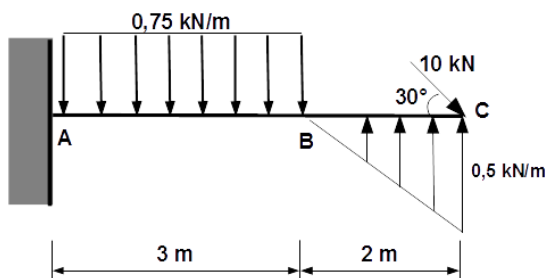


São Paulo, dezembro de 2015.

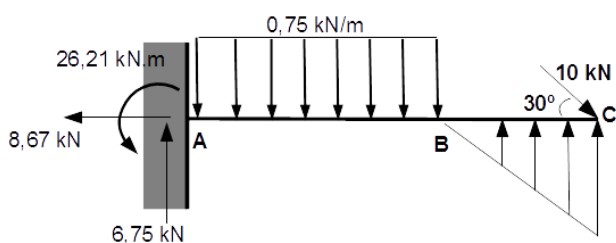
“Exercícios complementares de apoio aos alunos que cursam as disciplinas de “Introdução a Mecânica das Estruturas” para os cursos da Engenharia Civil ou de “Resistência dos Materiais” para demais cursos de engenharia. Dizem respeito aos conteúdos de cálculo de esforços em estruturas isostáticas.

Foram desenvolvidos pelo prof. Valério S. Almeida, quando não indicado o autor no início do exercício. Abrangem estruturas do tipo: vigas, pórticos, pórticos-triarticulados, treliças planas, pórtico espacial, pórticos associados e linha de influência.

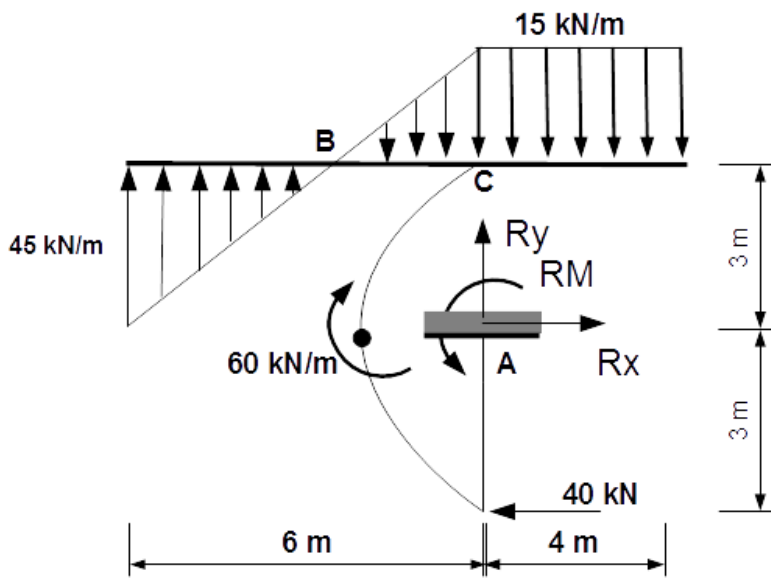
1) Calcular as reações a seguir.



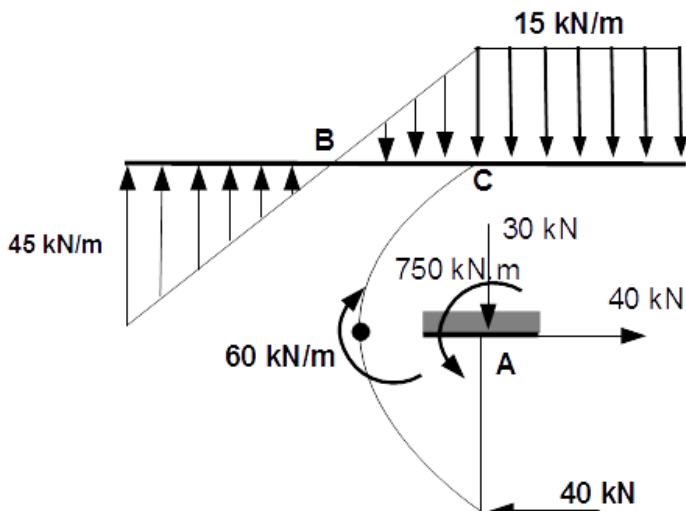
Resposta:  $R_x = -8,67 \text{ kN}$   
 $R_y = 6,75 \text{ kN}$   
 $RM = 26,21 \text{ kN.m}$



