

**Alex Oliveira de Moraes**

Transferência de calor no escoamento laminar não Newtoniano com  
difusividade térmica efetiva em tubos

---

**São Paulo  
2012**

**Alex Oliveira de Moraes**

Transferência de calor no escoamento laminar não Newtoniano com  
difusividade térmica efetiva em tubos

---

Monografia apresentada ao Departamento de  
Engenharia Química da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
título de Engenheiro Químico

Área de concentração: Engenharia Química

Orientador: Prof. Dr. Jorge Andrey Wilhelms Gut

**São Paulo**  
**2012**

À minha família, sempre presente, dando apoio não só durante este trabalho, mas também durante todo o curso de Engenharia e toda minha vida.

## Agradecimentos

À minha família, por todo o apoio não só durante este trabalho, mas também durante todo o curso de Engenharia.

Aos meus amigos os quais me ajudaram tanto no lado técnico do trabalho, como também dando incentivo e ânimo.

Aos professores José Luis de Paiva e Tah Wun Song pela participação na banca do TCC-I e pelas sugestões apresentadas para a continuação do trabalho.

Ao professor orientador do trabalho Jorge Andrey Wilhelms Gut por toda a ajuda durante o trabalho com seu conhecimento e orientação.

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, por fornecer os recursos necessários para minha formação acadêmica.

A todos os professores, funcionários da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, que durante todos esses anos contribuíram para minha formação como engenheiro e cidadão.

“O sucesso é ir de fracasso em fracasso sem perder o entusiasmo”

Winston Churchill

“O ridículo não existe; os que ousaram desafiá-lo de frente conquistaram o mundo”

Octave Mirbeau

## Resumo

Este trabalho foi feito com o objetivo de implementar e validar a modelagem matemática para a transferência de calor em escoamento laminar em tubos com fluido Newtoniano, ou não Newtoniano, considerando a difusividade térmica efetiva. É mostrado o desenvolvimento da modelagem matemática, desde um fluido Newtoniano com escoamento laminar ideal até o caso em que o escoamento apresenta condução axial, com fluido não Newtoniano e difusividade térmica diferente à teórica. Foi utilizado o software gPROMS para simulações matemáticas e para análises da modelagem realizada. Também foram realizados experimentos de forma a verificar a modelagem descrita e também para apresentar a diferença entre os valores da difusividade térmica efetiva e da teórica. Também são apresentados os motivos que fazem com que haja esta diferença e qual o motivo mais significativo nos estudos realizados, dentre vários fatores como a forma do trocador, rugosidade nas paredes, oscilações no tubo, dentre outros. Tendo como base para isto a realização de experimentos e a análise dos dados obtidos nestes.

Palavras-chave: Difusividade; transferência de calor; trocador tubular; escoamento laminar.

## Abstract

This work was done in order to implement and validate the mathematical modeling of heat transfer in laminar flow in tubes with Newtonian fluid, or not Newtonian, considering the effective thermal diffusivity. It's showed the development of mathematical model from a Newtonian fluid with laminar ideal flow to the case that the flow has axial conduction, with not Newtonian fluid and thermal diffusivity different of theoretical diffusivity. gPROMS software was used for mathematical simulations and for analyzes of models. Experiments were also made to verify the modeling described and also to present the difference between the values of effective diffusivity thermal and theoretical diffusivity thermal. Here is also presented the reasons that make this difference and which is the most important of them in the analyzes, among other factors as the shape of the exchanger, the wall roughness, fluctuations in the tube, among others. Experiments realized and analyzing data from these were taking as basis.

Keywords: Diffusion, heat transfer, heat exchanger tube, laminar flow.

## Lista de Símbolos

$h$	$x-x_0$ nos cálculos de diferença finita;
$k$	Condutividade térmica do fluido (W/(m.K)) ;
$m$	Massa (kg);
$n$	Índice de comportamento reológico do fluido (adm.);
$p$	Ordem do método numérico utilizado;
$r$	Fração radial (m);
$t$	Tempo (s);
$v$	Velocidade de escoamento (m/s);
$z$	Posição axial (m);
$A, B, C$	Parâmetros reológicos (adm.);
$D$	Diâmetro do tubo (m);
$K$	Índice de consistência do material (adm.);
$L$	Comprimento do tubo (m);
$R$	Raio do tubo (m);
$T$	Temperatura (K);
$Y$	$\frac{r}{R}$ = Raio adimensional;
$Z$	$\frac{z}{L}$ = Comprimento adimensional;
$c_p$	Calor específico do meio (J/kg.K);
$c_v$	Calor específico molar a volume constante (J/kg.K);
$\dot{q}_V$	Geração volumétrica de calor (W/m <sup>3</sup> );
$v_m$	$\frac{Vazão}{Área}$ = Velocidade média de escoamento (m/s);
$v_z(r)$	Velocidade axial na posição radial $r$ (m/s);
$x_{água}$	Conteúdo de água (base úmida)(%);
$x_i^V$	Fração volumétrica do componente (adm.);
$\alpha$	$k/(\rho.C_p)$ = Difusividade térmica do fluido (m <sup>2</sup> /s);
$\alpha_{aparente}$	Difusividade térmica aparente (m <sup>2</sup> /s);
$\dot{Y}$	Gradiente de velocidade na direção normal;
$\delta$	Central Finite Difference;
$\theta$	Posição angular;
$\Theta$	$\frac{T-T_w}{T_0-T_w}$ = Temperatura adimensional;
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s);
$\mu_\infty$	Viscosidade com taxa de cisalhamento infinita (Pa.s);
$\rho$	Densidade do fluido (kg/m <sup>3</sup> );
$\sigma$	Tensão de cisalhamento (Pa);
$\phi$	Grandeza conservativa específica;
$\lambda_{lpm}$	Caminho médio percorrido pelo fluido antes de uma colisão;
$Pe$	$\frac{R.v_0}{\alpha}$ = Número de Péclet (adm.);
$Pe'$	$Pe \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^2$ = Péclet modificado;
$Pr$	Número de Prandtl (adm.);
$Re$	Número de Reynolds para escoamento na tubulação (adm.);
$Re_L$	Número de Reynolds da camada limite (adm.);
$\delta_{V\phi}$	Geração volumétrica da respectiva grandeza;



## Lista de Figuras

Figura 1 - Representação da transferência de calor por condução .....	1
Figura 2 – Representação da transferência de calor por convecção .....	2
Figura 3 - Representação da transferência de calor por radiação.....	2
Figura 4 – Esquema de um trocador de calor bitubular com fluxo concorrente .....	3
Figura 5 - Representação do escoamento turbulento .....	4
Figura 6 - Representação do escoamento laminar.....	4
Figura 7 - Velocidade em um determinado ponto para fluxo laminar e para fluxo turbulento .....	5
Figura 8 - Representação de um tubo circular (Volume de controle) com temperatura de parede constante.....	6
Figura 9 – Tensão de cisalhamento em fluidos independentes do tempo.....	13
Figura 10 – Temperatura média de um fluido Newtoniano com variação do número de Péclet (Adimensional) .....	26
Figura 11 - Distribuição de temperatura adimensional para fluido Newtoniano com $Pe = 2000$ .....	26
Figura 12 – Temperatura média de um Fluido não Newtoniano com variação do número de Péclet, para $n = 2,0$ (Adimensional) .....	27
Figura 13– Temperatura média de um fluido não Newtoniano com variação do número de Péclet, para $n = 0,5$ (Adimensional) .....	27
Figura 14 - Distribuição de temperatura adimensional para fluido não Newtoniano ( $n = 2,0$ ) com $Pe = 2000$ .....	29
Figura 15 – Temperatura média de um fluido pseudoplástico com $n = 0,5$ em escoamento com Condução Axial (Adimensional) .....	30
Figura 16 – Temperatura média de um fluido variando o tipo de Escoamento para $Pe = 2000$ (Adimensional) .....	31
Figura 17 – Ampliação de parte da Figura 16 .....	31
Figura 18 - Perfil laminar de temperatura de acordo com o gPROMS .....	33
Figura 19 - Temperatura média do fluido em escoamento laminar de acordo com o gPROMS .....	33
Figura 20 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com $n = 0,25$ .....	35
Figura 21 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com $n = 0,5$ .....	35
Figura 22 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com $n = 0,75$ .....	36

Figura 23 - Temperatura média do Fluido com $n = 0,25 / n = 0,5 / n = 0,75$ .....	37
Figura 24 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com $n = 1,25$ .....	38
Figura 25 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com $n = 1,50$ .....	38
Figura 26 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com $n = 1,75$ .....	39
Figura 27 - Temperatura Média para fluido com $n = 1,25 / n = 1,50 / n = 1,75 / n = 3,00$ .....	40
Figura 28 - Ampliação de parte da Figura 27 .....	40
Figura 29 – Perfil laminar de temperatura para escoamento com Condução Axial de um fluido Newtoniano .....	41
Figura 30 - Temperatura média de um fluido Newtoniano em escoamento com Condução Axial .....	42
Figura 31 - Banho termostático utilizado .....	43
Figura 32 - Gelo utilizado para manter baixa a temperatura do banho termostático .	44
Figura 33 - Agitador extra para manter a temperatura da água dentro do banho homogênea .....	44
Figura 34 - Água quente armazenada no pausterizador .....	44
Figura 35 - Controle de temperatura da água armazenada dentro do pausterizador	44
Figura 36 - Rotâmetro utilizado para a determinação das vazões utilizadas .....	45
Figura 37 - Camada de isolante térmico na tubulação anterior ao trocador de calor (Termopar 1) .....	46
Figura 38 - Camada de isolante térmico na tubulação posterior ao trocador de calor (Termopar 2) .....	46
Figura 39 - Trocador de calor utilizado no experimento realizado .....	46
Figura 40 - Sistema de tratamento térmico contínuo.....	47
Figura 41 - Grampo (módulo) do trocador bitubular .....	48
Figura 42 - Temperaturas obtidas no intervalo de tempo considerado para o experimento com vazão de 0,3 L/min.....	50
Figura 43 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento A, utilizando água .....	54
Figura 44 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento B, utilizando glicerina 80%.....	55
Figura 45 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento B, utilizando CMC 1%.....	56

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Valores de $\theta$ para um valor de Z, a depender do número de Péclet e do índice n.....	28
Tabela 2 – Temperatura do fluido na posição Z = 3,0 m, R = 0,0 m com variação de n (comportamento reológico).....	36
Tabela 3 - Dados do trocador de calor utilizado no experimento .....	47
Tabela 4 - Dados médios do primeiro grupo de ensaios realizado.....	49
Tabela 5 - Dados médios do segundo grupo de ensaios realizado.....	50
Tabela 6 - Ensaios realizados com glicerina 80%.....	51
Tabela 7 - Ensaios realizados com CMC 1% .....	51
Tabela 8 - Resultados das simulações feitas a partir dos dados do primeiro grupo de ensaios.....	52
Tabela 9 - Resultados das simulações feitas a partir dos dados do segundo grupo de ensaios.....	52
Tabela 10 - Resultados da simulação com glicerina 80% .....	53
Tabela 11 - Resultados da simulação com CMC 1% .....	53

## Sumário

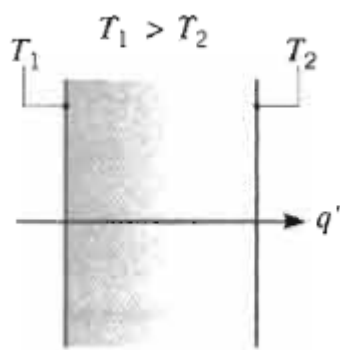
1	Introdução.....	1
2	Objetivo.....	5
3	Modelagem da transferência de calor em escoamento laminar ideal .....	6
3.1	Equação Adimensional.....	9
4	Modelagem da transferência de calor em escoamento laminar não Newtoniano com difusividade efetiva em tubos .....	11
4.1	Escoamento de fluido não Newtoniano .....	11
4.1.1	Adimensionalização.....	15
4.2	Influência da condução axial .....	15
4.2.1	Adimensionalização.....	17
4.3	Influência da difusividade térmica .....	18
4.4	Junção dos fatores .....	21
5	Simulações matemáticas .....	22
5.1	Simulações Adimensionais .....	23
5.1.1	Escoamento laminar ideal (Fluido Newtoniano).....	24
5.1.2	Fluido não Newtoniano .....	27
5.1.3	Condução Axial.....	29
5.1.4	Variando o tipo de escoamento .....	30
5.2	Simulações para um caso específico .....	32
5.2.1	Escoamento laminar ideal (Fluido Newtoniano).....	32
5.2.2	Fluido não-Newtoniano .....	34
5.2.3	Condução Axial.....	41
6	Experimentos.....	43
6.1	Materiais e métodos .....	43
6.1.1	Experimento A .....	43
6.1.2	Experimento B .....	47

6.2	Resultados Obtidos .....	49
6.2.1	Experimento A .....	49
6.2.2	Experimento B .....	50
6.3	Simulações e Análise de Resultados .....	51
6.3.1	Experimento A .....	51
6.3.2	Experimento B .....	53
6.3.3	Análise das simulações .....	53
7	Conclusão .....	57
8	Referências bibliográficas .....	58
	ANEXO A – Linguagem de Programação utilizada .....	60

## 1 Introdução

A transferência de calor ocorre quando a energia térmica é transferida de um corpo para outro, ou de uma parte do corpo para outra parte, desde que haja um gradiente de temperatura entre os pontos, que faz o papel de força motriz desta transferência. Sempre que há uma diferença de temperatura entre dois meios ocorre a transferência de energia térmica. Essa energia térmica em transição é chamada de calor (Incropera, et al. 2008).

O calor é transmitido de um corpo para outro seguindo basicamente três mecanismos. Um mecanismo de transferência de calor que ocorre é a condução, representada na Figura 1. A transferência de calor por condução ocorre em um meio estacionário, podendo ser um sólido ou um fluido, onde as partículas da região mais quentes vibram mais intensamente e com isso transmitem energia para as partículas vizinhas e assim por diante. Devido à necessidade de um meio a condução não pode ocorrer no vácuo.



**Figura 1 - Representação da transferência de calor por condução**  
(Incropera, et al. 2008)

Outro mecanismo de transmissão de calor é a transferência por convecção. Esta forma de transmissão ocorre quando há um fluido em movimento em contato com um sólido, havendo, como sempre, uma diferença de temperatura entre os dois, conforme a Figura 2. Como descrito, não pode haver segundo este mecanismo a troca de calor no vácuo, pois se necessita de um meio material para o fluxo térmico.

A convecção é caracterizada pela ocorrência de dois mecanismos simultâneos, a condução e a advecção.

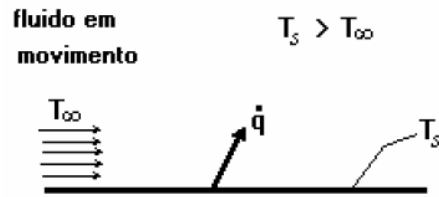


Figura 2 – Representação da transferência de calor por convecção  
(Incropera, et al. 2008)

E a terceira e última forma de transmissão de calor é a transferência de energia térmica por radiação. Na radiação, a energia é transferida de um corpo para outro através de ondas eletromagnéticas, sendo ilustrada na Figura 3. Esta forma de transmissão pode ocorrer tanto no vácuo como em um meio material transparente (Kreith 1977).

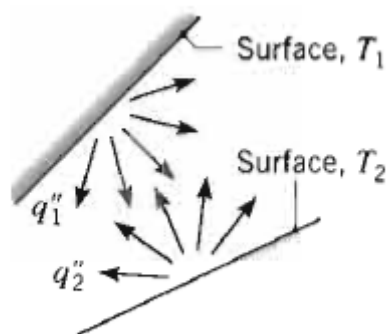


Figura 3 - Representação da transferência de calor por radiação  
(Incropera, et al. 2008)

A transferência de calor é fundamental para todos os ramos da engenharia. Na engenharia mecânica é importante quando se lida com refrigeração de motores, por exemplo. Na engenharia metalúrgica, a transmissão de calor é estudada muito nos processos pirometalúrgicos e hidrometalúrgicos. Na engenharia química, ela é essencial, estando presente em vários processos, muitas vezes como etapa principal de um processo industrial ou como uma parte complementar dentro de um processo complexo.

Os trocadores de calor são equipamentos muito utilizados na indústria química, sendo que o desenho mais simples é o trocador bitubular concêntrico

(Figura 4). Este equipamento é constituído de um tubo com um fluxo, e dentro deste tubo há um tubo de diâmetro menor, com outro fluido escoando a uma temperatura diferente. Os fluxos podem ser contracorrentes ou concorrentes.

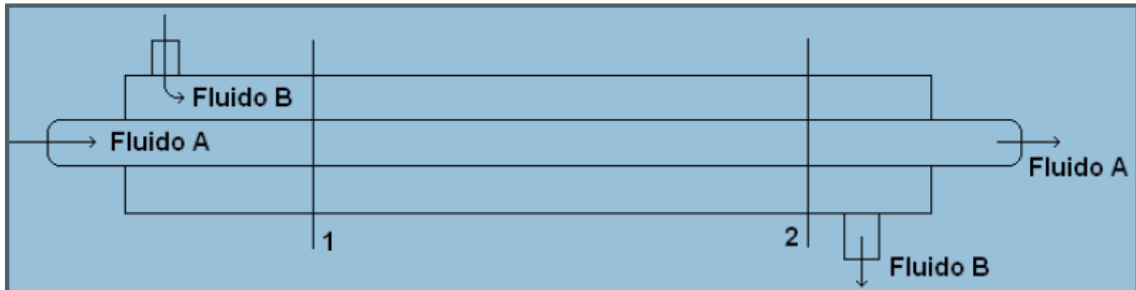


Figura 4 – Esquema de um trocador de calor bitubular com fluxo concorrente

<http://ruyalexandre.zzl.org/arquivos/eng6trocadores.pdf>

O estudo da transferência de calor neste trocador é essencial para saber o resultado na saída do processo e para dimensionar o equipamento. A análise a ser realizada neste trabalho é quanto ao fluido que escoar dentro do tubo interno. Esse escoamento pode ocorrer de duas formas que são verificadas segundo o número de Reynolds que caracteriza o escoamento.

O escoamento pode ser turbulento (Figura 5), começando a surgir turbulência quando o número de Reynolds para o escoamento em tubos é maior do que 2100 ( $Re > 2100$ ), ou sendo de fato turbulento quando o número de Reynolds da camada limite for maior que  $5 \times 10^5$  ( $Re_L > 5 \times 10^5$ ). Para escoamento turbulento, a velocidade, assim como a temperatura e pressão apresentam flutuações nas três direções. O campo flutuante se superpõe sobre o valor médio de cada propriedade.

$$Re = \frac{Dv_m\rho}{\mu} \quad Re_L = \frac{Lv_0\rho}{\mu}$$

Equação 1.1

Sendo:

$Re$  = Número de Reynolds para escoamento na tubulação;

$D$  = Diâmetro do tubo (m);

$v_m$  = Velocidade média de escoamento (m/s);

$\rho$  = Densidade do fluido ( $\text{kg/m}^3$ );

$\mu$  = Viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s);



$Re_L$  = Número de Reynolds da camada limite;

$L$  = Comprimento da camada limite (m);

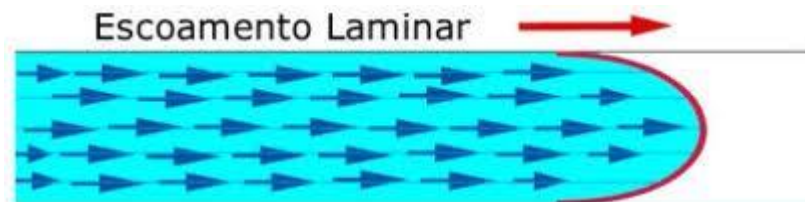
$v_0$  = Velocidade inicial (m/s).



