeito

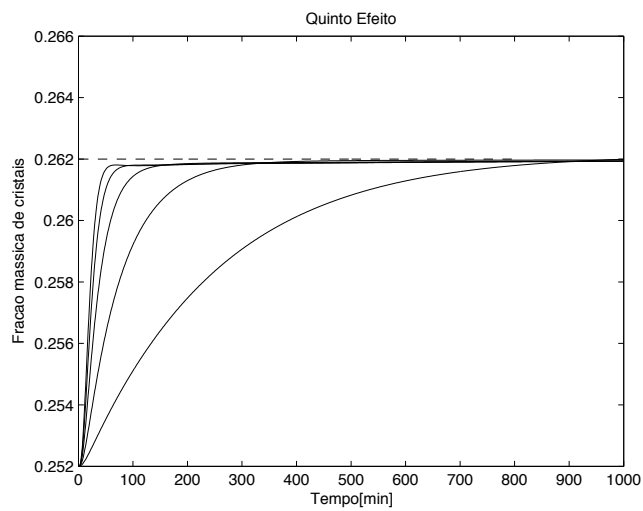


Figura A.5 - Análise de sensibilidade a m no quinto efeito

O valor de m igual a 3 foi escolhido pelo fato do sistema não levar muito tempo para se estabilizar e de não gerar qualquer tipo de *offset*. Para m maior que 3, observa-se uma pequena diferença entre o valor do estado estacionário obtido e o *set-point*, mesmo alterando os valores das outras variáveis do MPC, o que, embora leve o sistema a se estabilizar rapidamente e sem oscilações, não obtém o estado estacionário correto.