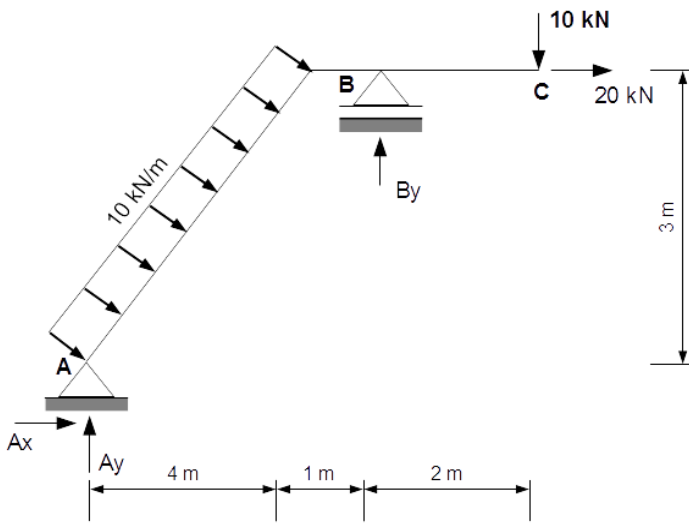
2) Calcular as reações a seguir.



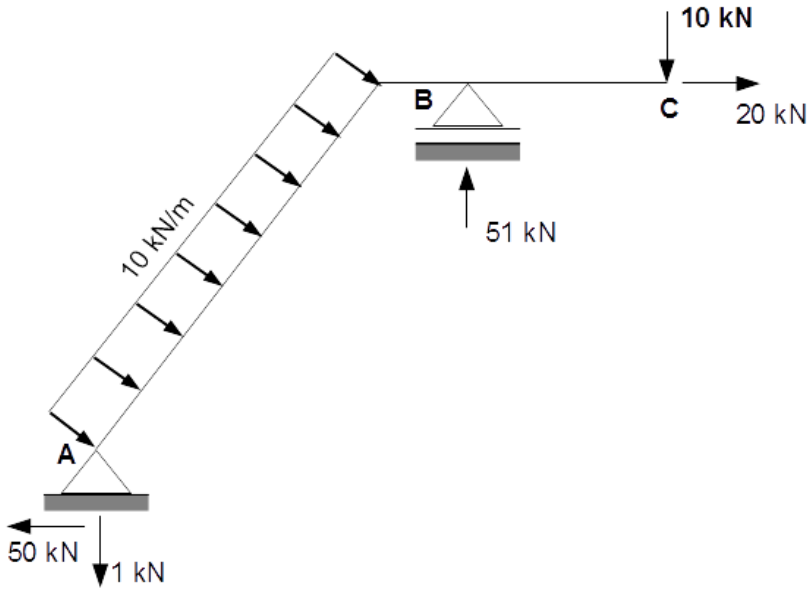
Resposta:  $R_x = 40 \text{ kN}$   
 $R_y = -30 \text{ kN}$   
 $RM = 750 \text{ kN.m}$



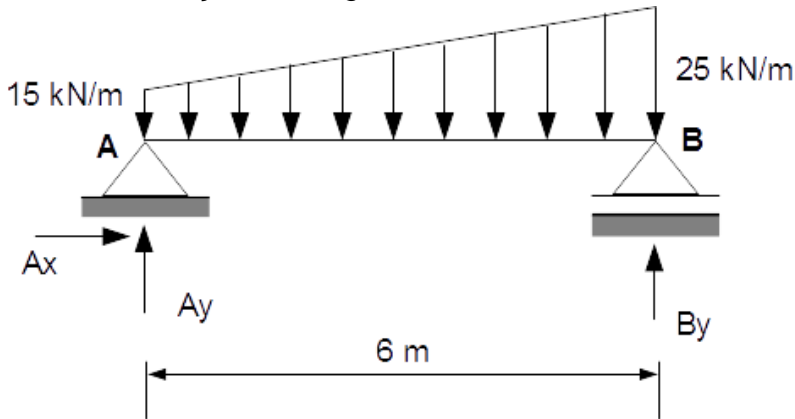
3) Calcular as reações a seguir.