**Figura 5 - Representação do escoamento turbulento**

<http://www.infoescola.com/mecanica-de-fluidos/tipos-de-fluxos-e-escoamentos/>

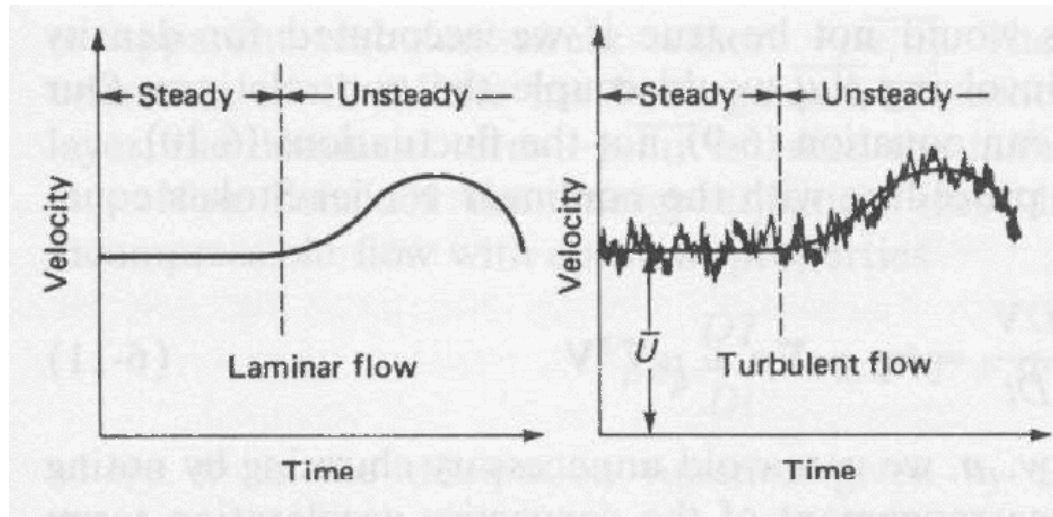
Quando o número de Reynolds para escoamento em tubo é menor que 2100 ( $Re < 2100$ ), o escoamento é laminar. No escoamento laminar (Figura 6) há um mínimo de agitação entre as várias camadas de fluxo. O fluido se desloca em círculos concêntricos coaxiais, sem se misturar, quando ideal. Fluxo laminar pode existir com  $Re > 2100$  em tubos muito lisos, mas o fluxo é instável e um pequeno distúrbio pode causar a transição para o fluxo turbulento (Bennett e Myers 1982).



**Figura 6 - Representação do escoamento laminar**

<http://www.infoescola.com/mecanica-de-fluidos/tipos-de-fluxos-e-escoamentos/>

Na Figura 7 há uma comparação entre o comportamento da velocidade em um determinado ponto em função do tempo, tanto para o escoamento laminar quanto para o turbulento.



## Steady and Unsteady Laminar and Turbulent Flow

Figura 7 - Velocidade em um determinado ponto para fluxo laminar e para fluxo turbulento  
<http://www.fem.unicamp.br/~im450/Textos&Transparencias/aula-2/aula-2.pdf>

A parte da Figura 7 que representa o fluxo laminar é sempre considerando o escoamento ideal. Porém, neste trabalho, são analisados casos em que o fluxo é laminar, mas ocorrem imperfeições no processo, como imperfeições na tubulação que geram algumas diferenças nos perfis mostrados.

Com isto é introduzido o conceito de difusividade térmica efetiva, valor este que representa a real difusividade ocorrida durante a troca térmica e que faz com que haja diferenças entre os valores obtidos e os esperados segundo a modelagem para um escoamento laminar.

## 2 Objetivo

Esse trabalho tem por objetivo o estudo, a modelagem e validação experimental da transferência de calor em escoamento laminar de fluidos não Newtonianos em tubos. Tem como objetivo também a discussão e análises experimentais sobre difusividade térmica efetiva.

### 3 Modelagem da transferência de calor em escoamento laminar ideal

A princípio deve ser feito um balanço de energia no volume de controle escolhido, no caso um tubo circular, conforme mostrado na Figura 8, para encontrar a equação que determina o perfil de temperatura do escoamento.

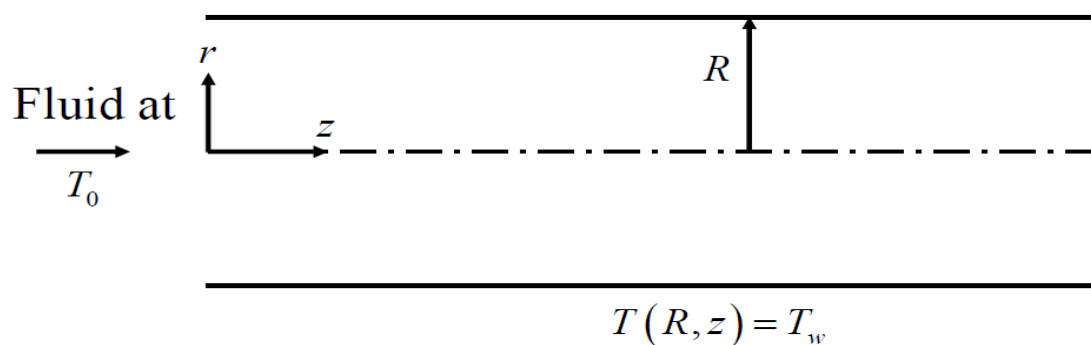


Figura 8 - Representação de um tubo circular (Volume de controle) com temperatura de parede constante (Subramanian)

O balanço de energia é iniciado a partir da Equação 3.1, a equação geral de conservação (Bird 2007):

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho \vec{v} g \vec{r} \vec{a} d(\varphi) + \text{div}(\vec{J}_{\varphi}) - \delta_{V\varphi} = 0$$

#### Equação 3.1

Sendo que:

$\varphi$  = Grandeza conservativa específica;

$t$  = tempo (s);

$v$  = velocidade do escoamento (m/s);

$\vec{J}_{\varphi}$  = Vetor de difusão;

$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$  = Termo referente ao acúmulo;

$\rho \vec{v} g \vec{r} \vec{a} d(\varphi)$  = Termo referente ao transporte advectivo (escoamento);

$\text{div}(\vec{J}_{\varphi})$  = Termo referente ao transporte difusivo;

$\delta_{V\phi}^{\cdot}$  = Geração volumétrica da respectiva grandeza.

A grandeza analisada é a energia térmica, portanto  $\phi = m \cdot c_p \cdot T$ , sendo  $m$  = massa (kg),  $c_p$  = calor específico do meio (J/kg.K),  $T$  = temperatura (K) e conseqüentemente,  $\phi = c_p \cdot T$ . Sendo considerados, o calor específico do meio e a condutividade térmica do fluido, constantes e uniformes e considerando a lei de Fourier para o termo de difusão térmica, chega-se à Equação 3.2, a equação geral de balanço de energia (Bird 2007):

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) - k \nabla^2 T - q_V = 0$$

**Equação 3.2**

Sendo que:

$k$  = Condutividade térmica do fluido (W/(m.K));

$q_V$  = Geração volumétrica de calor (W/m<sup>3</sup>).

Aplicando o balanço de energia da Equação 3.2 em um volume de controle, referente ao fluido em movimento dentro de um tubo de seção circular (Figura 8), com escoamento laminar chega-se à Equação 3.3, adotando coordenadas cilíndricas (Kakaç e Yener 1995):

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \mu \Phi_V$$

**Equação 3.3**

Sendo:

$v_r, v_\theta, v_z$  = Velocidade radial, angular, axial (respectivamente) (m/s);

$r$  = Direção radial (m);

$\theta$  = Ângulo polar (rad);

$z$  = Direção axial (m);

$\mu \Phi_V$  = Termo de dissipação viscosa (W/m<sup>3</sup>).

Foram feitas cinco considerações para obter a distribuição da temperatura no tubo a partir da Equação 3.3. Primeiramente, o fluxo laminar foi considerado plenamente desenvolvido e o perfil de temperatura também plenamente desenvolvido. Além disso, as propriedades do fluido como a densidade, a viscosidade, a condutividade térmica e o calor específico, foram consideradas constantes e uniformes, sendo o fluido Newtoniano. Também se considerou o perfil de temperatura axissimétrico; a dissipação viscosa e a condução axial foram desprezadas, sendo que esta última se deve ao fato de na direção axial a transmissão de calor ser principalmente devido à convecção, sendo mais bem explicado o porquê desta desconsideração mais adiante na seção referente à condução axial (Incropera, et al. 2008). Logo, devido às cinco considerações apresentadas, chega-se à Equação 3.4:

1. Fluxo plenamente desenvolvido com Estado Estacionário  $\implies \frac{\partial T}{\partial t} = 0; v_r = v_\theta = 0$  (Estado Estacionário);
2. Propriedades constantes, Fluido Newtoniano;
3. Perfil de temperatura axissimétrico  $\implies \frac{\partial T}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0;$
4. Dissipação viscosa desprezada  $\implies \mu \phi_V = 0;$
5. Desprezando condução axial  $\implies \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$

$$\rho C_p \left[ v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right]$$

**Equação 3.4**

Como uma das considerações realizadas, tem-se que o fluido é Newtoniano. A partir dessa consideração chega-se a um perfil de velocidade conforme a Equação 3.5 (Incropera, et al. 2008):

$$\frac{v_z(r)}{v_m} = 2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

**Equação 3.5**

Sendo:

R = Raio do tubo (m).

Substituindo a Equação 3.5 na Equação 3.4, chega-se então à Equação 3.6:

$$v_m \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right]$$

Equação 3.6

Sendo:

$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$  = Difusividade térmica do fluido (m<sup>2</sup>/s).

É obtida então a equação referente ao perfil térmico para o escoamento laminar ideal com transferência de calor.

São consideradas três condições de contorno características do escoamento laminar ideal.

- 1)  $T(z = 0, r) = T_o \rightarrow$  É considerado o fluido com uma temperatura homogênea na entrada da tubulação (no volume de controle referente);
- 2)  $T(z, r = R) = T_w \rightarrow$  Considerando neste caso a temperatura da parede uniforme em toda a extensão da tubulação.
- 3)  $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \rightarrow$  Devido ao fato do perfil térmico apresentar um máximo (ou mínimo) local em  $r = 0$ .

### 3.1 Equação Adimensional

Partindo da Equação 3.6 obtida anteriormente, pode-se usar o seguinte esquema para adimensionalizar as variáveis:

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_o - T_w} \quad Y = \frac{r}{R} \quad Z = \frac{z}{L}, \text{ onde o número de Péclet térmico é } Pe = \frac{L \cdot v_m}{\alpha}.$$

Sendo:

$\theta$  = Temperatura adimensional;

$Y$  = Raio adimensional;

$Z$  = Comprimento adimensional.

Com isso chega-se à Equação 3.7, representada na forma adimensional:

$$2(1 - Y^2) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \left(\frac{L}{R}\right)^2 \frac{1}{Pe} \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left( Y \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{1}{Pe'} \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left( Y \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)$$

**Equação 3.7**

Sendo:

$Pe' = Pe \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^2$  = Número de Péclet modificado.

E, aplicando-se também a adimensionalização às condições de contorno, tem-se:

- 1)  $\theta(Z = 0, Y) = 1$ ;
- 2)  $\theta(Z, Y = 1) = 0$ ;
- 3)  $\frac{\partial \theta}{\partial Y}(Z, Y = 0) = 0$ .

## 4 Modelagem da transferência de calor em escoamento laminar não Newtoniano com difusividade efetiva em tubos

Para a análise da distribuição de temperatura no tubo circular considerando um escoamento laminar, porém com algumas diferenças com relação ao visto anteriormente, dividiu-se o estudo em alguns tópicos, para no final fazer a junção destes tópicos. Primeiramente é feita análise considerando o fluido não sendo Newtoniano. Após isto, o escoamento foi considerado com condução de calor axial. E finalizando, fez-se uma análise quanto à difusividade térmica. Finalizando o estudo, foi feita a união das três análises mencionadas, exibindo como resultado o perfil térmico no escoamento laminar não ideal.

### 4.1 Escoamento de fluido não Newtoniano

Fluido Newtoniano é aquele em que a tensão de cisalhamento é proporcional ao gradiente de velocidade na direção normal a esse componente. A constante de proporcionalidade é a viscosidade dinâmica, que é uma característica do fluido naquela temperatura e pressão. Alguns exemplos de fluidos com essa característica são a água e o ar. A Equação 4.1 representa o cisalhamento de um fluido Newtoniano (Wilkinson 1960):

$$\sigma = \mu \frac{\partial v}{\partial y} = \mu \dot{\gamma}$$

Equação 4.1

Sendo:

$\sigma$  = Tensão de cisalhamento (Pa).

$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial y}$  = Gradiente de velocidade na direção normal ( $s^{-1}$ );

Os fluidos que não apresentam essa característica são os chamados fluidos não Newtonianos. Para estes a viscosidade depende de outros fatores, além de temperatura e pressão, como o gradiente de velocidade ( $\dot{\gamma}$ ), o local em que o fluido está contido ou a prévia história do fluido. Esses fluidos têm diferentes



classificações, podendo ser de acordo com taxa de cisalhamento em função da tensão de cisalhamento apenas, sistemas mais complexos em que a tensão de cisalhamento depende do tempo, ou sistemas em que há características de sólido e fluido, ocorrendo uma recuperação elástica após a deformação, estes sendo chamados viscoelásticos (Wilkinson 1960).

Quando o comportamento é independente do tempo, o fluido pode ser descrito pela equação reológica da forma  $\sigma = f(\dot{\gamma})$ , dependendo apenas do gradiente de velocidade. Este pode ser chamado de pseudoplástico (ex. massas de cerâmicas, cimento), quando a viscosidade diminui com o aumento da taxa de cisalhamento, tendo seu comportamento descrito por equações empíricas como a Lei da potência, a equação de Prandtl, a de Eyring, a de Powell-Eyring e a de Williamson. O fluido também pode ser dilatante (ex. suspensão de amido, soluções de açúcar), quando a viscosidade aumenta junto à taxa de cisalhamento, esses fluidos são muito menos comuns do que os pseudoplásticos, porém quando aparecem eles são normalmente descritos também pela Lei da potência. E os fluidos Plásticos de Bingham (ex. pasta de dente, manteiga) que se comportam como sólido até que uma tensão crítica mínima seja ultrapassada, sendo descrito pelo modelo de Bingham. Estes comportamentos são mais bem compreendidos analisando-se a Figura 9 (Wilkinson 1960).

A viscosidade aparente de fluidos mais complexos depende não somente da taxa de cisalhamento, mas também do tempo em que esta está sendo aplicada. O fluido é chamado de tixotrópico (ex. algumas tintas e mel em algumas circunstâncias), em que a viscosidade diminui com o passar do tempo de cisalhamento, ou reopético (ex. creme de leite), em que ocorre o inverso, a viscosidade aumenta com o tempo de cisalhamento.

Há também os fluidos viscoelásticos (ex. xampu, leite condensado), sendo caracterizados por apresentarem propriedades viscosas e elásticas. (Wilkinson 1960).

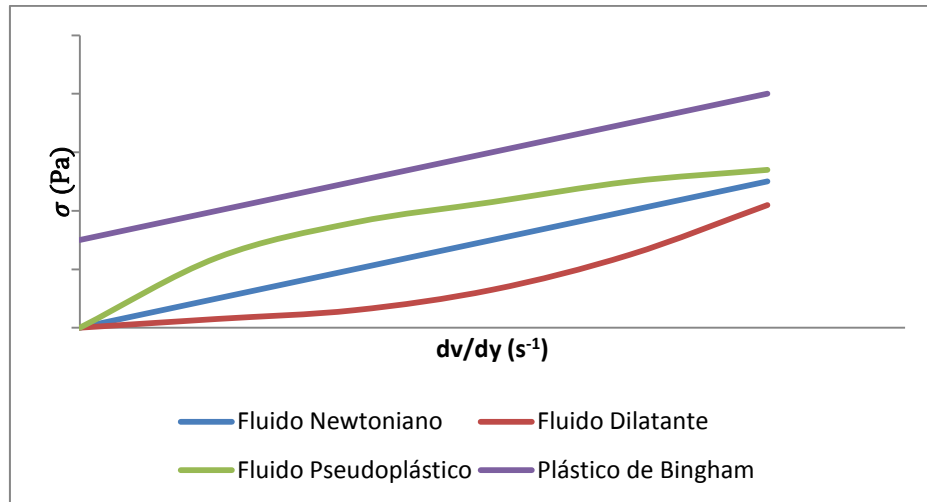


Figura 9 – Tensão de cisalhamento em fluidos independentes do tempo

Para os fluidos não Newtonianos independentes do tempo são propostos alguns modelos que descrevem o comportamento reológico. Os modelos mais conhecidos são os modelos de Ostwald-de-Waele ou Lei da potência (Power Law), Bingham, Herschel-Bulkley, Carreau, Casson, entre outros. A seguir são apresentados os seguintes modelos da Equação 4.2 até a Equação 4.10 (Wilkinson 1960):

- Lei da Potência (dois parâmetros:  $K$ ,  $n$ )

$$\sigma = K \cdot \dot{\gamma}^n$$

Equação 4.2

- Modelo de Bingham (dois parâmetros:  $\sigma_0$ ,  $\eta$ )

$$\sigma = \sigma_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}$$

Equação 4.3

- Modelo de Herschel-Bulkley (três parâmetros:  $\sigma_0$ ,  $K$ ,  $n$ )

$$\sigma = \sigma_0 + K \cdot \dot{\gamma}^n$$

Equação 4.4

- Modelo de Casson (dois parâmetros:  $\sigma_0$ ,  $K$ )

$$\sigma^{0,5} = \sigma_0 + K \cdot \dot{\gamma}^{0,5}$$

Equação 4.5

- Modelo de Casson modificado (três parâmetros:  $\sigma_0$ ,  $K$ ,  $n$ )

$$\sigma^{0,5} = \sigma_0 + K \cdot \dot{\gamma}^n$$

Equação 4.6

- Equação de Prandtl (dois parâmetros:  $A$  e  $C$ )

$$\sigma = A \cdot \sin^{-1}(\dot{\gamma}/C)$$

Equação 4.7

- Equação de Eyring (três parâmetros: A, B, C)

$$\sigma = \dot{\gamma}/B + C \cdot \sin(\sigma/A)$$

Equação 4.8

- Equação Powell-Eyring (três parâmetros: A, B, C)

$$\sigma = A \cdot \dot{\gamma} + B \cdot \sinh^{-1}(C\dot{\gamma})$$

Equação 4.9

- Williamson (três parâmetros: A, B,  $\mu_\infty$ )

$$\sigma = A\dot{\gamma}/(B + \dot{\gamma}) + \mu_\infty\dot{\gamma}$$

Equação 4.10

Sendo:

$n$  = índice de comportamento reológico do fluido (adm.);

$\sigma_o$  = Tensão de cisalhamento inicial (Pa);

$K$  = Índice de consistência do material;

$\mu_\infty$  = Viscosidade com taxa de cisalhamento infinita (Pa.s);

A,B,C = Constantes particulares de cada modelo.

O modelo de Lei de potência (Equação 4.2) é o mais utilizado para retratar os fluidos não Newtonianos por ser uma expressão fácil de lidar algebricamente e também porque o uso de outros modelos com mais parâmetros não traz grandes recompensas. Neste modelo, o parâmetro  $n$  (índice de comportamento) indica o grau de desvio que o fluido tem em relação aos fluidos Newtonianos, sendo que quanto mais próximo de  $n=1$ , mais próximo do comportamento Newtoniano está o fluido e se  $n>1$  o fluido apresenta um comportamento dilatante, enquanto que quando  $n<1$  o fluido é considerado pseudoplástico.

A análise da distribuição de temperatura estabelecida neste trabalho é feita considerando-se um fluido não Newtoniano que segue a Lei de potência. Para estes fluidos, quando há um escoamento laminar em um tubo circular tem-se o seguinte perfil de velocidades representado pela Equação 4.11 (Wilkinson 1960):

$$v_z(r) = v_m \cdot \left( \frac{(3n+1)}{n+1} \right) \cdot \left( 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^{((n+1)/n)} \right)$$

Equação 4.11

Para  $n = 1,0$  a Equação 4.11 se reduz à equação representativa do perfil de velocidades em escoamento laminar para fluidos Newtonianos (Equação 3.5).

Utilizando a Equação 3.4 e substituindo desta vez a Equação 4.11 nela, obtém-se a equação representativa do balanço de energia para fluido não Newtoniano.

Chega-se então à equação que representa a distribuição de temperatura no caso em que há um fluxo laminar dentro de um tubo, porém com um fluido não Newtoniano que segue a Lei de potência.

#### 4.1.1 Adimensionalização

Quando adimensionaliza-se a equação da distribuição de temperatura para escoamento laminar com fluido não Newtoniano do tipo Lei de potência, chega-se a uma equação semelhante à Equação 3.7, diferindo apenas no termo proveniente do perfil de velocidade que fica:

$$\left(\frac{3n+1}{n+1}\right)\left(1 - Y^{\frac{n+1}{n}}\right)\frac{\partial\theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y \frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)$$

Equação 4.12

E com as transformações apresentadas na Equação 4.12, vê-se que esta equação fica dependente apenas de dois parâmetros, o valor de  $n$  (índice de comportamento do fluido) e o valor de  $Pe$  (dependente do fluido utilizado e de variáveis do processo).

## 4.2 Influência da condução axial

Existem dois mecanismos para transportar energia na direção axial que são o transporte através da advecção e o transporte através da difusão.

Quando é feito o processo de adimensionalizar a Equação 3.3 para o balanço de energia que representa o perfil térmico no escoamento há a presença do termo

$\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}$  que representa a condução de energia na direção axial.

Primeiramente deve-se entender um pouco mais acerca do número de Péclet (Pe) para a difusão térmica. O número de Péclet térmico está para o transporte de energia assim como o número de Reynolds está para o transporte mecânico do fluido. O número de Péclet é obtido do produto entre o número de Reynolds e o número de Prandtl.

$$Pe = \frac{Lv_m}{\alpha} = \frac{Lv_m}{\vartheta} \times \frac{\vartheta}{\alpha} = Re \times Pr$$

Sendo:

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} = \text{Viscosidade cinemática (m}^2/\text{s)};$$

Pr = Número de Prandtl.

Entendendo fisicamente o número de Péclet, pode-se definir ele como a relação entre o transporte de energia por advecção (ou escoamento) e o transporte de energia por condução.

$$Pe = \frac{\rho v_m c_p \Delta T}{k \frac{\Delta T}{L}} = \frac{\text{Energia por advecção}}{\text{Energia por condução}}$$

Quando o número de Péclet é muito alto, de acordo com a relação vê-se que a energia transferida por advecção é bem maior do que a energia transferida por condução e, além disso, voltando-se ao termo mencionado anteriormente em que  $\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ , onde um número de Péclet alto leva essa relação a zero. Com isso é possível desprezar o termo referente à condução axial (Maloney 2008).

No caso em que se utiliza um fluido com  $c_p$  relativamente baixo, com condutividade alta e com a tubulação utilizada sendo de raio pequeno, pode-se cair no caso em que o número de Péclet é baixo e com isso a condutividade na direção axial se torna importante também.

Para a inclusão da condução axial no perfil térmico do escoamento volta-se à Equação 3.4. A partir desta equação é novamente adicionado o termo  $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ . Com isso chega-se à Equação 4.13:

$$\rho C_p \left[ v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

Equação 4.13

Na Equação 4.13 apresentada, tanto considerando o perfil de velocidade para um fluido Newtoniano como para o não Newtoniano, aparece derivada parcial de segunda ordem em  $z$ , portanto, para a resolução da equação são necessárias mais duas condições de contorno.

Estas condições de contorno adicionais são as condições de Danckwerts (Danckwerts 1953) (Fogler 2009). As condições de Danckwerts, representadas pela Equação 4.14 e Equação 4.15, são referentes a problemas com dispersão axial de massa, porém foi feita uma analogia entre massa e energia e com isso pode-se definir as duas condições de contorno apresentadas onde, em um tubo de comprimento  $L$ , temos:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} = 0$$

Equação 4.14

$$T|_{z=0} = T_0 + \frac{\alpha}{v_m} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}$$

Equação 4.15

As condições de Danckwerts consideram que não há troca de energia na direção axial fora do volume de controle em questão (na saída), no caso o tubo de escoamento (Kechichian 2011).

#### 4.2.1 Adimensionalização

Como mencionado anteriormente, a condução axial é desprezada quando temos um número de Péclet alto, fazendo com que o termo  $\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$  tenda a zero. Logo, quando o número de Péclet é baixo esse termo volta a fazer diferença e com isso ao adimensionalizar-se a equação, este termo volta a estar presente, logo se

tem a Equação 4.16 para os casos de fluidos Newtoniano, e a Equação 4.17 para fluidos Não-Newtoniano pela Lei de potência:

$$2(1 - Y^2) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pe} \left[ \left( \frac{L}{R} \right)^2 \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left( Y \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right]$$

**Equação 4.16**

$$\left( \frac{3n + 1}{n + 1} \right) \left( 1 - Y^{\frac{n+1}{n}} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pe} \left[ \left( \frac{L}{R} \right)^2 \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \left( Y \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right]$$

**Equação 4.17**

A Equação 4.16 assim como a Equação 4.17 é depende de três parâmetros, o número de Péclet, o valor de  $\frac{L}{R}$  e o índice de comportamento do fluido (n).

As condições de Danckwerts, quando colocadas na forma adimensional são apresentadas da forma:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right|_{Z=1} = 0$$

**Equação 4.18**

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 + \frac{1}{Pe} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right|_{Z=0}$$

**Equação 4.19**

### 4.3 Influência da difusividade térmica

Em análises térmicas a razão entre a condutividade e a capacidade calorífica térmica é uma importante propriedade chamada *difusividade térmica* ( $\alpha$ ). Ela representa a relação entre as capacidades do material de conduzir e de armazenar energia térmica. Materiais com elevadas difusividades térmicas responderão rapidamente a mudanças de condições térmicas, enquanto que quando esta propriedade é pequena o material responde lentamente a uma mudança de temperatura.

A relação representada é a razão entre a condutividade do material (k) e a capacidade calorífica volumétrica do material ( $\rho \cdot c_p$ ) conforme a Equação 4.20. A densidade ( $\rho$ ) e o calor específico ( $c_p$ ) são duas propriedades termodinâmicas que

dizem respeito ao estado de equilíbrio do sistema. O produto entre elas é a capacidade de um material armazenar energia térmica por unidade de volume. Enquanto isso a condutividade térmica é uma propriedade de transporte.

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$$

Equação 4.20

A condutividade térmica é menor para os fluidos do que para os sólidos. Isto porque o espaço intermolecular é maior e o encontro entre partículas é menos intenso.

As condições moleculares associadas ao estado líquido são difíceis de serem entendidas e os mecanismos físicos envolvidos na condutividade não são bem explicados. No caso dos gases, o efeito da temperatura, da pressão e das espécies presentes pode ser explicado pela teoria cinética dos gases. Desta mesma sabe-se que a condutividade é diretamente proporcional à densidade, à velocidade molecular média e ao livre percurso médio, que é a distância média percorrida por uma molécula antes de uma colisão, conforme mostra a Equação 4.21 (Incropera, et al. 2008).

$$k = \frac{1}{3} c_v \cdot \rho \cdot v_m \cdot \lambda_{lpm}$$

Equação 4.21

Sendo:

$c_v$  = Calor específico a volume constante (J/Kg.K);

$\lambda_{lpm}$  = Caminho médio percorrido pelo fluido antes de uma colisão.

O tipo de escoamento analisado neste trabalho, laminar com fluido não Newtoniano, é muito comum na indústria alimentícia. Em diversas indústrias deste tipo são utilizados trocadores de calor com fluxo desta maneira e com isso há varias medidas empíricas para cálculo de difusividade térmica em alimentos.

Existem alguns modelos distintos como a correlação empírica desenvolvida por Choi e Okos(1986) para determinar a difusividade de alimentos, mostrada na



Equação 4.22, em que o valor de  $\alpha$  é calculado a partir das frações volumétricas dos componentes (gordura, carboidrato, proteína, água) (Matuda 2008):

$$\alpha = \sum \alpha_i x_i^V, \quad i = \text{componente}$$

Equação 4.22

Sendo:

$\alpha_i$  = Difusividade térmica do componente i (m<sup>2</sup>/s);

$x_i^V$  = Fração Volumétrica do componente i.

Martens (1980) verificou que a temperatura e o conteúdo de água são os fatores que mais influenciam a difusividade térmica de um alimento. A partir disto foi obtido outro modelo com todas as variáveis no SI (Sistema Internacional de Unidades), visto na Equação 4.23 (Queiroz 2001):

$$\alpha = [0,057363x_{\text{água}} + 0,000288 \cdot (T)].10^{-6}$$

Equação 4.23

Sendo:

$x_{\text{água}}$  = Conteúdo de água (base úmida) (%);

T = Temperatura (K).

Outro modelo para o cálculo da difusividade é o desenvolvido por Riedel (1969) e Tavman (1997). Com este modelo (Equação 4.24) é possível determinar a difusividade aparente de um alimento ( $\alpha_{\text{aparente}}$ ), tendo apenas como referência o valor da difusividade da água e a sua fração no alimento:

$$\alpha_{\text{aparente}} = 0,088 \cdot 10^{-6} + (\alpha_{\text{água}} - 0,088 \cdot 10^{-6}) \cdot x_{\text{água}}$$

Equação 4.24

Há várias maneiras de se estimar a difusividade térmica experimentalmente ou através de outras maneiras como apresentadas na Equação 4.22, Equação 4.23 e Equação 4.24.

Fazendo a avaliação experimental da difusividade térmica, com substâncias cuja difusividade térmica teórica seja conhecida, poderá ocorrer diferenças quanto aos resultados obtidos e o valor teórico esperado, pois o valor que será obtido é a difusividade térmica efetiva.

A difusividade térmica efetiva no escoamento em tubos vai ser maior do que a teórica. Isto se deve à presença de rugosidade nos tubos, curvaturas, ondulações que fazem com que o fluido em escoamento se misture mais, criando uma pequena turbulência, de certa forma. Consequentemente a quantidade de calor conduzido aumenta com relação à quantidade armazenada no fluido, fazendo com que a difusividade efetiva seja maior e, portanto, fazendo também com que o fluido responda mais rapidamente a uma mudança de temperatura.

#### 4.4 Junção dos fatores

Como resultado final é feita a junção dos três fatores analisados. Considera-se que o fluido não seja Newtoniano, além disso, inclui-se a análise para a condução axial, que no laminar ideal é desconsiderada e por último faz-se a análise para a difusividade térmica efetiva. Chega-se então à equação representativa da distribuição de temperatura.

A Equação 4.25 é importante também na análise realizada, já que determina os valores de temperaturas médias em função do comprimento axial do tubo considerado (Incropera, et al. 2008).

$$T_m(z_1) = \frac{2}{v_m(z_1) \cdot R^2} \int_0^R v(r, z_1) \cdot T(r, z_1) \cdot r \, dr$$

Equação 4.25

## 5 Simulações matemáticas

Para a resolução das equações obtidas foi utilizado o software gPROMS. O programa gProms (**g**eneral **PRO**cess **M**odelling **S**ystem) é usado para simulação, otimização e estimação de parâmetros, tanto para estado estacionário ou sistemas dinâmicos de processos com alta complexidade (Process System Enterprise Ltd. 2004).

Nestas simulações foram utilizados dois métodos numéricos, disponíveis no gPROMS, para resolução dos problemas. Quando tratamos de equações diferenciais de primeira ordem utilizamos o BFDM, que significa Backward Finite Differences Method. Neste método numérico tem-se como fórmula geral para um conjunto de pontos  $y_i$  a Equação 5.1 (Constantinides e Mostoufi 1999):

$$\nabla^p y_i = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{n!}{(p-m)! m!} y_{i-m}$$

Equação 5.1

em que  $p$  representa a ordem da Backward Finite Difference.

Neste caso, considerando-se uma derivada de primeira ordem, resolvendo através do BFDM também de primeira ordem, chegaríamos à Equação 5.2 (Constantinides e Mostoufi 1999)

$$\frac{dy_i}{dx} = \frac{1}{h} (y_i - y_{i-1}) + O(h)$$

Equação 5.2

Sendo:

$$h = \Delta x$$

Sendo que o termo  $O(h)$  representa o erro de truncamento do método. Este erro sempre vai ser da forma  $O(h^p)$  sendo  $p$  a ordem da BFDM. Portanto nos casos em que  $h < 1,0$ , como nas simulações realizadas, o erro se torna pequeno quanto maior a ordem da diferenciação.

Nos casos em que se têm equações diferenciais de segunda ordem utiliza-se o CFDM, que significa Central Finite Differences Method. Neste método numérico tem-se como fórmula geral para um conjunto de pontos  $y_i$  a Equação 5.3 (Constantinides e Mostoufi 1999):

$$\delta^p y_i = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{n!}{(p-m)! m!} y_{i-m+p/2}$$

Equação 5.3

em que  $p$  representa a ordem da Central Finite Difference.

Neste caso, considerando-se uma derivada de segunda ordem, resolvendo através do CFDM de primeira ordem, chegaríamos à Equação 5.4 (Constantinides e Mostoufi 1999).

$$\frac{d^2 y_i}{dx^2} = \frac{1}{h^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) + O(h^2)$$

Equação 5.4

Sendo que o termo  $O(h^2)$  representa o erro de truncamento do método. Este erro sempre vai ser da forma  $O(h^{2p})$  sendo  $p$  a ordem da CFDM. Portanto nos casos em que  $h < 1,0$ , como nas simulações realizadas, o erro se torna pequeno quanto maior a ordem da diferenciação. Este método é mais eficiente do que o BFDM, porém não é possível de ser utilizado no programa em diferenciações de primeira ordem (Constantinides e Mostoufi 1999)

## 5.1 Simulações Adimensionais

Primeiramente foram realizadas simulações com as equações adimensionais para ter-se uma visão geral da transferência de calor. Desta forma pode-se avaliar a variação da troca de calor conforme varia-se o valor do número de Péclet que pode

ser variado de duas formas distintas, ou através da mudança do fluido em processo ( $\alpha$ ), ou através de mudanças em variáveis do processo ( $v_0$ , L ou R).

### 5.1.1 Escoamento laminar ideal (Fluido Newtoniano)

A programação em gPROMS para simulação adimensional se torna mais simples, tendo em visto que há uma redução no número de parâmetros a serem especificados. Como mostrado a seguir, há dois parâmetros na simulação, o número de Péclet e a relação entre o comprimento e o raio (R/L).

```

PARAMETER
Pe AS REAL #Número de Peclet
D AS REAL #Relação R/L
Distribution_domain
radial as [0:1]
axial as [0:1]
Variable
Teta as distribution (radial, axial) of Teta
Tetamedio as distribution (axial) of Tetamedio
Boundary #Condições de borda
for Y:=0 to 1 do # T em z= 0m é constante e igual a inicial
Teta(Y,0) = 1;
END
for Z:= 0|+ to 1 do # Temperatura da parede constante
Teta(1, Z) = 0;
END
for Z:= 0|+ to 1 do #Derivada de T em relação ao raio no centro é igual a zero
partial(Teta(0,Z),radial)= 0;
END
EQUATION
for Z:=0|+ to 1 do
for Y:=0|+ to 1|- do
2*(1-Y^2)*(partial(Teta(Y,Z),axial))
=(((1/Pe)*(1/D)^2)*((1/Y)*(partial(Y*(partial(Teta(Y,Z),radial)),radial))); #Balanço de
energia para escoamento laminar ideal

```

```

END
END
for Z:=0 to 1 do
Tetamedio(Z) = integral(Y:= 0:1; 4*(1-Y^2)*Teta(Y,Z)*Y);
END

```

Acima é apresentada a seção modelos (Models) utilizada no programa. Nela é descrita o problema a ser solucionado. Primeiro são apresentados os parâmetros da equação e qual o tipo deste parâmetro. Depois se mostra os domínios utilizados no problema. Colocam-se então as variáveis do problema, que neste caso foram apenas a temperatura adimensional (Teta) e a temperatura adimensional média em função do eixo axial adimensional e então se apresentam as condições de contorno e a equação que descreve o modelo.

No programa é montada também a seção processos (Process). Nesta seção são descritos as condições particulares para o modelo descrito.

```

UNIT
simul as Fluxo
SET
within simul do
Pe := 200;
D := 0.02;
radial := [CFDM,2,50];
axial := [BFDM,1,150];
END
INITIAL
STEADY_STATE
SOLUTIONPARAMETERS
gEXCELOutput := "LaminarIdealAdimensional";

```

Esta seção é iniciada com a apresentação do modelo utilizado. Depois são determinados os valores dos parâmetros do modelo e o tipo de diferenciação utilizada para os domínios em questão. Neste exemplo é determinado um modelo em estado estacionário.

Variando-se então o número de Péclet, considerando três valores,  $Pe_1 = 200$ ;  $Pe_2 = 2000$  e  $Pe_3 = 20000$  foram feitas as simulações de forma a observar como se comporta a troca térmica.

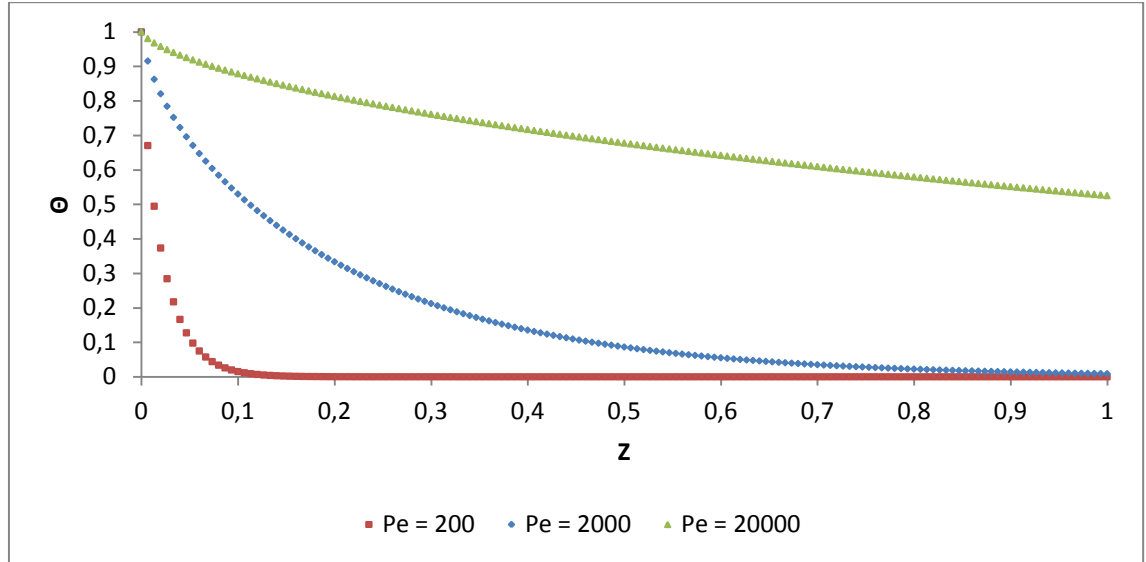


Figura 10 – Temperatura média de um fluido Newtoniano com variação do número de Péclet (Adimensional)

Como se pode observar na Figura 10, quanto menor o número de Péclet, mais rápida é a troca térmica e com isso a temperatura de parede ( $T_w$ ) é atingida anteriormente.

E para o caso em que  $Pe = 2000$  a Figura 11 mostra como fica a distribuição de temperatura no decorrer da tubulação.

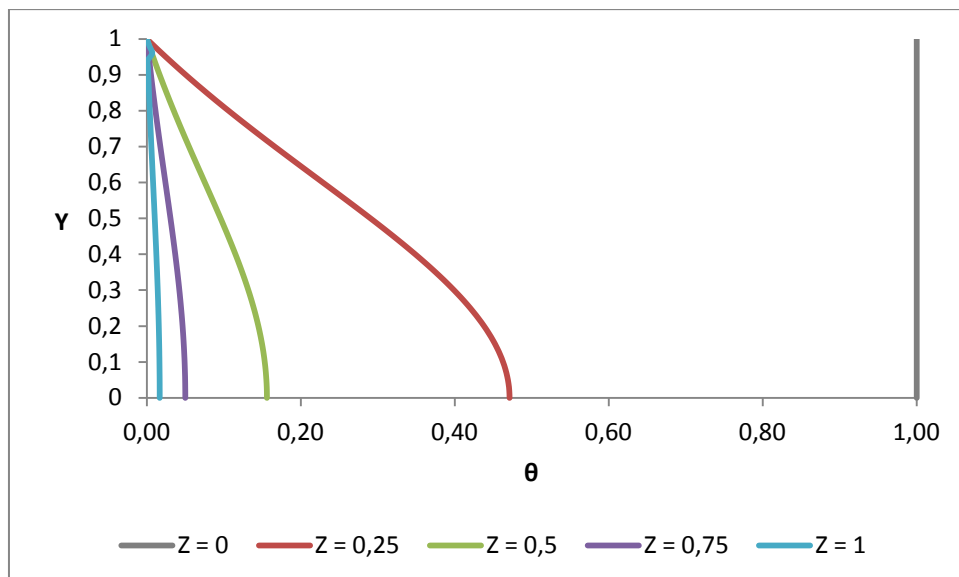


Figura 11 - Distribuição de temperatura adimensional para fluido Newtoniano com  $Pe = 2000$

### 5.1.2 Fluido não Newtoniano

A mesma análise feita na seção anterior foi feita com fluido não Newtoniano na Figura 12 e Figura 13. Neste caso foi considerado um fluido dilatante com  $n = 2,0$  e um fluido pseudoplástico com  $n = 0,5$  com  $R/L = 0,02$ .