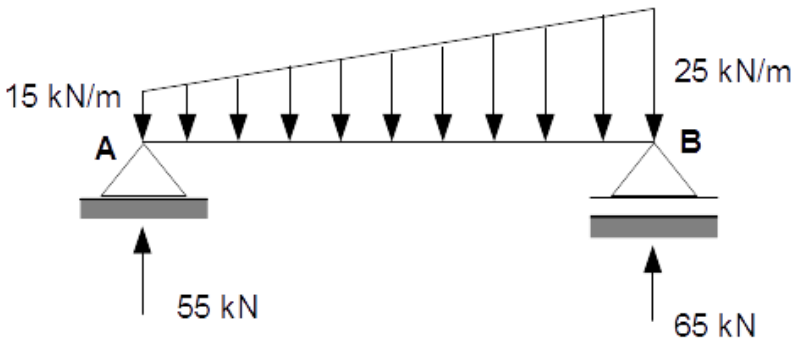
Resposta:  $A_x = -50 \text{ kN}$   
 $A_y = -1 \text{ kN}$   
 $B_y = 51 \text{ kN}$



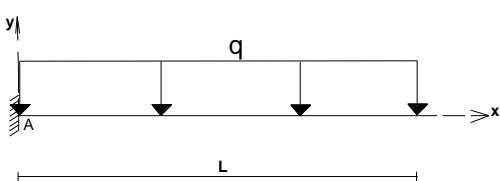
4) Calcular as reações a seguir.



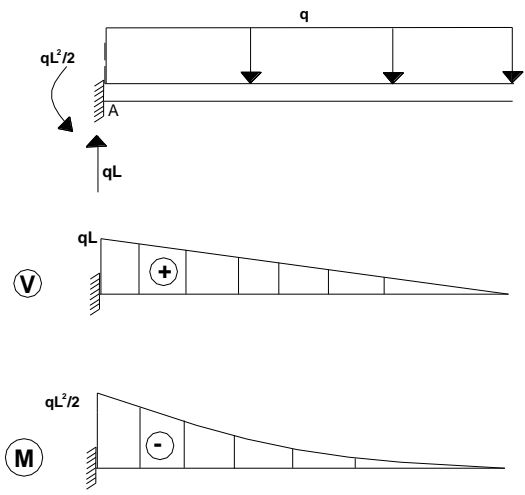
Resposta:  $A_x = 0 \text{ kN}$   
 $A_y = 55 \text{ kN}$   
 $B_y = 65 \text{ kN}$



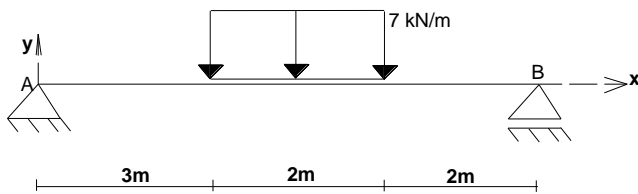
5 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