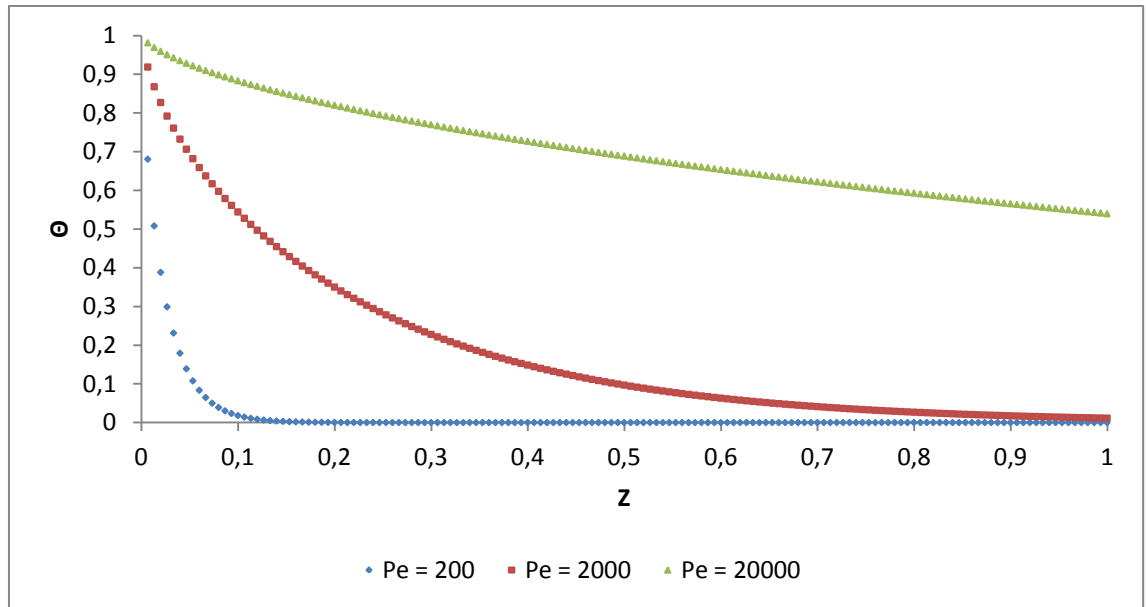


Figura 12 – Temperatura média de um Fluido não Newtoniano com variação do número de Péclet, para  $n = 2,0$  (Adimensional)

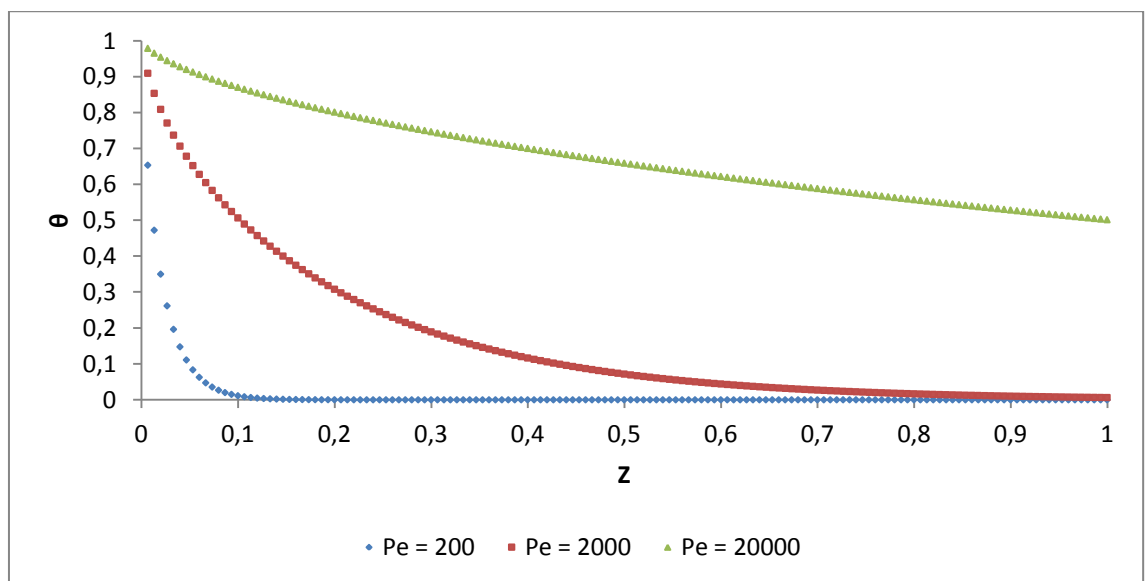


Figura 13– Temperatura média de um fluido não Newtoniano com variação do número de Péclet, para  $n = 0,5$  (Adimensional)



Como podemos ver na comparação da Figura 10, Figura 12 e da Figura 13, o perfil é bem semelhante, com pequeno deslocamento nas curvas devido ao comportamento reológico considerado no caso do fluido não Newtoniano. Na Tabela 1 pode-se ver o valor de  $\theta$  para alguns valores de  $Z$ , onde nota-se que apesar de pequena a diferença, a troca térmica para o fluido pseudoplástico é mais eficiente, pois o valor de  $\theta$  é menor, ou seja, o fluido está com temperatura mais próxima à temperatura de parede e o fluido Newtoniano tem transferência de calor mais eficiente do que o dilatante, logo quanto menor o  $n$ , melhor vai ser a troca térmica.

	Z = 0,00			Z = 0,25		
	n = 0,5	n = 1,0	n = 2,0	n = 0,5	n = 1,0	n = 2,0
Pe = 200	1,00	1,00	1,00	1,65E-05	3,37E-05	5,26E-05
Pe = 2000	1,00	1,00	1,00	0,24	0,26	0,28
Pe = 20000	1,00	1,00	1,00	0,77	0,78	0,79
	Z = 0,50			Z = 1,00		
	n = 0,5	n = 1,0	n = 2,0	n = 0,5	n = 1,0	n = 2,0
Pe = 200	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Pe = 2000	0,07	0,09	0,1	6,34E-03	9,11E-03	1,14E-02
Pe = 20000	0,66	0,68	0,69	0,5	0,53	0,54

Tabela 1 - Valores de  $\theta$  para um valor de  $Z$ , a depender do número de Péclet e do índice  $n$

Nota-se também uma grande semelhança na distribuição de temperaturas quando se compara a Figura 11 e a Figura 14.

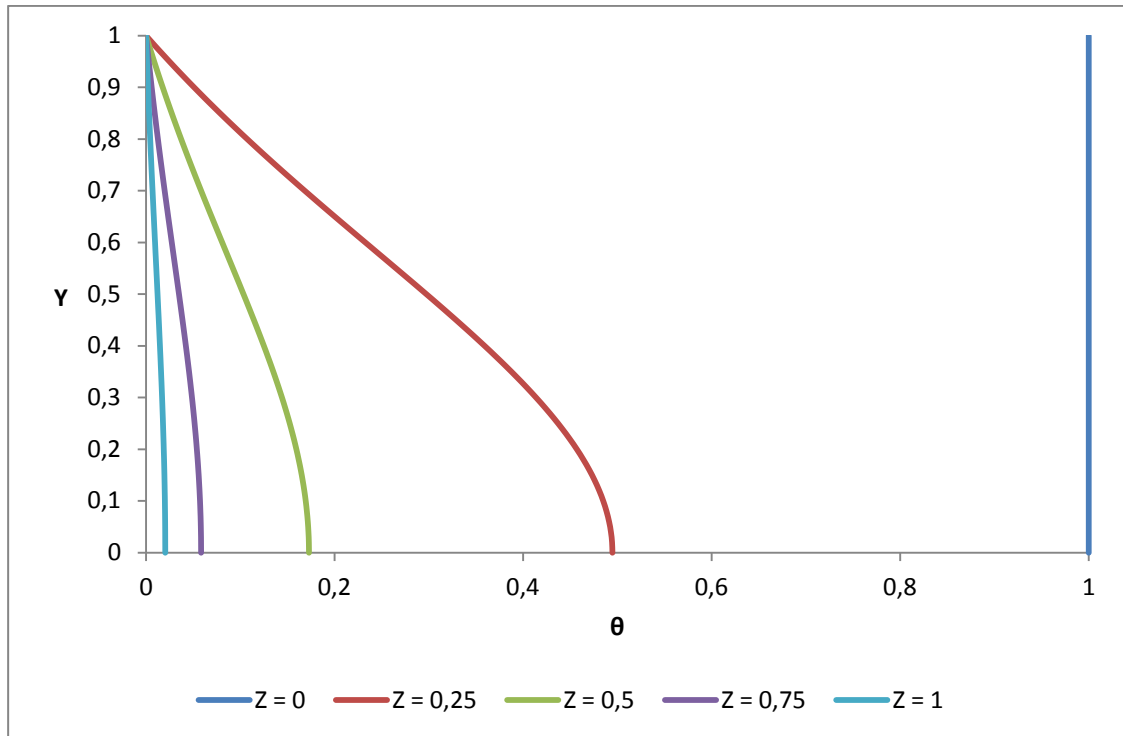


Figura 14 - Distribuição de temperatura adimensional para fluido não Newtoniano ( $n = 2,0$ ) com  $Pe = 2000$

### 5.1.3 Condução Axial

Foi feita uma simulação considerando a condução axial. Nesta simulação considera-se um fluido não Newtoniano pseudoplástico, com  $n = 0,5$ ,  $(R/L) = 0,02$ , conforme mostrado na Figura 15.

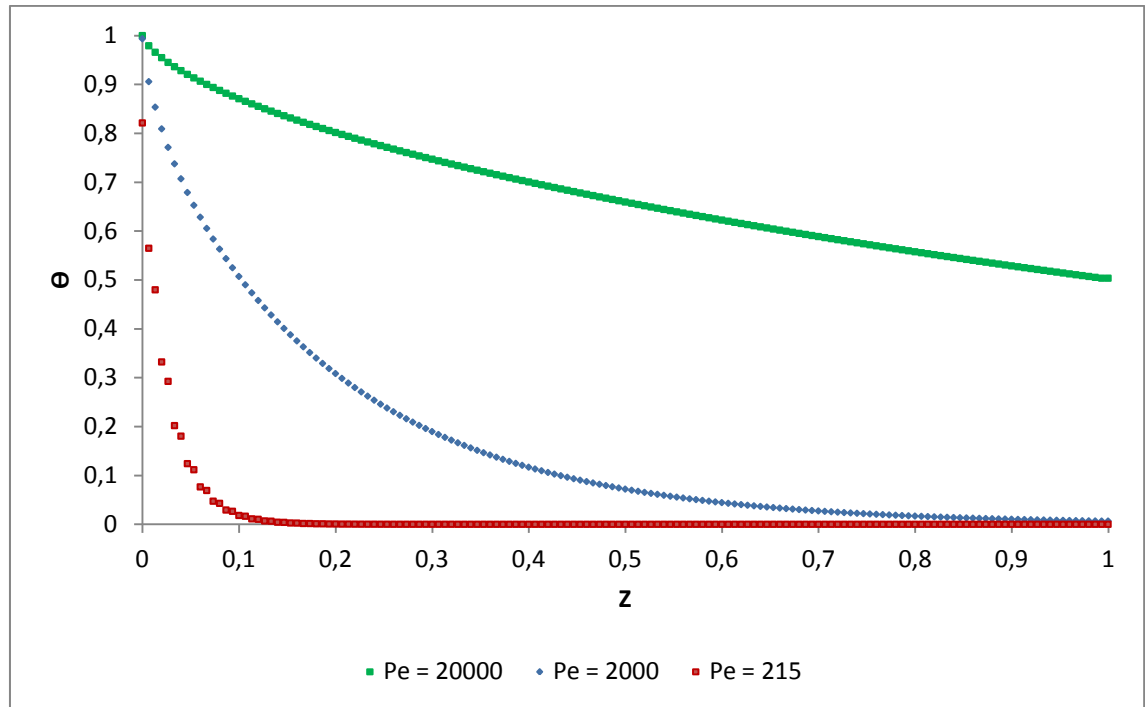


Figura 15 – Temperatura média de um fluido pseudoplástico com  $n = 0,5$  em escoamento com Condução Axial (Adimensional)

Novamente nota-se um perfil não muito diferente, contudo é notável que quando se considera a condução axial ocorrente no escoamento, a troca térmica é mais eficiente, principalmente quando  $Pe$  assume um baixo valor.

Na Figura 15 observa-se que o menor valor do número de Péclet utilizado foi de  $Pe = 215$ , diferente de simulações anteriores onde usava-se  $Pe = 200$ . Isto ocorreu, pois utilizando o valor de  $Pe = 200$  ocorreu erro numérico de convergência.

#### 5.1.4 Variando o tipo de escoamento

Esta simulação foi realizada considerando-se um mesmo número de Péclet ( $Pe = 2000$ ) e variando o tipo de escoamento. Foi primeiramente feita uma simulação com fluido Newtoniano, depois com Pseudoplástico, Dilatante, Newtoniano com condução axial e dilatante com condução axial. Todos os resultados foram colocados na Figura 16 e na Figura 17 e nota-se a diferença entre os tipos de escoamento.

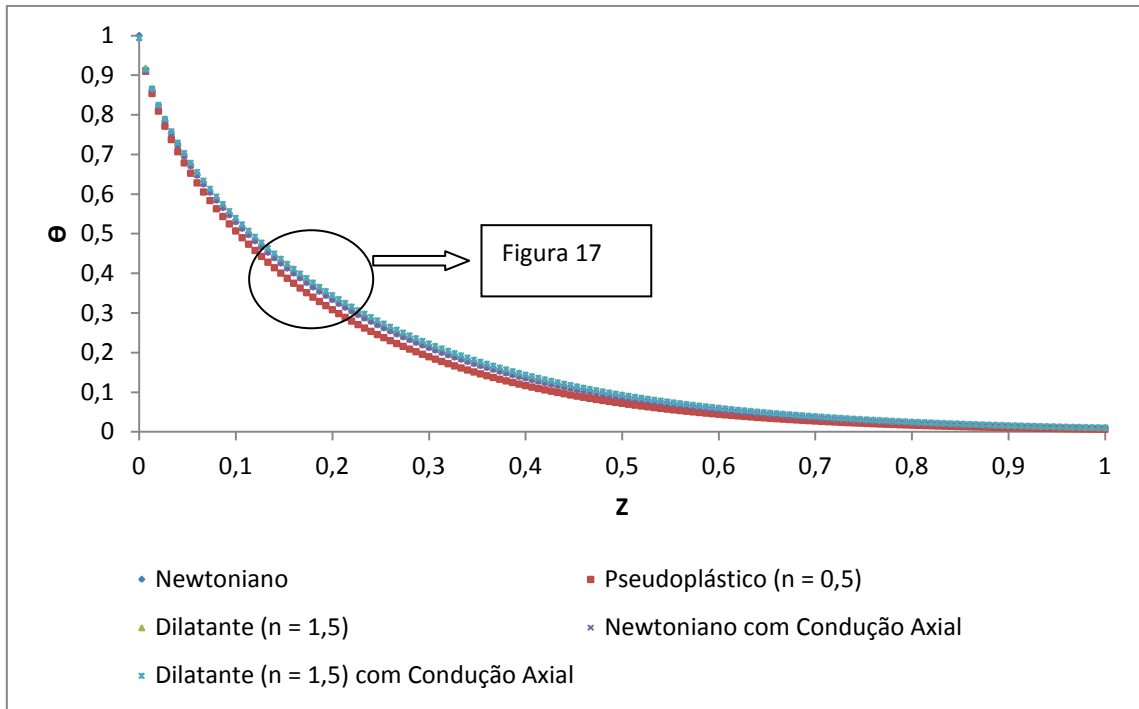


Figura 16 – Temperatura média de um fluido variando o tipo de Escoamento para  $Pe = 2000$  (Adimensional)

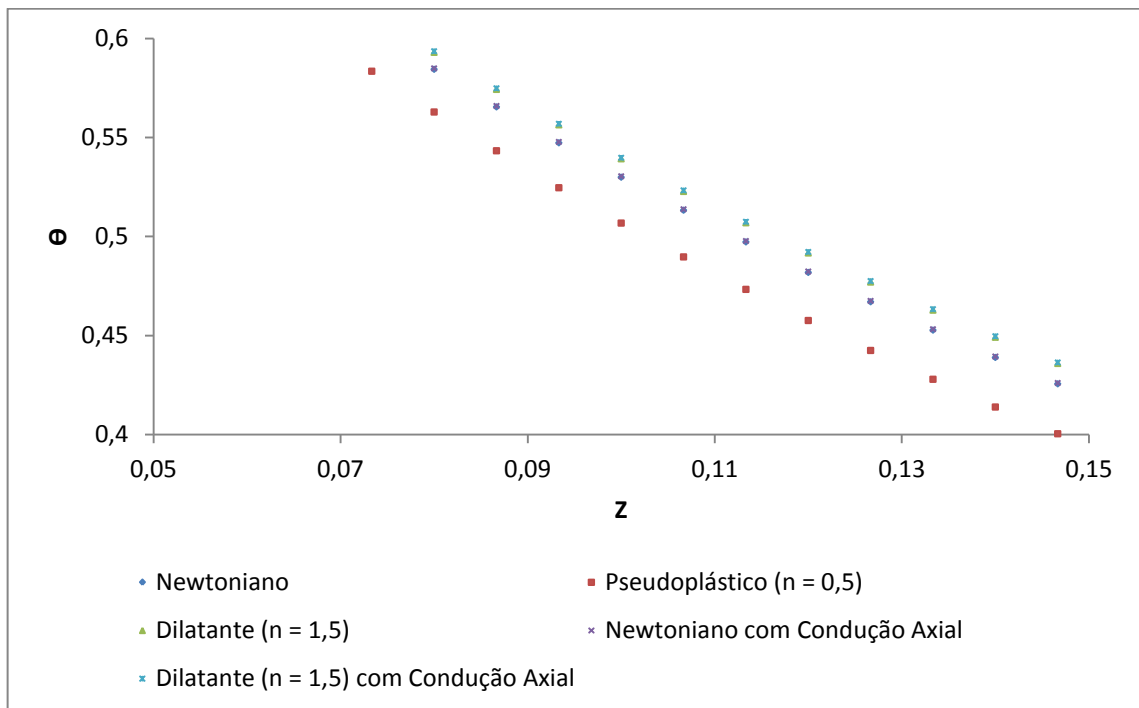


Figura 17 – Ampliação de parte da Figura 16

Como visto na Figura 16 e na Figura 17, apesar de perfis muito próximos, quando aplicamos uma ampliação de forma a ver mais de perto a diferença entre os perfis, verifica-se que em uma mesma posição axial o fluido pseudoplástico apresenta uma temperatura média mais próxima a da parede, enquanto que o fluido

dilatante apresenta uma temperatura média mais distante, devido a sua troca térmica ser menos eficiente. Também podemos observar que o fato de considerarmos ou não a condução axial não faz muita diferença, conforme mencionado no item 4.2, quando o número de Péclet é muito grande a condução axial pode ser desprezada.

## 5.2 Simulações para um caso específico

### 5.2.1 Escoamento laminar ideal (Fluido Newtoniano)

Foi feito um estudo do escoamento laminar ideal para um caso específico, com dados descritos abaixo.

Nos exemplos apresentados a seguir foram determinados alguns parâmetros para servir como exemplo. Utilizou-se:

$$v_m \text{ (Velocidade média)} = 0,05 \text{ m/s;}$$

$$\alpha = 0,000112 \text{ m}^2/\text{s;}$$

$$R = 0,1 \text{ m;}$$

$$T_w = 400 \text{ K;}$$

$$L = 5 \text{ m;}$$

$$T_{\text{entrada}} = 300 \text{ K;}$$

Foram utilizados estes valores por serem valores normais a esse tipo de processo e para que seja possível a percepção dos resultados pretendidos.

Com os resultados obtidos foi possível montar os gráficos da Figura 18 e da Figura 19 que representam a distribuição de temperatura.

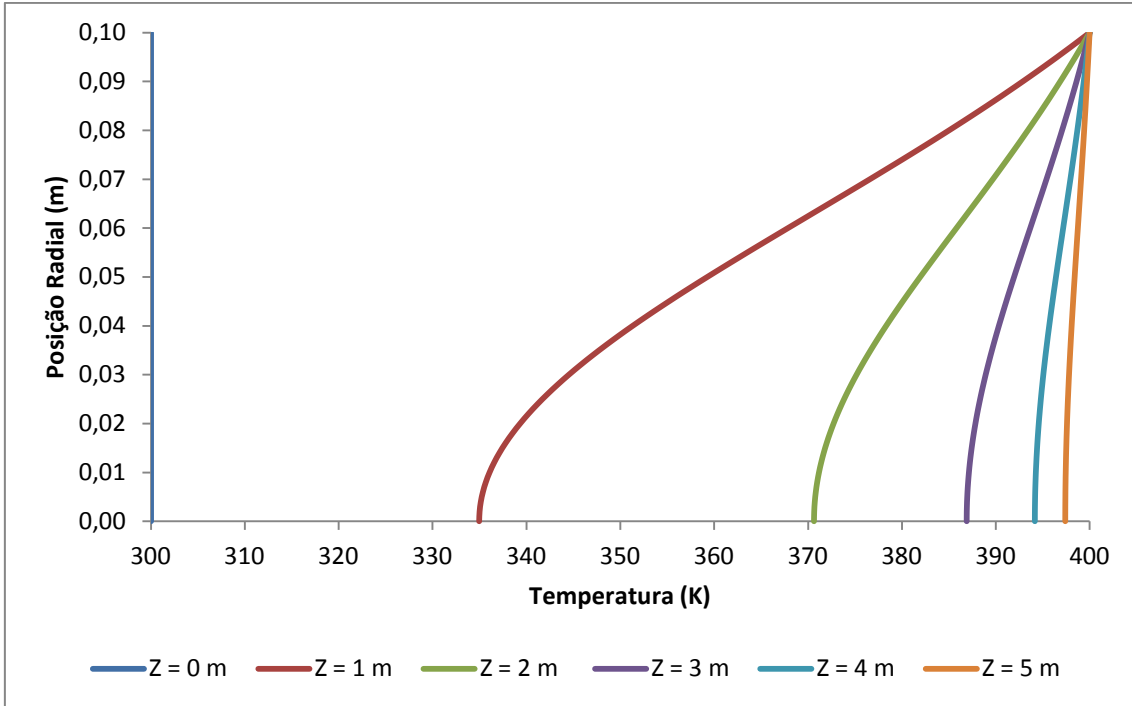


Figura 18 - Perfil laminar de temperatura de acordo com o gPROMS

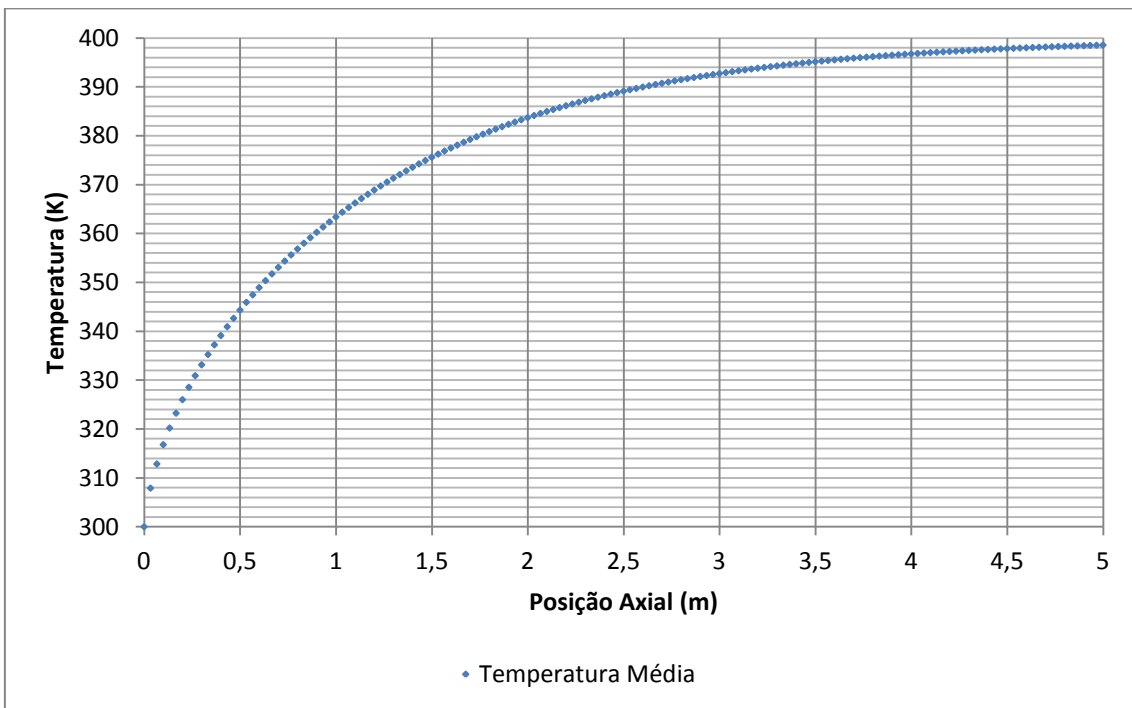


Figura 19 - Temperatura média do fluido em escoamento laminar de acordo com o gPROMS

É possível ver que com o fluido entrando a 300 K e com temperatura de parede 400 K, o fluido vai se aquecendo e tendendo a todo seu conteúdo aos 400 K ao final da tubulação, considerada de 5 metros neste exemplo.

## 5.2.2 Fluido não-Newtoniano

A seguinte análise feita foi para o caso de fluido não Newtoniano. A programação utilizada (ANEXO A – Linguagem de Programação utilizada) é quase a mesma, porém com a equação do modelo sendo a apresentada na seção Escoamento de fluido não Newtoniano.

Como citado na seção referente aos fluidos não Newtonianos, para o modelo reológico de Lei de Potência utilizado, o valor de “n” caracteriza se o fluido é dilatante ou pseudoplástico. Utilizando o gPROMS foram feitos cálculos para o caso em que há característica dilatante, com  $n > 1,0$  e com  $n < 1,0$ , sendo então o fluido pseudoplástico.

### 5.2.2.1 Fluido Pseudoplástico

Foram feitas três simulações distintas para fluidos pseudoplástico, modificando-se o valor da constante “n” que é o índice de comportamento do fluido. Os valores considerados foram de  $n = 0,25$ , correspondente a um fluido muito pseudoplástico,  $n = 0,5$  e  $n = 0,75$ , que está mais próximo a um fluido Newtoniano.

Primeiro são apresentados na ordem respectivamente a Figura 20, Figura 21 e a Figura 22 que relacionam a temperatura do fluido com a sua posição.

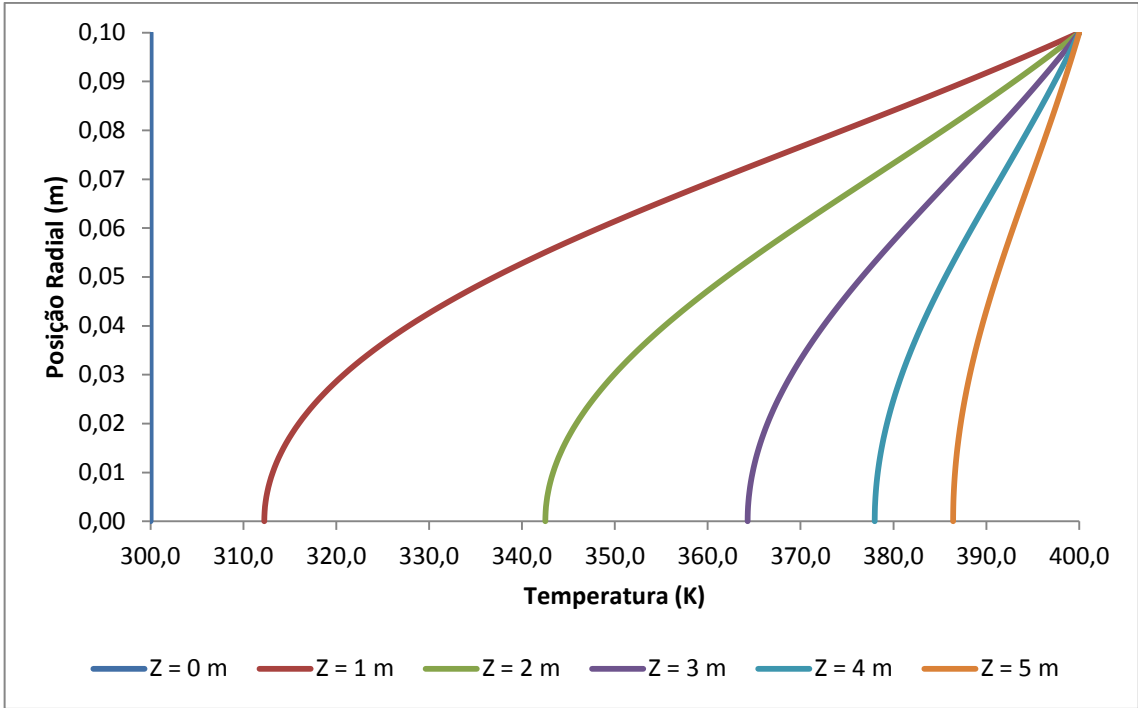


Figura 20 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com  $n = 0,25$

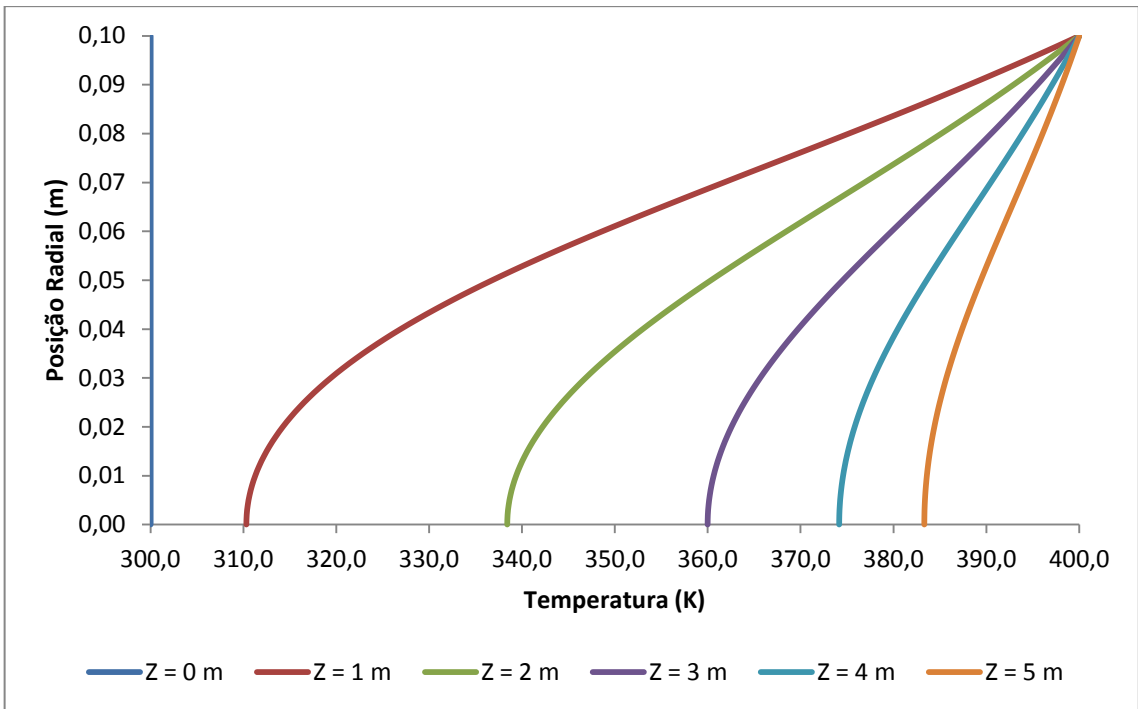


Figura 21 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com  $n = 0,5$



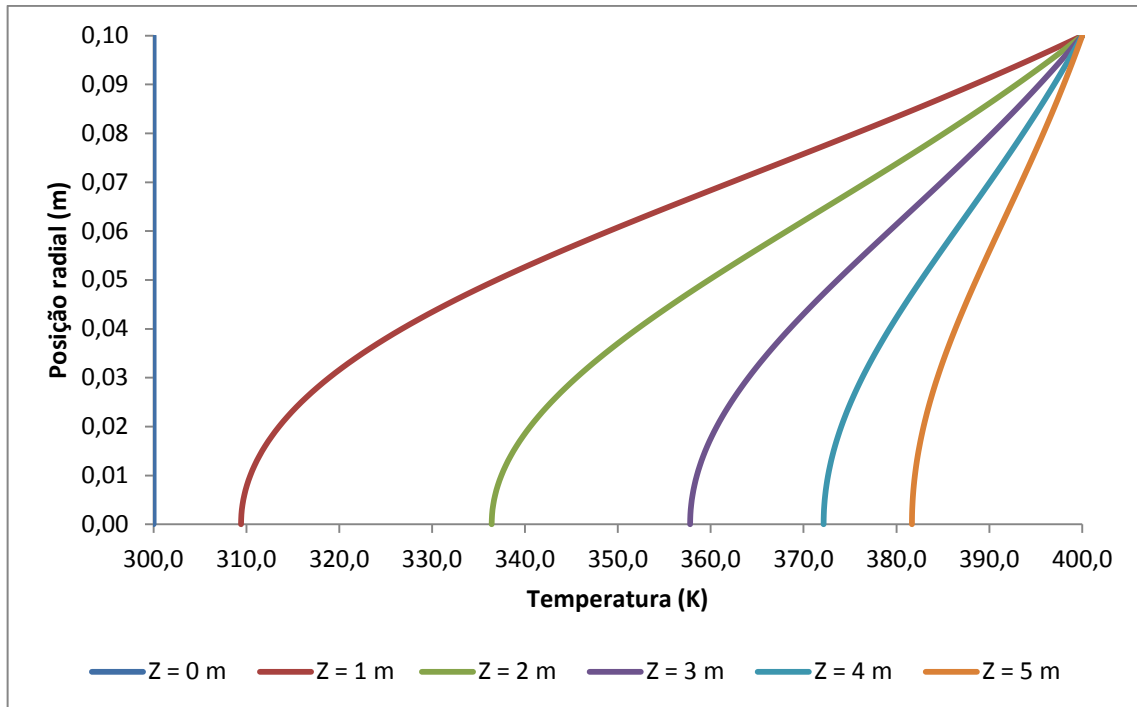


Figura 22 – Perfil laminar de temperatura para fluido pseudoplástico com  $n = 0,75$

Como se pode ver os perfis de temperatura são relativamente parecidos. Contudo, notamos que conforme o fluido é mais pseudoplástico, ou seja, menor o valor de  $n$ , a troca de calor é mais eficiente, conseqüentemente para todos os valores de  $Z$ , maior o valor da temperatura quanto menor o  $n$ . Como exemplo se pode citar a posição  $Z = 3$  m, em que, na posição radial  $R = 0$  m, temos os seguintes valores de temperatura a depender do comportamento reológico na Tabela 2:

Z (m)	R (m)	n	T (K)
3	0	0,25	364,31
3	0	0,50	359,97
3	0	0,75	357,77

Tabela 2 – Temperatura do fluido na posição  $Z = 3,0$  m,  $R = 0,0$  m com variação de  $n$  (comportamento reológico)

Em seguida são apresentados na Figura 23 os gráficos que mostram a temperatura média do fluido no decorrer da tubulação, em função da posição axial.

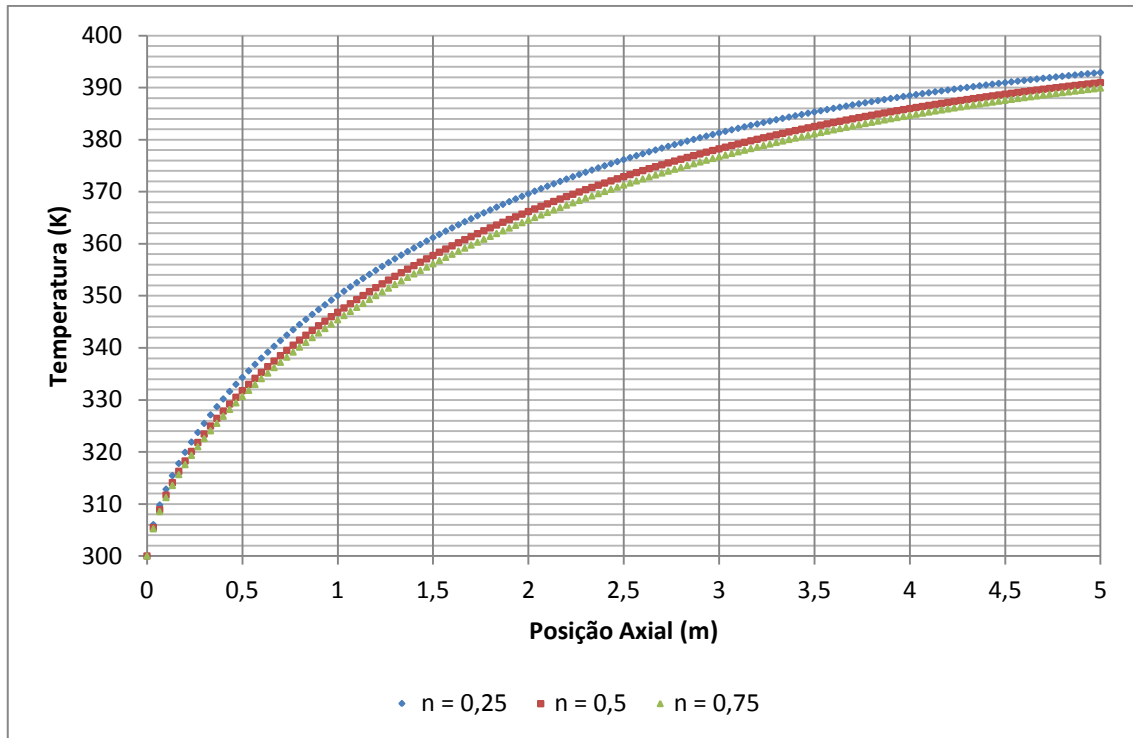


Figura 23 - Temperatura média do fluido com  $n = 0,25$  /  $n = 0,5$  /  $n = 0,75$

A mesma observação feita anteriormente pode ser observada aqui, quanto mais pseudoplástico o fluido é, mais eficiente é a troca de calor. É possível notar quando olhamos o valor da temperatura média no decorrer da tubulação e este valor é maior para os fluidos com menor  $n$ , ponto a ponto.

### 5.2.2.2 Fluido Dilatante

Também foram feitas três simulações distintas para fluidos dilatantes, modificando-se também o valor da constante “ $n$ ” que é o índice de comportamento do fluido. Os valores considerados desta vez foram de  $n = 1,25$ , correspondente a um fluido mais próximo ao Newtoniano,  $n = 1,5$  e  $n = 1,75$ , que seria um fluido muito dilatante.

Primeiro são apresentados na Figura 24, Figura 25 e Figura 26 os gráficos que relacionam a temperatura do fluido com a sua posição.