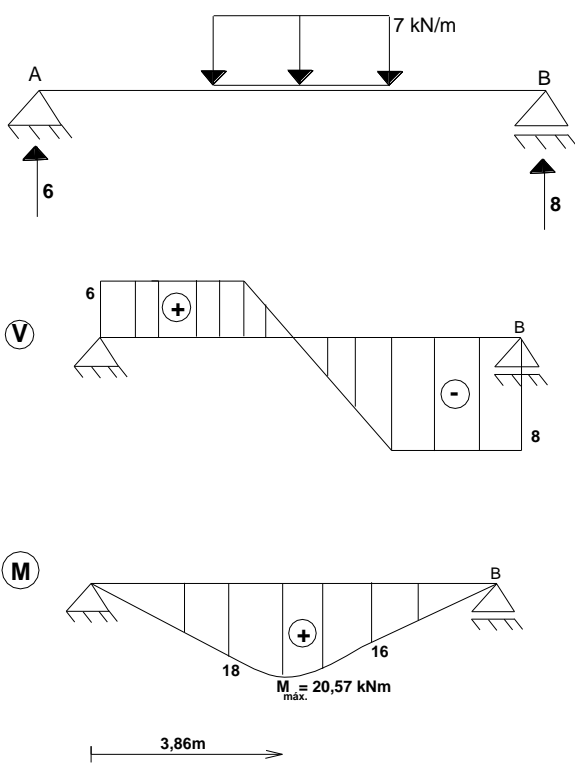
Resp.



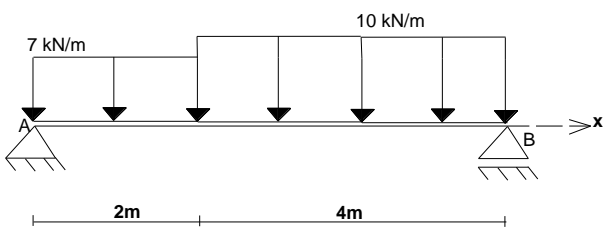
6 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



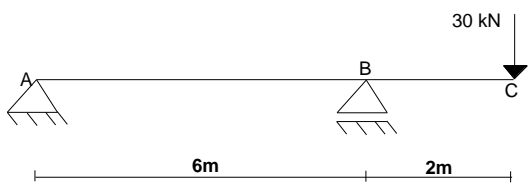
Resposta:



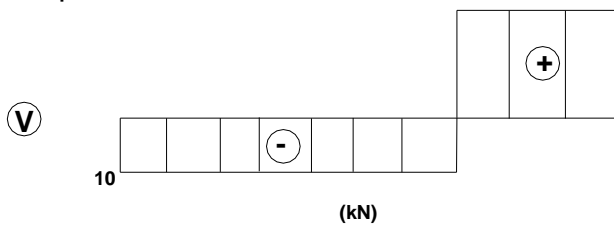
7 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.

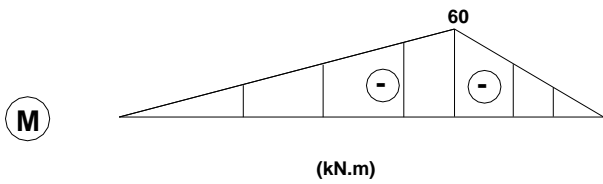


8 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.

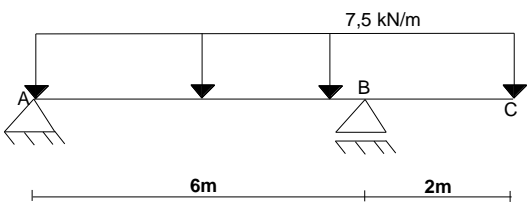


Resposta:

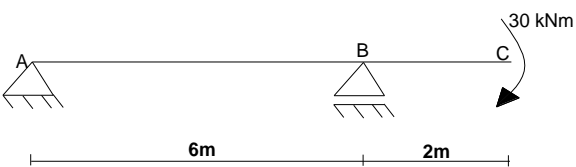




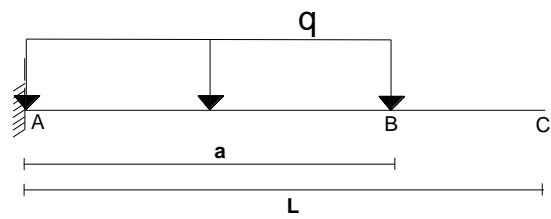
9 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



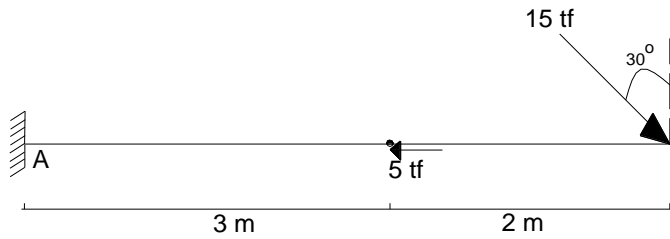
10 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