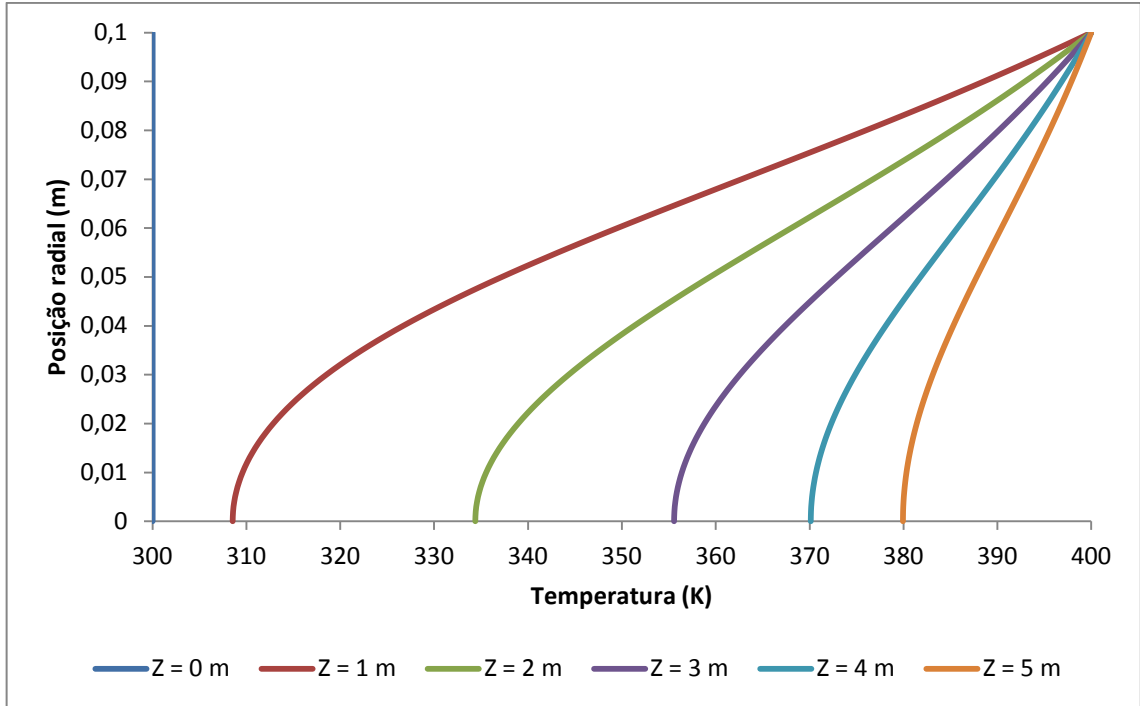


Figura 24 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com  $n = 1,25$

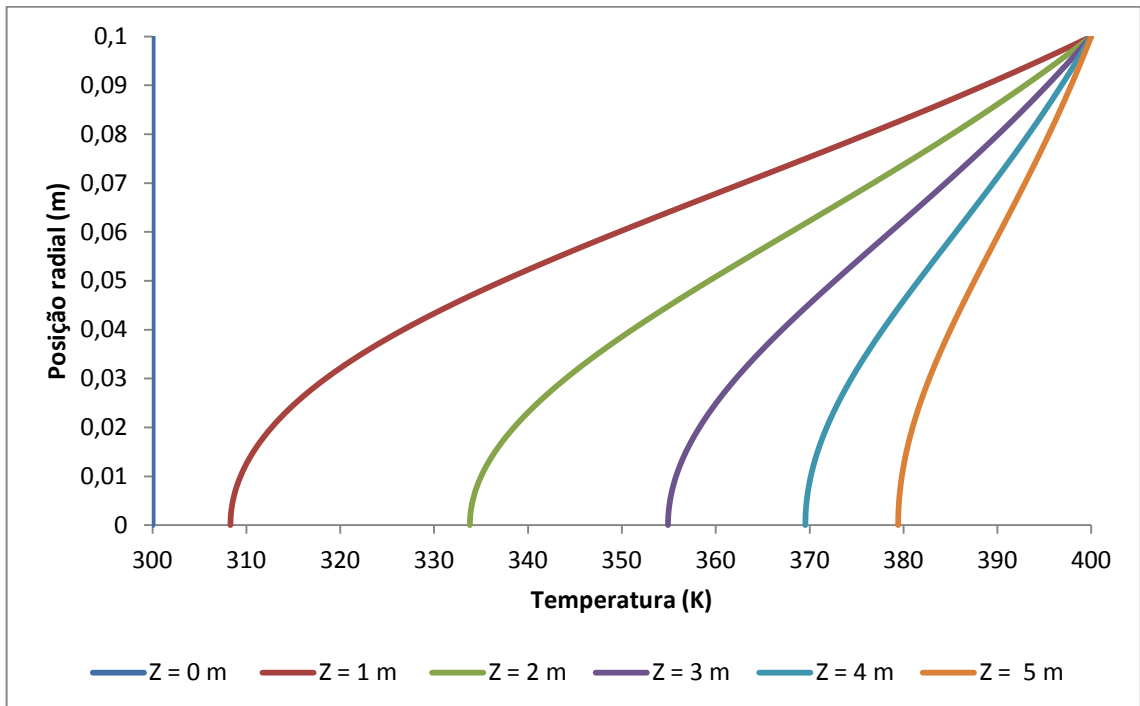


Figura 25 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com  $n = 1,50$

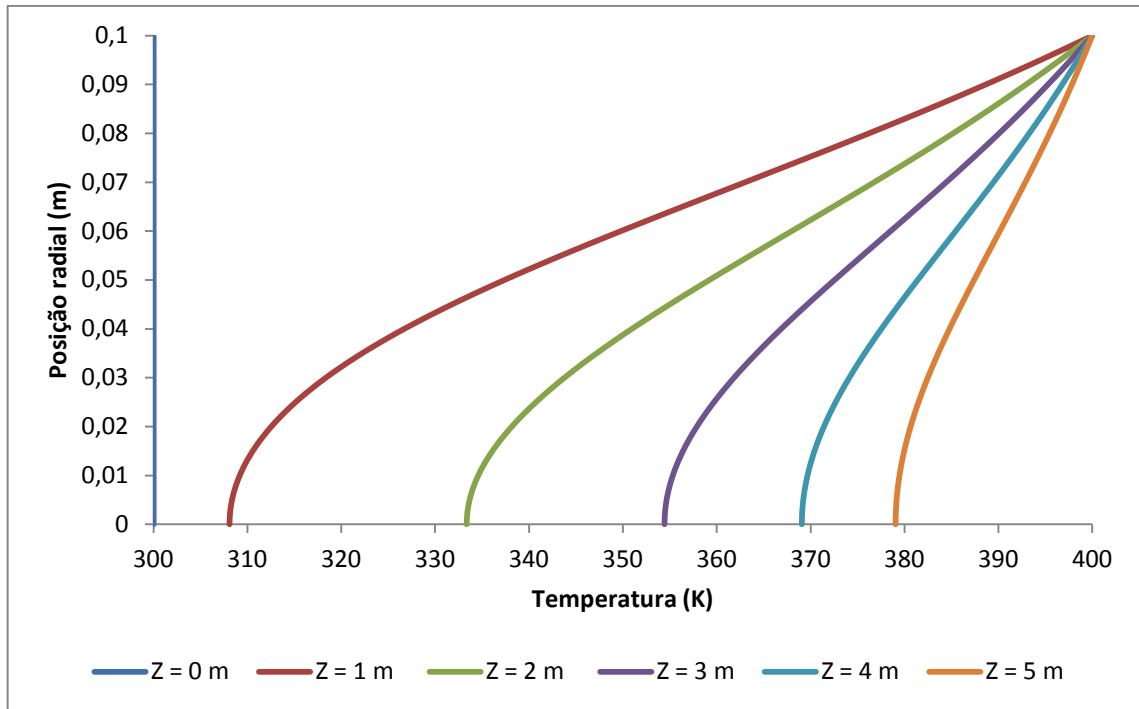


Figura 26 – Perfil laminar de temperatura de um fluido dilatante com  $n = 1,75$

Neste caso é possível reparar que os perfis são muito parecidos, notando-se pequenas diferenças com a variação do índice de comportamento. Em seguida são apresentadas a Figura 27 e Figura 28 com os gráficos que mostram a temperatura média do fluido no decorrer da tubulação, em função da posição axial e com ampliação mais detalhada para melhor observação.

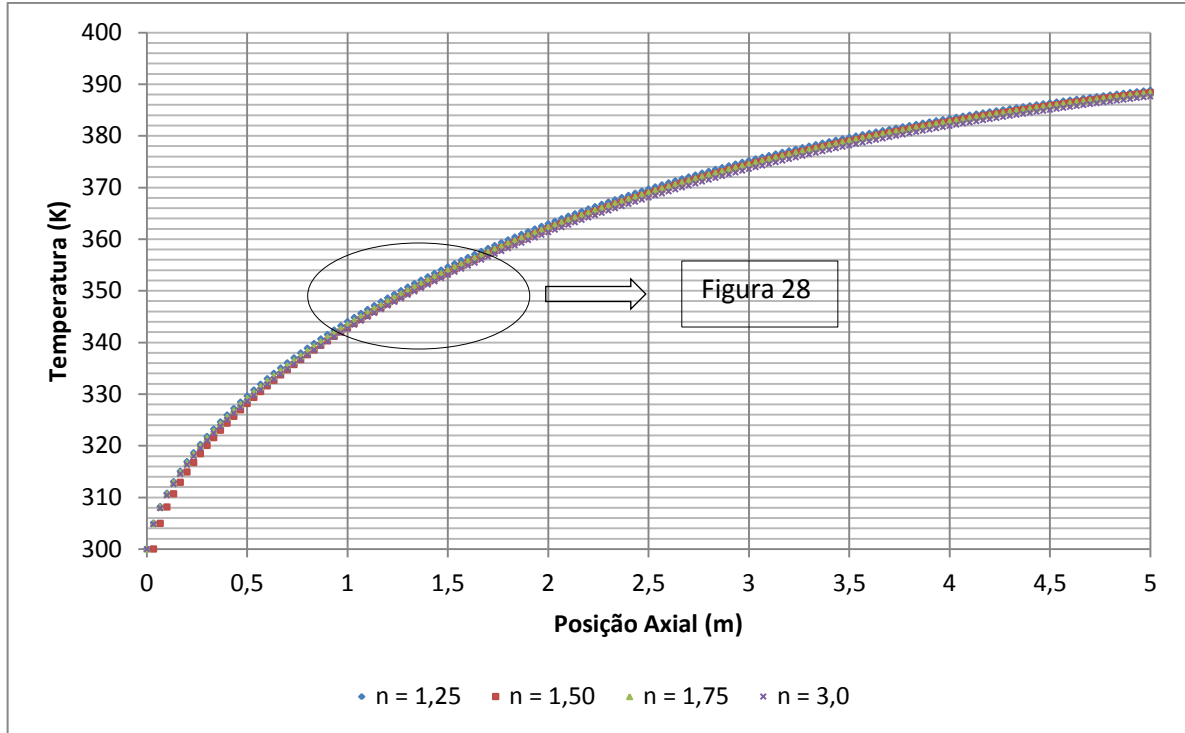


Figura 27 - Temperatura Média para fluido com  $n = 1,25 / n = 1,50 / n = 1,75 / n = 3,00$

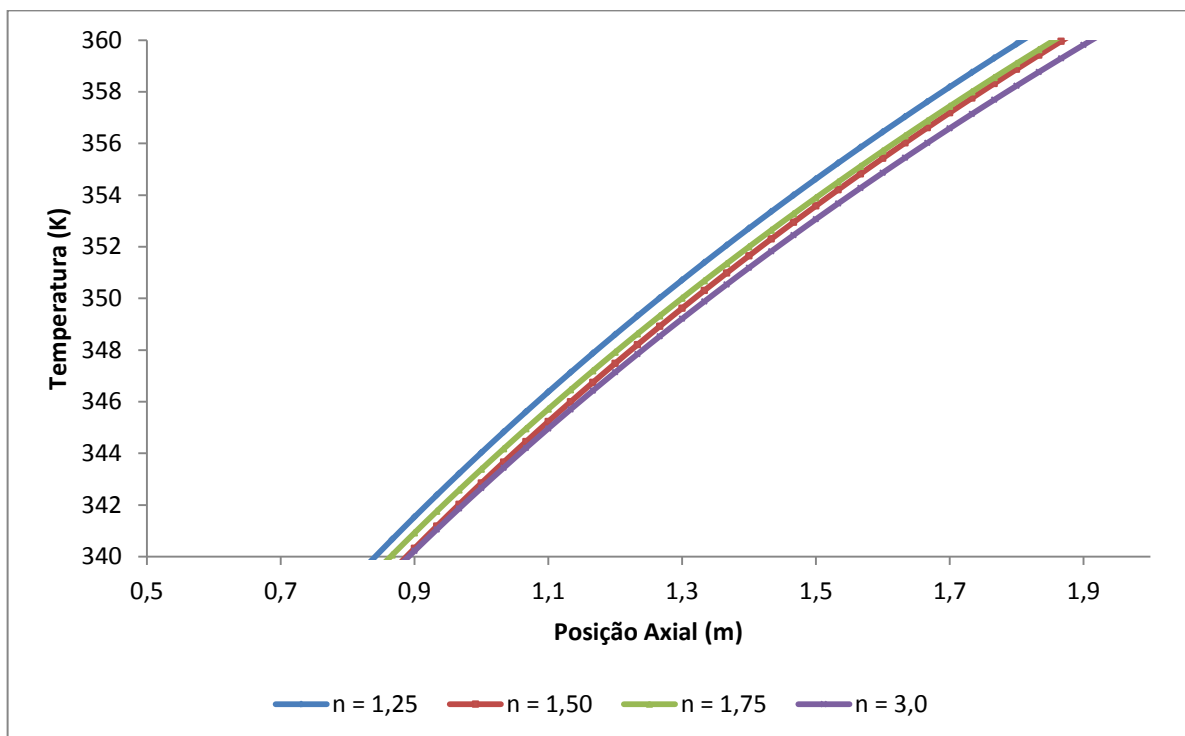


Figura 28 - Ampliação de parte da Figura 27

É possível notar na análise destes perfis a diferença entre os tipos de escoamento. O perfil do fluido dilatante demora mais para atingir a temperatura de

parede no centro, a transferência de calor não é tão eficiente. Para os fluidos pseudoplásticos, a transferência é melhor do que no dilatante.

### 5.2.3 Condução Axial

Foi feita também a análise para escoamento em que a condução axial se fazia presente.

Na programação do gPROMS a única diferença devido a inserção da condução axial é a introdução das duas condições de bordas de Danckwerts, presente no ANEXO A – Linguagem de Programação utilizada.

Como se pode ver na equação do modelo, essa programação pode ser utilizada tanto para fluido Newtoniano, como para não Newtoniano, variando-se apenas o valor de  $n$ . No resultado apresentado neste trabalho, na Figura 29 e na Figura 30, mostra-se apenas para o caso de fluido Newtoniano, em que  $n = 1,0$ .

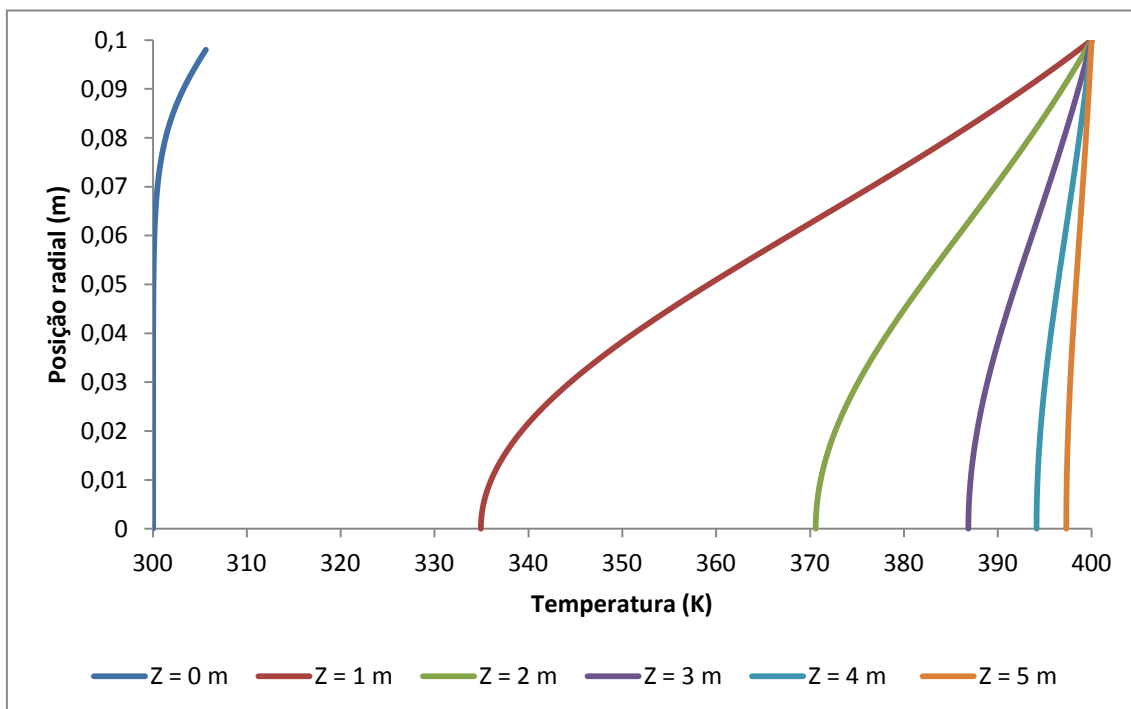


Figura 29 – Perfil laminar de temperatura para escoamento com Condução Axial de um fluido Newtoniano

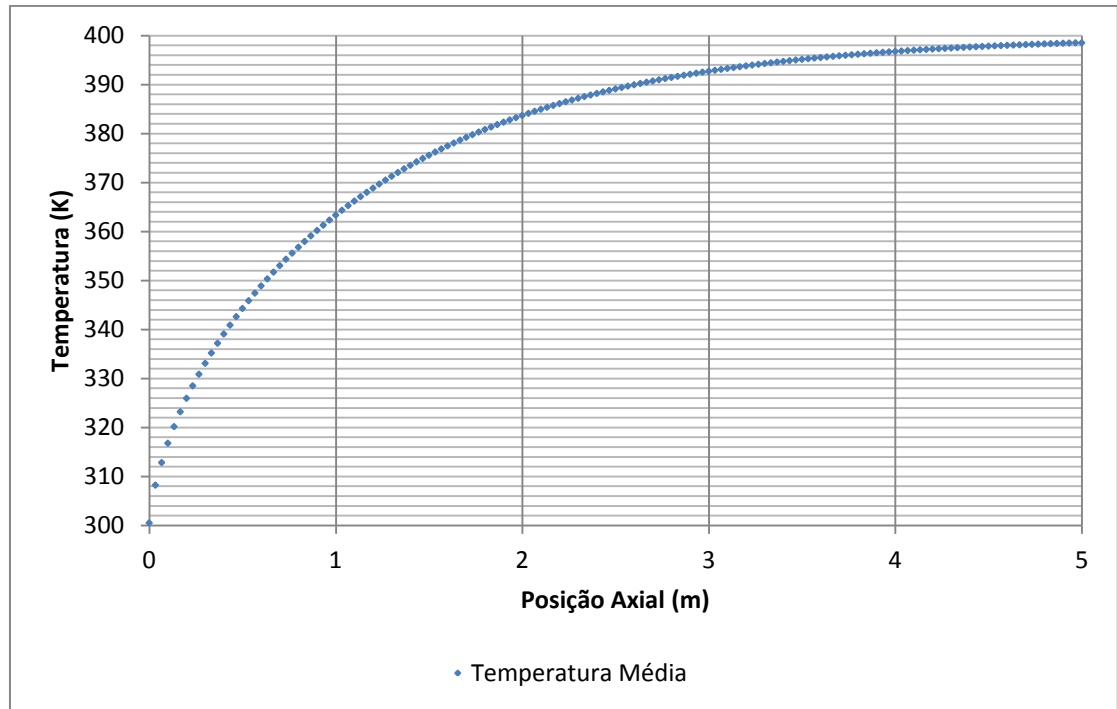


Figura 30 - Temperatura média de um fluido Newtoniano em escoamento com Condução Axial

Nesses gráficos, como principal destaque, temos a Figura 29 – Perfil laminar de temperatura para escoamento com Condução Axial, onde em  $Z = 0$  m com posição radial próxima a superfície da tubulação, o fluido já começa a se aquecer, apresentando uma pequena curvatura no gráfico. Fato este que não ocorria, tendo em vista que o fluido entrava a temperatura inicial ( $= 300$  K) e só depois começava a se aquecer. Agora, com efeito da condução axial, o líquido vindo à mesma temperatura inicial, já chega levemente aquecido na entrada do tubo.

Isto porque próximo à parede do tubo, a velocidade de escoamento é mais baixa, logo o mecanismo de condução axial prevalece sobre a advecção, sendo que, distante da parede a velocidade de escoamento se torna mais alta e novamente a advecção se torna predominante sobre a condução axial.

## 6 Experimentos

### 6.1 Materiais e métodos

#### 6.1.1 Experimento A

Neste trabalho também foram realizados experimentos para que, a partir da análise térmica deste experimento, fosse feita uma validação da modelagem obtida.

Foi utilizado um banho termostático (Quimis, modelo D2), conforme mostra a Figura 31, onde foi colocado o um tubo de aço inox helicoidal de um pausterizador de escala laboratorial (Armfield, modelo FT-43), o qual foi utilizado fazendo a função de trocador de calor. Este foi colocado no banho agitado para que houvesse uma pequena variação na temperatura do banho e com isso a temperatura da parede do tubo variasse pouco a ponto de ser possível considerá-la constante e com isso o tubo foi considerado como um tubo de um trocador de calor com temperatura de parede constante.



Figura 31 - Banho termostático utilizado

Neste banho termostático foi adicionada água gelada, para que houvesse uma grande diferença de temperatura entre a parede do tubo e a água circulante internamente nele. Conforme mostra a Figura 32 foi utilizado gelo para diminuir a temperatura e, além disso, como se pode ver na Figura 33, foi utilizado um agitador adicional (Fisaton, modelo 715), junto ao já existente no banho termostático, para que a água ficasse a uma temperatura quase homogênea durante todo o processo.





Figura 32 - Gelo utilizado para manter baixa a temperatura do banho termostático

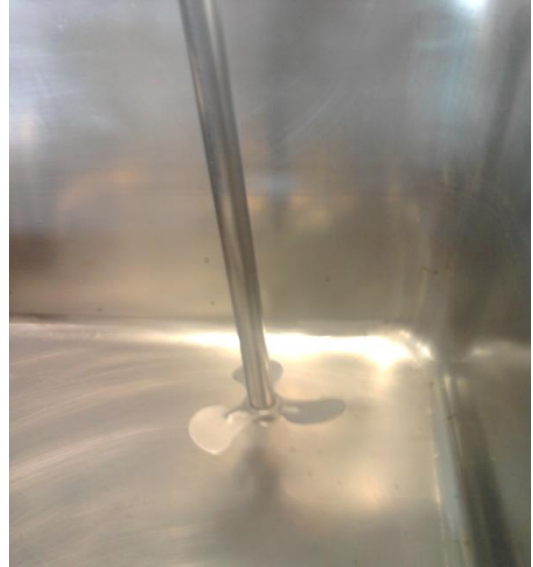


Figura 33 - Agitador extra para manter a temperatura da água dentro do banho homogênea

A água utilizada dentro do tubo estava armazenada, conforme a Figura 34 e a Figura 35, no pasteurizador (Armfield, modelo FT 43), onde era aquecida até uma temperatura escolhida, chegando a valores em torno de 60 °C, e sua circulação foi feita por bomba centrífuga, presente no pasteurizador.