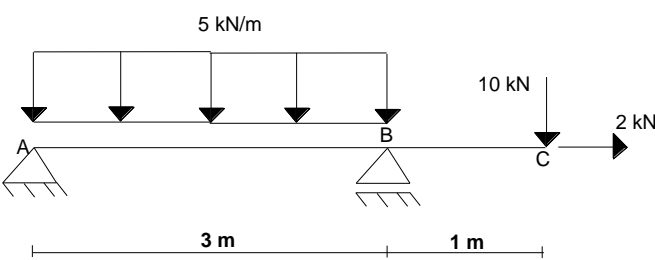
11 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



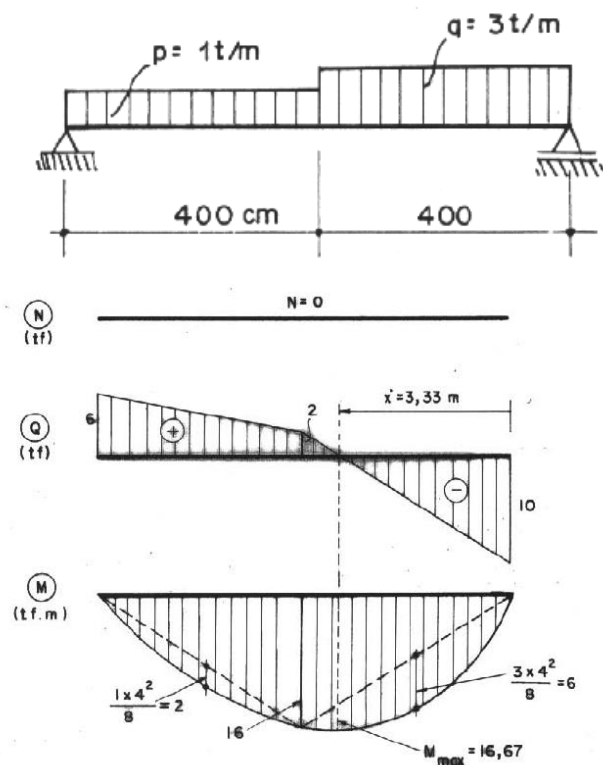
12 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



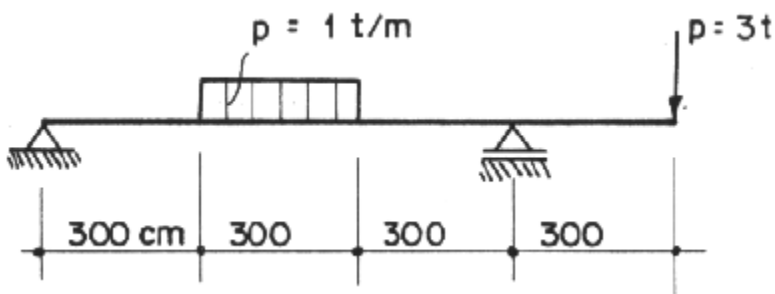
13 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



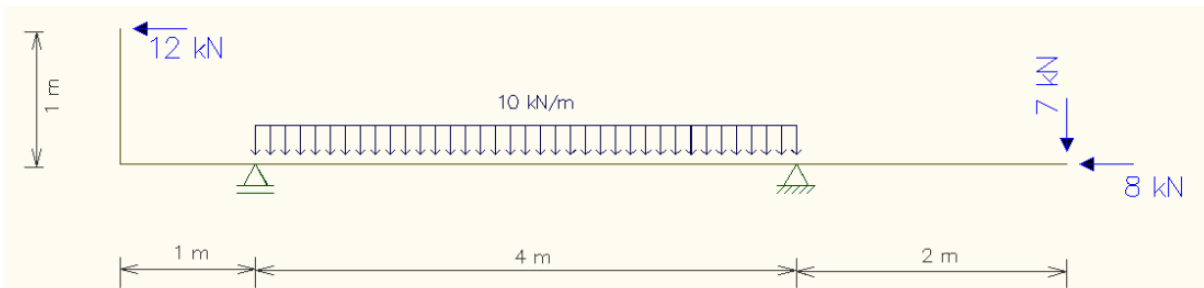
14 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