Figura 34 - Água quente armazenada no pausterizador



Figura 35 - Controle de temperatura da água armazenada dentro do pausterizador

A vazão com que a água circulava no circuito montando, passando pelo trocador, era determinado e medido através de um rotâmetro, mostrado na Figura 36. Essa vazão foi variada de forma a se obter alguns pontos em fluxo laminar e não laminar, conforme é mostrado na seção 6.2.1 Experimento A (pág.49).



Figura 36 - Rotâmetro utilizado para a determinação das vazões utilizadas

Utilizaram-se termopares de junta exposta (IOPE), ligados a um sistema de aquisição de dados CompactDAQ (National Instruments) para tomar os valores de três temperaturas durante o processo. Um termopar (Termopar 1) foi colocado um pouco antes da entrada do trocador de calor, ainda fora do banho termostático, para que fosse tomada a temperatura de entrada ( $T_0$ ) da água no trocador. Outro termopar (Termopar 2) foi colocado um pouco depois da saída do trocador de calor, para que fosse tomada a temperatura após o processo de troca térmica. E por último, utilizou-se outro termopar (Termopar 3) na parte externa da parede do tubo, sendo que este tinha uma parede metálica, de aço inox, e com espessura de apenas 0,34 cm. Logo a resistência térmica condutiva na parede foi desprezada, sendo este valor do Termopar 3 considerado como o da temperatura da parede interna do trocador.

Como citado anteriormente, tanto o Termopar 1 como o Termopar 2 foram colocados um pouco antes da entrada e um pouco depois da saída. Isto seria uma fonte de erro no experimento, tendo em vista que esta parte é considerada externa ao trocador de calor, porém o fluido interno ainda estaria trocando calor e conseqüentemente a análise posterior mostraria uma troca maior do que a real, ocorrida no trocador. De forma a minimizar este erro colocou-se uma camada de isolamento térmico em volta a tubulação anterior e posterior ao trocador, como visto na Figura 37 e na Figura 38.



Figura 37 - Camada de isolante térmico na tubulação anterior ao trocador de calor (Termopar 1)



Figura 38 - Camada de isolante térmico na tubulação posterior ao trocador de calor (Termopar 2)

O tubo utilizado no processo é o visto na Figura 39, na forma helicoidal. A forma deste tubo é bastante relevante, tendo em visto que devido às várias curvas consecutivas, a mistura interna ao trocador é maior, fazendo com que a troca térmica também seja maior do que a esperada para um tubo reto. Na Tabela 3 são apresentadas as dimensões do tubo helicoidal utilizado como trocador.



Figura 39 - Trocador de calor utilizado no experimento realizado

Dados do trocador			
Volume Interno (m <sup>3</sup> )	Diâmetro Interno (m)	Área Interna (m <sup>2</sup> )	Comprimento linear (m)
2,00E-04	9,30E-03	6,79E-05	2,94

Tabela 3 - Dados do trocador de calor utilizado no experimento

Após a montagem dos materiais utilizados, foram utilizadas sete vazões de água (0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0 L/min) e após um tempo adequado, para que o fluxo atingisse o regime permanente, iniciou-se a tomada de dados, onde os termopares detectavam as temperaturas a cada 1 segundo, que eram gravadas através do software LabView. Esses valores foram gravados por cerca de 30 segundos, de forma que o regime foi considerado permanente, sem grandes alterações nas temperaturas tomadas.

### 6.1.2 Experimento B

O segundo experimento, o qual é denominado de experimento B, foi realizado anteriormente e os dados obtidos foram retirados de suas fontes (Ferrão 2012) (Funcia 2012), para com esses dados se realizar a mesma análise quanto a difusividade térmica efetiva na troca de calor.



Figura 40 - Sistema de tratamento térmico contínuo



Neste experimento foi utilizado um sistema de tratamento térmico contínuo (Figura 40) composto basicamente por dois trocadores bitubulares – seções de aquecimento e resfriamento. Nas simulações realizadas para análise da difusividade térmica efetiva são utilizados os dados obtidos na seção do resfriamento.

Cada trocador é formado por módulos (grampos) de aço inox de 1,675 m de comprimento efetivo (Figura 41). A seção de resfriamento é formada por quatro destes grampos, totalizando 6,7 m. O tubo interno do trocador tem diâmetro externo de 0,0060 m e diâmetro interno de 0,0045 m. Uma bomba monofuso excêntrico (Netzsch) com variador de frequência (DanFoss) é responsável pelo escoamento do produto.



Figura 41 - Grampo (módulo) do trocador bitubular

Nos ensaios utilizaram-se como produtos fluidos com comportamento Newtoniano (água e 80% glicerina em água) e não Newtoniano pseudoplástico (solução 1,0% de carboxi-metil-celulose, CMC).

A vazão no circuito de água gelada foi obtida por rotâmetro (Contech). Temperaturas de entrada e saída deste circuito foram obtidas por termorresistências ligadas a um mostrador digital (Digitrol). O circuito de água gelada foi mantido através de unidade de refrigeração munida de bomba centrífuga e controle de temperatura de alimentação (Mecalar).

Na linha onde escoo o produto é possível a inserção de termopares (Iope) em diversos pontos para aquisição da temperatura usando Compact DAQ e software programado em LabView. A vazão nesta linha foi medida usando cronômetro e balança (Funcia 2012).

## 6.2 Resultados Obtidos

### 6.2.1 Experimento A

Foram realizados ensaios em duplicata, variando-se a vazão da água quente dentro do trocador de calor. Nesta seção são apresentados os valores médios obtidos em cada medida realizada e o gráfico da Temperatura X Tempo que mostra que as medida foram realizadas em regime estacionário.

Considerando as dimensões do tubo, mencionadas na Tabela 3, tem-se na Tabela 4 e Tabela 5, referentes a cada medida realizada, a vazão de escoamento, a temperatura média de entrada, a temperatura média de saída e a temperatura de parede. Considerando para os cálculos seguintes a temperatura da água sendo igual à temperatura média entre a temperatura de entrada e a de saída tem-se também na Tabela 4 e na Tabela 5 a densidade do fluido, a viscosidade (Maloney 2008) e com isso o número de Reynolds do escoamento, sendo o escoamento laminar para Reynolds < 2100 em tubo reto. Apresenta-se a condutividade térmica, o calor específico, a difusividade térmica teórica (Maloney 2008) e o número de Péclet.

A Figura 42 mostra um exemplo de comportamento da temperatura em função do tempo, mostrando ser válida a hipótese de o regime ser considerado estacionário. Este comportamento se repete para todas as vazões consideradas, portanto a Figura 42 referente ao escoamento a 0,3 L/min é semelhante para as outras vazões.

Dados	Vazão							
	0,3 L/min	0,4 L/min	0,5 L/min	0,6 L/min	0,7 L/min	0,8 L/min	0,9 L/min	1,0 L/min
Termopar 1(°C)	57,4 ± 0,2	54,9 ± 0,2	53,4 ± 0,1	57,8 ± 0,2	55,8 ± 0,1	54,0 ± 0,1	52,9 ± 0,1	51,9 ± 0,1
Termopar 2(°C)	18,5 ± 0,1	17,7 ± 0,2	16,4 ± 0,2	25,6 ± 0,2	27,1 ± 0,2	29,5 ± 0,1	31,7 ± 0,1	33,6 ± 0,1
Termopar 3(°C)	16,6 ± 0,2	14,6 ± 0,2	11,7 ± 0,5	19,9 ± 0,5	21,5 ± 0,7	23,5 ± 0,3	26,1 ± 0,4	28,2 ± 0,3
Densidade (kg/m³)	989	990	990	987	987	987	987	987
Viscosidade (Pa.s)	7,00E-04	7,23E-04	7,44E-04	6,51E-04	6,55E-04	6,51E-04	6,44E-04	6,39E-04
Reynolds	967	1249	1519	2075	2409	2769	3146	3525
Condutividade Térmica (W/m.K)	0,623	0,621	0,619	0,628	0,628	0,628	0,629	0,629
Calor específico (J/kg.K)	4107	4109	4110	4104	4104	4104	4103	4103
Difusividade Térmica Teórica (m²/s)	1,53E-07	1,53E-07	1,52E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07
Péclet	1,41E+06	1,89E+06	2,37E+06	2,80E+06	3,27E+06	3,73E+06	4,19E+06	4,65E+06

Tabela 4 - Dados médios do primeiro grupo de ensaios realizado

Dados	Vazão							
	0,3 L/min	0,4 L/min	0,5 L/min	0,6 L/min	0,7 L/min	0,8 L/min	0,9 L/min	1,0 L/min
Termopar 1(°C)	64,1 ± 0,1	64,9 ± 0,1	63,6 ± 0,1	61,2 ± 0,1	58,7 ± 0,1	57,5 ± 0,1	56,5 ± 0,1	56,24 ± 0,05
Termopar 2(°C)	16,7 ± 0,1	21,1 ± 0,2	24,8 ± 0,1	28,5 ± 0,2	31,4 ± 0,1	34,0 ± 0,1	36,7 ± 0,1	38,6 ± 0,1
Termopar 3(°C)	15,1 ± 0,2	18,6 ± 0,3	20,3 ± 0,3	24,5 ± 0,3	27,0 ± 0,2	29,9 ± 0,2	32,6 ± 0,3	35,0 ± 0,4
Densidade (kg/m³)	988	987	986	986	986	986	985	985
Viscosidade (Pa.s)	6,68E-04	6,36E-04	6,22E-04	6,15E-04	6,13E-04	6,05E-04	5,96E-04	5,87E-04
Reynolds	1012	1416	1809	2195	2569	2974	3397	3827
Condutividade Térmica (W/m.K)	0,626	0,629	0,631	0,631	0,632	0,633	0,634	0,634
Calor específico (J/kg.K)	4105	4103	4102	4101	4101	4101	4100	4100
Difusividade Térmica Teórica (m²/s)	1,54E-07	1,55E-07	1,56E-07	1,56E-07	1,56E-07	1,57E-07	1,57E-07	1,57E-07
Péclet	1,40E+06	1,86E+06	2,32E+06	2,78E+06	3,24E+06	3,69E+06	4,15E+06	4,60E+06

Tabela 5 - Dados médios do segundo grupo de ensaios realizado

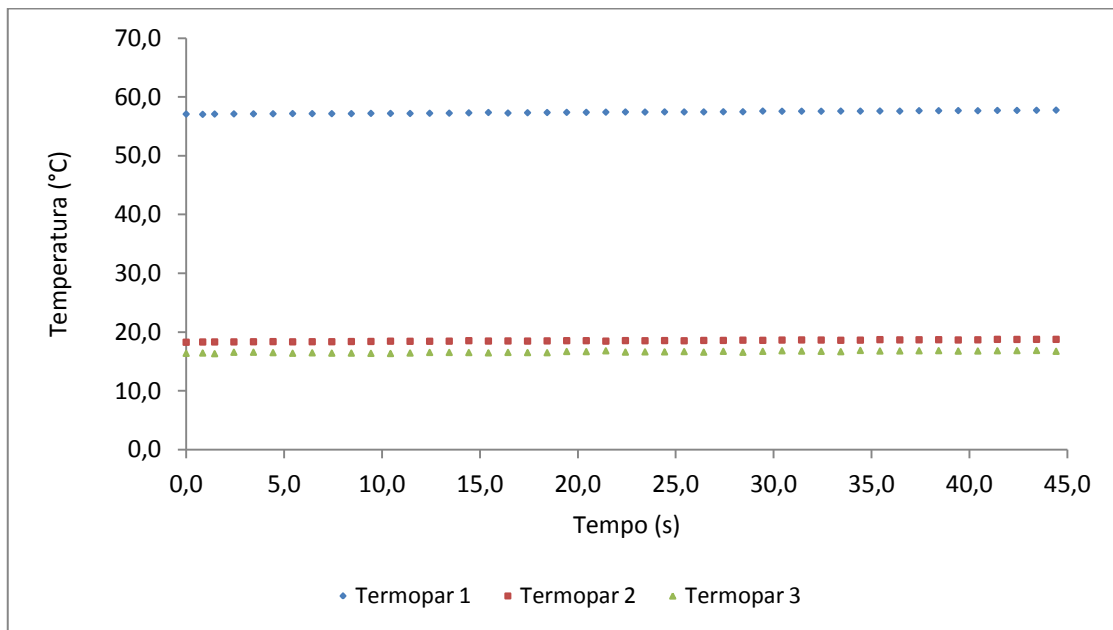


Figura 42 - Temperaturas obtidas no intervalo de tempo considerado para o experimento com vazão de 0,3 L/min

## 6.2.2 Experimento B

Foram realizados 20 ensaios utilizando glicerina 80% como produto e 20 ensaios utilizando CMC 1%. Na Tabela 6 e na Tabela 7 são mostrados os dados obtidos em alguns destes ensaios (Ferrão 2012) (Funcia 2012).

Ensaio	1	2	3	4	5
T1 - Entrada do Produto (K)	341,20	341,20	343,80	338,80	332,60
T5 - Saida do produto (K)	282,38	286,62	291,23	293,45	294,63
T de parede (K)	278,83	279,08	279,63	279,38	279,28
Vazão do produto (L/h)	10,00	20,00	30,00	40,00	50,00
Velocidade do produto (m/s)	0,1747	0,3493	0,5240	0,6986	0,8733

Tabela 6 - Ensaios realizados com glicerina 80%

Ensaio	1	2	3	4	5
T1 - Entrada do Produto (K)	334,80	337,40	332,70	336,50	330,50
T5 - Saida do produto (K)	280,60	282,32	284,67	286,61	286,84
T de parede (K)	277,38	277,98	279,13	280,13	279,23
Vazão do produto (L/h)	10,00	20,00	30,00	40,00	50,00
n	0,43	0,43	0,43	0,44	0,43
Velocidade do produto (m/s)	0,1747	0,3493	0,5240	0,6986	0,8733

Tabela 7 - Ensaios realizados com CMC 1%

Os outros ensaios realizados utilizaram as mesmas vazões do produto, variando de 10,00 a 50,00 L/h. A Temperatura de parede é a média entre a temperatura de entrada e de saída da água fria utilizada no tubo externo do trocador bitubular. A variação desta temperatura foi pequena, por isso foi calculada a média destes valores e considerou-se então a temperatura constante. Além disso, como a espessura do tubo era pequena e o tubo era de aço inox, este valor foi considerado como o valor da temperatura de parede.

## 6.3 Simulações e Análise de Resultados

### 6.3.1 Experimento A

Com os dados obtidos nos experimentos, foram feitas simulações para fazer a comparação do esperado segundo o modelo matemático desenvolvido e o obtido de fato no experimento.

Primeiramente foram utilizados os valores médios das propriedades e das temperaturas de entrada e de parede mostrados anteriormente e feita uma simulação de modo a ver qual seria a temperatura de saída esperada. Obtendo um resultado divergente ao do experimento, explica-se a diferença devido à difusividade durante o processo ser maior do que a teórica, a qual se chama de difusividade efetiva.



Então foram feitas simulações para obter-se o número de Péclet corrigido e a partir disto calcular qual seria a difusividade térmica efetiva no processo. Na Tabela 8 e na Tabela 9 são mostrados os resultados obtidos a partir das simulações.

Resultados	Vazão							
	0,3 L/min	0,4 L/min	0,5 L/min	0,6 L/min	0,7 L/min	0,8 L/min	0,9 L/min	1,0 L/min
Difusividade Térmica Teórica (m <sup>2</sup> /s)	1,53E-07	1,53E-07	1,52E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07	1,55E-07
Número de Péclet teórico	1,41E+06	1,89E+06	2,37E+06	2,80E+06	3,27E+06	3,73E+06	4,19E+06	4,65E+06
Temperatura de saída esperada de acordo com a simulação (°C)	28,6	29,9	30,3	38,5	39,7	40,7	41,9	42,8
Temperatura de saída experimental (°C)	18,5	17,7	16,4	25,6	27,1	29,5	31,7	33,6
Número de Péclet corrigido	5,04E+05	6,12E+05	7,27E+05	8,54E+05	9,13E+05	1,02E+06	1,07E+06	1,08E+06
Difusividade Térmica Efetiva (m <sup>2</sup> /s)	4,30E-07	4,72E-07	4,97E-07	5,08E-07	5,54E-07	5,66E-07	6,08E-07	6,71E-07
Aumento da Difusividade Térmica Efetiva em relação à Teórica	180,40%	209,21%	226,29%	227,69%	257,75%	265,38%	291,73%	331,88%

Tabela 8 - Resultados das simulações feitas a partir dos dados do primeiro grupo de ensaios

Resultados	Vazão							
	0,3 L/min	0,4 L/min	0,5 L/min	0,6 L/min	0,7 L/min	0,8 L/min	0,9 L/min	1,0 L/min
Difusividade Térmica Teórica (m <sup>2</sup> /s)	1,54E-07	1,55E-07	1,56E-07	1,56E-07	1,56E-07	1,57E-07	1,57E-07	1,57E-07
Número de Péclet teórico	1,40E+06	1,86E+06	2,32E+06	2,78E+06	3,24E+06	3,69E+06	4,15E+06	4,60E+06
Temperatura de saída esperada de acordo com a simulação (°C)	29,4	36,0	39,3	42,4	43,7	45,3	46,7	48,0
Temperatura de saída experimental (°C)	16,7	21,1	24,8	28,5	31,4	34,0	36,7	38,6
Número de Péclet corrigido	4,52E+05	5,41E+05	7,10E+05	7,29E+05	8,15E+05	8,09E+05	8,71E+05	10,12E+05
Difusividade Térmica Efetiva (m <sup>2</sup> /s)	4,80E-07	5,34E-07	5,09E-07	5,94E-07	6,20E-07	7,14E-07	7,47E-07	8,41E-07
Aumento da Difusividade Térmica Efetiva em relação à Teórica	210,69%	243,56%	226,14%	280,68%	296,98%	356,19%	376,07%	434,98%

Tabela 9 - Resultados das simulações feitas a partir dos dados do segundo grupo de ensaios

### 6.3.2 Experimento B

Também foram realizadas simulações com os dados obtidos a partir do experimento B. Primeiramente foi calculado o valor da difusividade térmica teórica, a partir das temperaturas do experimento e depois foi realizada a simulação fixando-se as temperaturas de entrada e de saída do produto e calculando então o valor da difusividade térmica efetiva. São mostrados na Tabela 10 os resultados com glicerina 80% e na Tabela 11 os resultados com CMC 1%.

Ensaio	1	2	3	4	5
Número de Reynolds	42	92	162	203	227
$\alpha$ teórico (m <sup>2</sup> /s)	1,01E-07	1,01E-07	1,01E-07	1,01E-07	1,01E-07
Péclet	3901	7783	11627	15526	19465
$\alpha$ efetiva (m <sup>2</sup> /s) - Simulação	4,34E-07	6,15E-07	7,26E-07	7,94E-07	8,37E-07
Péclet - Simulação	906	1279	1623	1979	2348
Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica	330,53%	508,60%	616,41%	684,62%	728,83%

Tabela 10 - Resultados da simulação com glicerina 80%

Ensaio	1	2	3	4	5
Número de Reynolds	10	31	58	95	130
n	0,43	0,43	0,43	0,44	0,43
$\alpha$ teórico (m <sup>2</sup> /s)	1,53E-07	1,54E-07	1,54E-07	1,55E-07	1,54E-07
Péclet	2561	5096	7664	10152	12774
$\alpha$ efetiva (m <sup>2</sup> /s) - Simulação	9,09E-08	1,67E-07	2,12E-07	2,71E-07	2,91E-07
Péclet - Simulação	4323	4694	5560	5808	6752
Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica	-40,77%	8,56%	37,84%	74,81%	89,20%

Tabela 11 - Resultados da simulação com CMC 1%

### 6.3.3 Análise das simulações

Como é possível observar a difusividade térmica efetiva no trocador é consideravelmente maior do que a difusividade teórica esperada.

Vários motivos podem explicar essa diferença. Um dos pontos é que a parede do tubo em questão apresenta rugosidades, que fazem com que o teor de mistura dentro do trocador aumente e conseqüentemente a difusividade seja maior. Além disso, pode-se citar como fator de aumento da difusividade as vibrações ocorridas

no trocador. Por mais que mantenha-lo parado dentro do banho termostático, pequenas vibrações podem vir a ocorrer aumentando também o teor de mistura dentro do trocador. Entretanto, no experimento A realizado, o principal motivo para o aumento da difusividade é a forma do trocador de calor. Como visto na Figura 39, a forma do trocador é helicoidal, havendo muitas curvas consecutivas, que aumentam mais ainda o teor de mistura do fluido dentro do trocador e conseqüentemente faz com que a troca de calor seja maior do que a esperada para um tubo reto.

Outro fator que aumenta a difusividade térmica efetiva é a velocidade, porém não com tanta influência quanto à forma do tubo. Vê-se que à medida que a vazão é aumentada a diferença entre a difusividade térmica teórica e efetiva é maior. Outro ponto importante nos resultados é que foram analisados escoamentos laminares ( $Re < 2100$ ) e também alguns não laminares, que puderam ser tratados como laminares sendo considerada a difusividade térmica efetiva em vez da teórica. Na Figura 43 é mostrado um gráfico do aumento da difusividade efetiva em relação à teórica em função do número de Reynolds obtidos no experimento A. Pode-se ver que conforme o número de Reynolds aumenta, a difusividade efetiva tem maior diferença com relação à teórica, com uma boa aproximação linear de dependência. Pode-se observar também, que em casos de velocidade de escoamento muito baixa, com Reynolds próximo a zero, o aumento da difusividade, devido apenas às curvaturas do tubo, chegaria a 118,5% aproximadamente, por extrapolação.

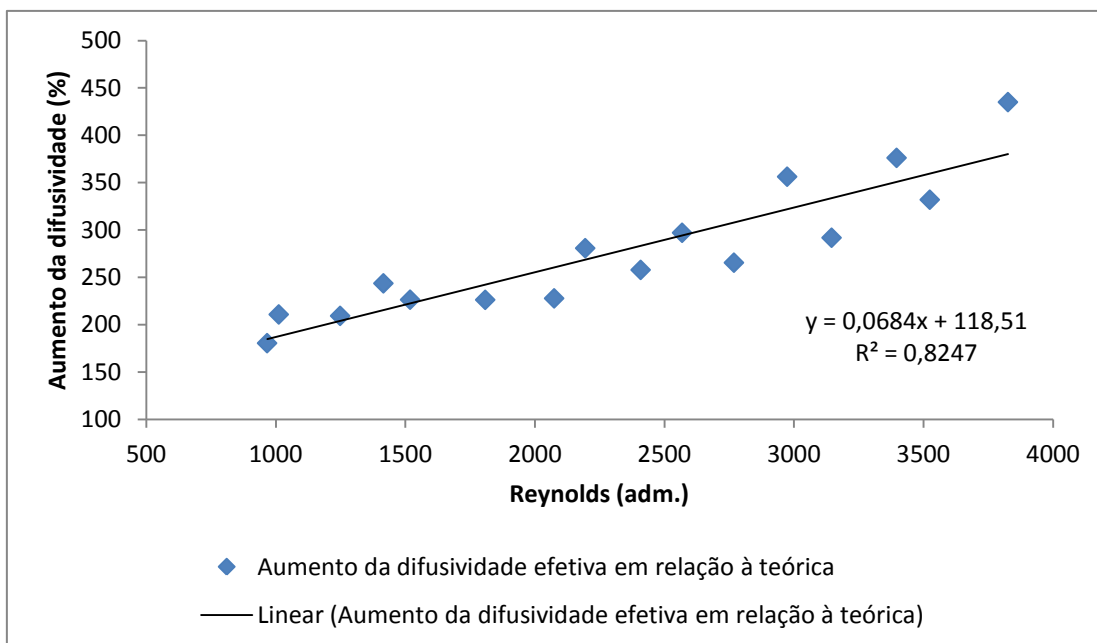


Figura 43 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento A, utilizando água

No experimento B também foi obtido o mesmo tipo de gráfico, para a glicerina 80% (Figura 44), onde é visto também um grande aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica, mesmo que para número de Reynolds pequenos. Enquanto que para CMC 1% (Figura 45), é visto que houve um aumento para a difusividade térmica, porém em menor escala, sendo que para número de Reynolds muito baixo, obteve-se na simulação que a difusividade térmica efetiva foi menor do que a teórica. Este valor provavelmente está errado, muito possivelmente ao fato do diâmetro da tubulação ser pequeno e com isso os valores de temperaturas obtidos pelos termopares no fluido produto sofrerem influência também da temperatura da parede e conseqüentemente não estarem corretos.

Contudo a mesma observação quanto ao aumento da difusividade em relação ao número de Reynolds é válida, quanto mais turbulento é o escoamento, maior é também a difusividade térmica efetiva do fluido.

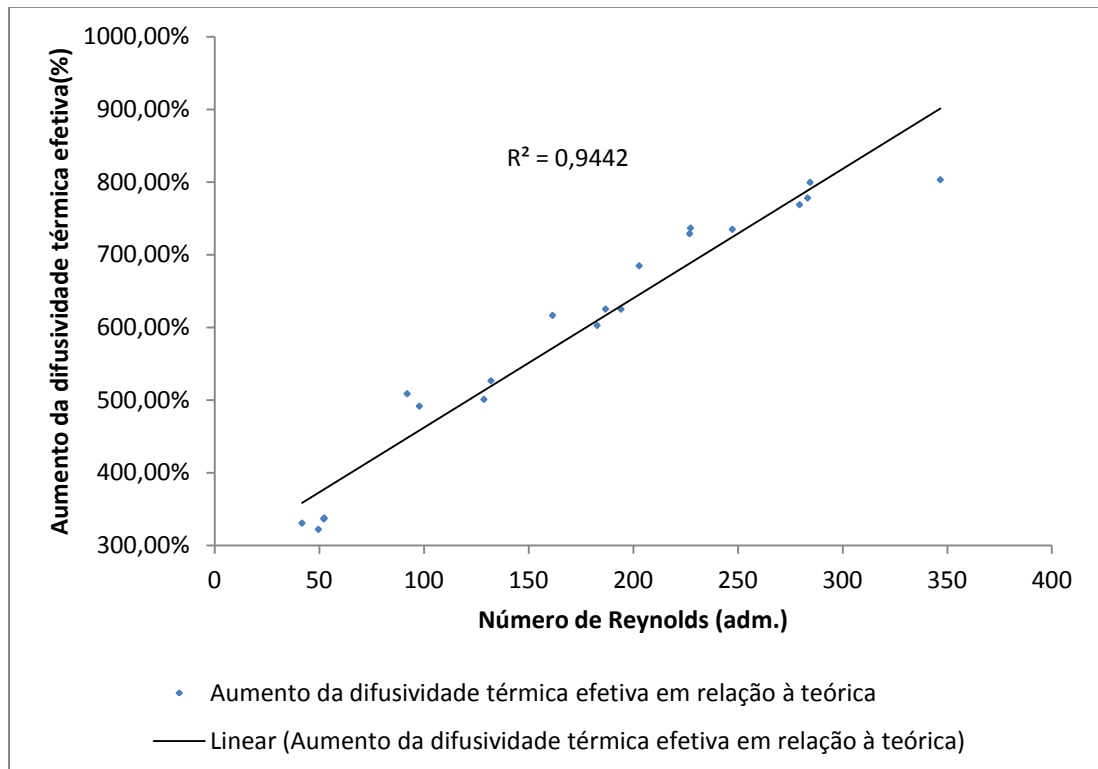


Figura 44 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento B, utilizando glicerina 80%

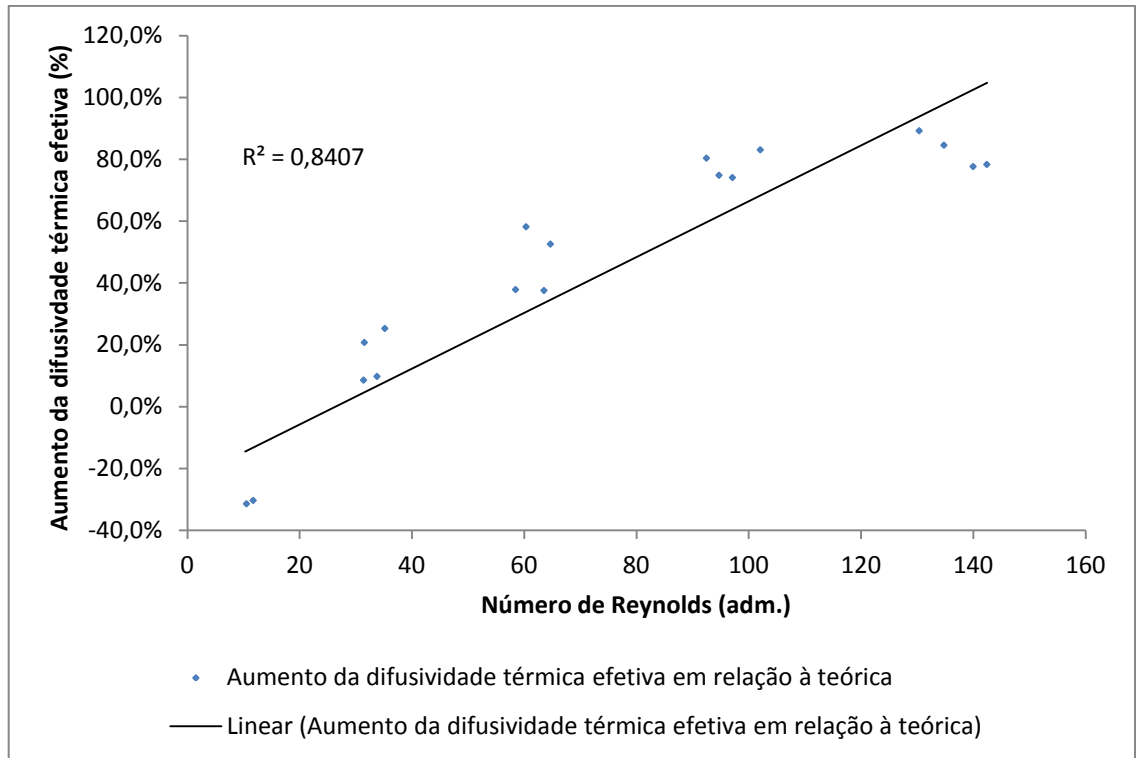


Figura 45 - Gráfico do Aumento da difusividade térmica efetiva em relação à teórica vs Número de Reynolds do experimento B, utilizando CMC 1%

## 7 Conclusão

Ao final deste trabalho foram obtidos resultados importantes. Foi mostrada a obtenção do perfil térmico para escoamento laminar ideal e utilizando o gPROMS foi apresentado sua distribuição de temperaturas através de gráficos.

Também foi apresentado o desenvolvimento e a obtenção do perfil de temperatura para o escoamento laminar no caso de um fluido não Newtoniano. Foram apresentados para fluidos dilatantes e pseudoplásticos, observando uma pequena diferença, sendo que o fluido dilatante tinha uma transferência de calor menos eficiente para as mesmas condições.

Para o escoamento com condução axial sendo considerada, foi encontrada a equação que determina a distribuição de temperatura. Foram mostradas as condições de Danckwerts, necessárias para a resolução desta equação. Foi visto, através de gráficos inclusive, que a condução axial aumenta a troca térmica, principalmente para escoamentos em que o número de Péclet é baixo.

Também se obteve como resultado do trabalho o estudo realizado com relação à difusividade térmica. Foi mostrado, através de experimentos realizados, que a difusividade efetiva observada no escoamento é maior do que a teórica. Foram observados os motivos que levam a essa diferença entre a teórica e a efetiva e chegou-se a vários fatores, porém com maior ênfase à forma do trocador de calor utilizado, além de outros como a rugosidade do tubo, as vibrações, a velocidade do escoamento, etc. Além disso, foi possível ver que podemos considerar tubos circulares, ou escoamentos não laminares, como se fossem escoamento laminar em um tubo linear, levando-se em conta a difusividade térmica efetiva.

## 8 Referências bibliográficas

Bennett, C. G., e J. E. Myers. *Momentum, Heat and Mass Transfer*. Vol. Third Edition. 1982.

Bird, R.B. *Transport Phenomena*. 2007.

Choi, Y, e M R Okos. *Food Engineering and Process Applications* . London: Elsevier Applied Science, 1986.

Constantinides, Alkis, e Navid Mostoufi. *Numerical Methods for Chemical Engineers with MATLAB Applications*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1999.

Crivellari, Gabriel Pereira. “Exemplos de Modelagem e Simulação em gPROMS.” 2008.

Danckwerts, P. V. “Chemical Engineering Science.” (Pergamon Press LTD) 2 (1953).

Davis, Mark E. *Numerical Methods & Modeling for Chemical Engineers*. California, 2001.

Ferrão, Ewerton Shimara Pires. “Modelagem da transferência de calor e da distribuição de temperatura no processamento térmico contínuo para escoamento laminar.” Texto de qualificação para mestrado. Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2012.

Fogler, H. Scott. *Elementos de Engenharia das Reações Químicas*. Vol. 4ª Edição. LTC, 2009.

Funcia, Eduardo Santos. “Coeficientes de transferência de calor no processamento térmico contínuo de líquidos viscosos em trocador bitubular. .” Relatório de Iniciação Científica, FAPESP, São Paulo, 2012.

Incropera, Frank P., David P. Dewitt, Theodore L. Bergman, e Adrienne S. Lavine. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. Vol. 6ª edição. LTC, 2008.

Kakaç, Sadic, e Yaman Yener. *Convective Heat Transfer*. Vol. Second Edition. CRC Press, 1995.

Kechichian, Viviane. *Modelagem do Processo Térmico Contínuo de Fluidos Alimentícios Não-Newtonianos em Trocador de Calor Bitubular*. São Paulo: Tese (doutorado) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.

Kreith, Frank. *Princípios da Transmissão de Calor*. Vol. 3ª edição. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1977.

Maloney, James O. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. Vol. 8th Edition. The McGraw-Hill Companies, 2008.

Matuda, Tatiana Guinoza. *Estudo do Congelamento da massa de Pão: Determinação experimental das propriedades termofísicas e desempenho de panificação*. São Paulo: Tese de Doutorado da USP, 2008.

Naccache, Mônica F. Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.

[http://web.me.com/mnaccache/Cursos/Fen\\_Transporte\\_files/Aula5.pdf](http://web.me.com/mnaccache/Cursos/Fen_Transporte_files/Aula5.pdf) (acesso em 27 de 11 de 2011).

Process System Enterprise Ltd. *gPROMS Introductory User Guide*. London: Bridge Studios, 2004.

Queiroz, Gilmar Michel. *Determinação de propriedades termofísicas do pão tipo francês durante o processo de assamento*. São Paulo: Dissertação de Mestrado da USP, 2001.

Rozza, G., e A. T. Patera. "Rapid Reliable Solution of the Parametrized Partial Differential Equations of Continuum Mechanics and Transport." 24 de Março de 2008.

[http://augustine.mit.edu/workedproblems/rbMIT/graetz/F\\_rbMIT\\_graetz\\_description.pdf](http://augustine.mit.edu/workedproblems/rbMIT/graetz/F_rbMIT_graetz_description.pdf) (acesso em 30 de 10 de 2011).

Sphaier, Leandro A. "Notas de Aula de Transferência de Calor." Vers. 3.4.1. *Sphaier.com*.

Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal Fluminense. Maio de 2010.

[http://sphaier.com/disciplinas/conveccao/docs/ConvecTexto\\_v03.pdf](http://sphaier.com/disciplinas/conveccao/docs/ConvecTexto_v03.pdf) (acesso em 12 de 11 de 2011).

Subramanian, R. Shankar. *The Graetz Problem*.

Tavman, S, I H Tavman, e S Evcin. *International Communications in Heat and Mass Transfer; v.24*. 1997.

"Transferência de Calor - Série Concursos Públicos." *Curso Prático & Objetivo*.

[http://www.tecnicodepetroleo.ufpr.br/apostilas/engenheiro\\_do\\_petroleo/traf\\_calor.pdf](http://www.tecnicodepetroleo.ufpr.br/apostilas/engenheiro_do_petroleo/traf_calor.pdf) (acesso em 22 de novembro de 2011).

Wilkinson, W.L. *Non-Newtonian fluids; fluid mechanics, mixing and heat transfer*. Vol. 1. Pergamon Press, 1960.



## ANEXO A – Linguagem de Programação utilizada

### I. Linguagem de programação para o caso de escoamento laminar ideal

#### PARAMETER

vm as real #Velocidade média (m/s)  
 alpha as real #Constante do fluido utilizado (m<sup>2</sup>/s)  
 Raio as real #Raio do tubo (m)  
 Tw as real #Temperatura da Parede (K)  
 L as real #Comprimento do tubo (m)  
 Ti as real #Temperatura de entrada no tubo (K)

#### Distribution\_domain

radial as [0:Raio]  
 axial as [0:L]

#### Variable

Tmedia as distribution (axial) of Tmedia  
 Temp as distribution (radial, axial) of Temperatura

#### Boundary #Condições de borda

for r:=0 to Raio do # T em z = 0 m é constante e igual a Temperatura inicial  
 Temp(r,0) = Ti;  
 END

for z:= 0|+ to L do # Temperatura da parede constante  
 Temp(Raio, z) = Tw;  
 END

for z:= 0|+ to L do #Derivada de T em relação ao raio no centro é igual a zero  
 partial(Temp(0,z),radial)= 0;  
 END

#### EQUATION

for z:=0|+ to L do  
 for r:=0|+ to Raio|- do

```
(partial(Temp(r,z),axial)) = (alpha*(partial(r*(partial(Temp(r,z),radial)),radial))/
((2*r*vm)*((1-(r/Raio)^2))))); #Balanço de energia para escoamento laminar ideal
END
END
```

```
for z := 0 to L do #Cálculo da Temperatura Média em cada ponto z, na direção axial
Tmedia(z) = INTEGRAL(r := 0:Raio ; (4*(1-(r/Raio)^2)*Temp(r,z)*r))/(Raio^2);
END
```

```
UNIT
```

```
simul as Fluxo
```

```
SET
```

```
within simul do
```

```
vm := 0.05;
```

```
alpha := 0.000112;
```

```
Raio := 0.1;
```

```
Tw := 400;
```

```
L := 5;
```

```
Ti := 300;
```

```
radial := [CFDM,2,50];
```

```
axial := [BFDM,1,150];
```

```
END
```

```
INITIAL
```

```
STEADY_STATE
```

```
SOLUTIONPARAMETERS
```

```
gEXCELOutput := "LaminarIdeal";
```

## II. Linguagem de programação para escoamento laminar de fluido Não-Newtoniano

```
PARAMETER
```

```
n as real
```

```
vm AS REAL
```

```
alpha as real
```

```
Raio as real
```

Tw as real

L as real

Tinicial as real

Distribution\_domain

radial as [0:Raio]

axial as [0:L]

Variable

Temp as distribution (radial, axial) of Temperatura

Tmedia as distribution (axial) of Tmedia

Boundary

for r:=0 to Raio do

Temp(r,0) = Tinicial;

END

for z:= 0|+ to L do

Temp(Raio, z) = Tw;

END

for z:= 0|+ to L do

partial(Temp(0,z),radial)= 0;

END

EQUATION

for z:=0|+ to L do

for r:=0|+ to Raio|- do

$$\left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{\partial \text{Temp}(r,z)}{\partial z}\right) = \frac{\alpha \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \left(\frac{\partial \text{Temp}(r,z)}{\partial r}\right)\right)\right)}{\left(2r \cdot v_m \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{\text{Raio}}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right)\right)}$$

END

END

for z:=0 to L do

$$T_{\text{media}}(z) = \text{INTEGRAL} \left( r := 0 : \text{Raio} ; \left( \frac{2(3n+1)}{n+1} \right) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{\text{Raio}}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \cdot \text{Temp}(r,z) \cdot r \right) / (\text{Raio}^2);$$

END

### III. Linguagem de Programação para escoamento de fluido Não-Newtoniano com Condução Axial

PARAMETER

n as real

vm AS REAL

alpha as real

Raio as real

Tw as real

L as real

Tinicial as real

Distribution\_domain

radial as [0:Raio]

axial as [0:L]

Variable

Temp as distribution (radial, axial) of Temperatura

Tmedia as distribution (axial) of Tmedia

Boundary

for z:= 0 to L do

Temp(Raio, z) = Tw;

END

for z:= 0|+ to L do

partial(Temp(0,z),radial)= 0;

END

for r := 0|+ to Raio|- do #Condição de Danckwerts em Z = L

partial(Temp(r,L),axial) = 0;

END

for r := 0 to Raio|- do #Condição de Danckwerts em Z = 0

Temp(r,0) = Tinicial + (alpha/vm)\*partial(Temp(r,0),axial);

END

EQUATION

for z:=0|+ to L|- do

for r:=0|+ to Raio|- do

$(vm*((3*n+1)/(n+1))*(1-(r/Raio)^{((n+1)/n)}))*partial(Temp(r,z),axial) =$   
 $alpha*(((1/r)*(partial(r*(partial(Temp(r,z),radial)),radial)))+partial(partial(Temp(r,z),axial),axial));$

END

END

for z:=0 to L do

Tmedia(z)= INTEGRAL (r:= 0:Raio ;  $(2*(3*n+1)/(n+1))*(1-(r/Raio)^{((n+1)/n)}*Temp(r,z)*r)/(Raio^2);$

END