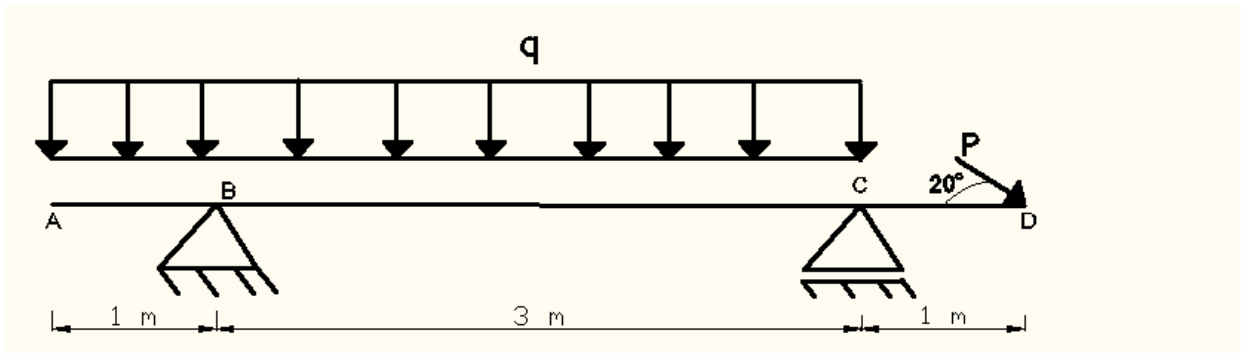
15 - Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



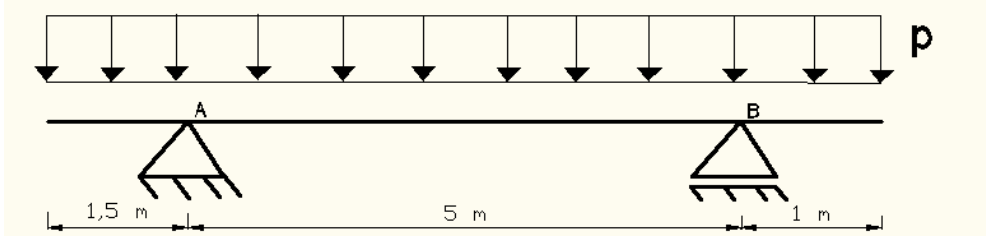
16- Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos.



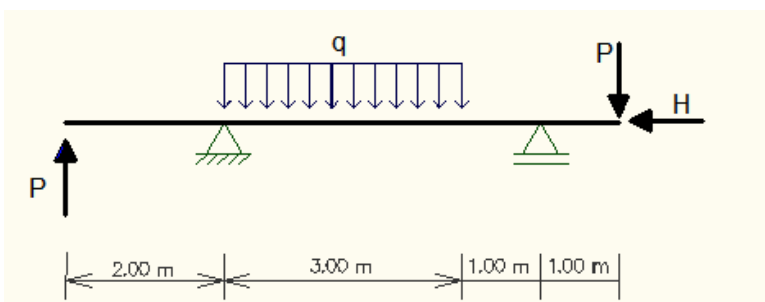
17 - Determinar os diagramas de esforços de toda a barra abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dados  $q = 18 \text{ kN/m}$  e  $P = 15 \text{ kN}$ .



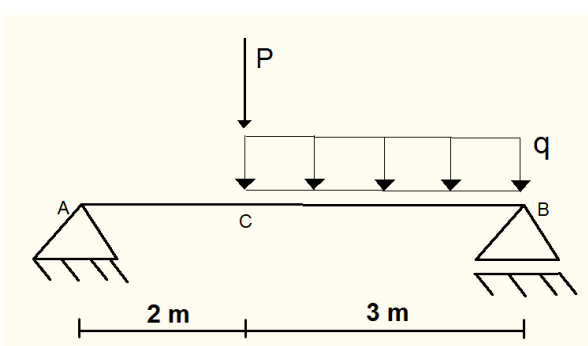
18 - Determinar os diagramas de esforços de toda a viga abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dado  $p = 16 \text{ kN/m}$ .



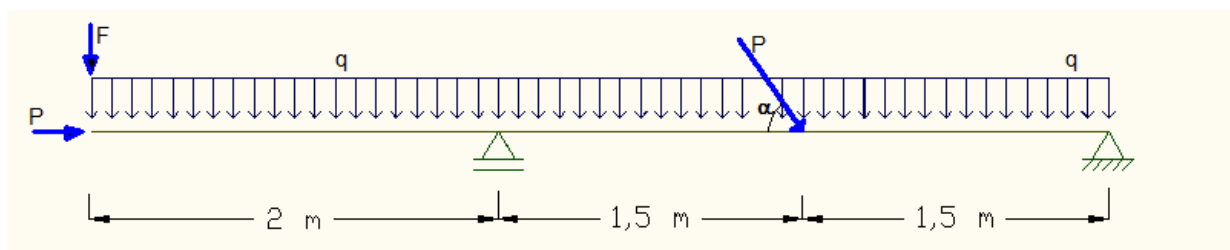
19 - Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados:  $P = 6 \text{ kN}$ ;  $H = 9 \text{ kN}$ ;  $q = 12 \text{ kN/m}$



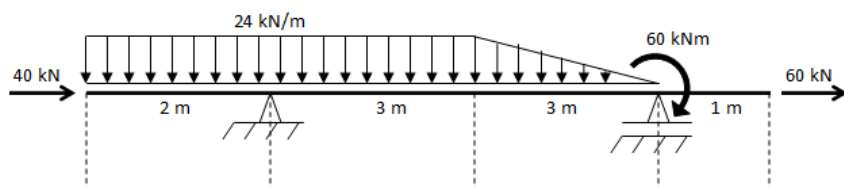
20 - Para a viga mostrada na figura, adote  $P = 40 \text{ kN}$  e  $q = 40 \text{ kN/m}$ , determine os diagramas de momento fletor e esforço cortante.



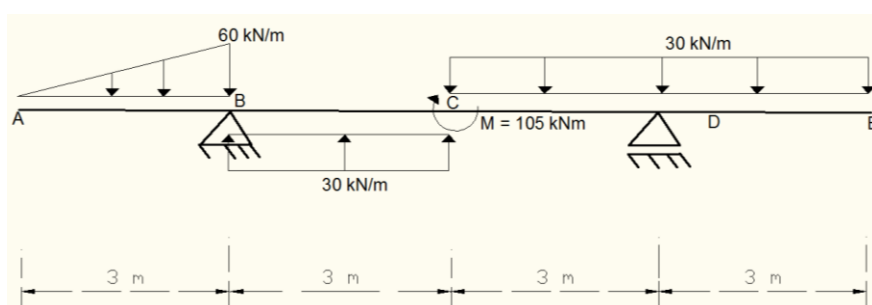
21 - Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados:  $P = 10 \text{ kN}$ ;  $F = P/10$ ;  $q = 8 \text{ kN/m}$ ;  $\alpha = 30^\circ$



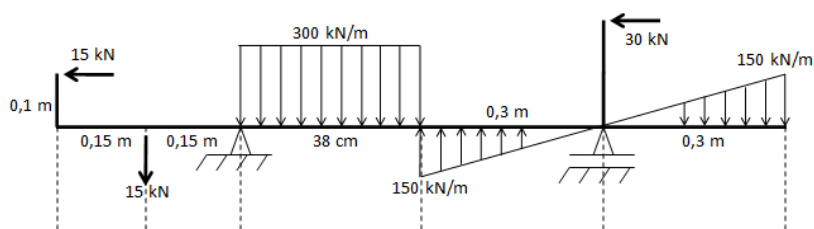
22 - Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais (N em kN), de esforços cortantes (V em kN) e de momentos fletores (M em kNm). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos com sua posição e o grau do polinômio em cada trecho.



23 - Traçar os esforços solicitantes da estrutura a seguir.



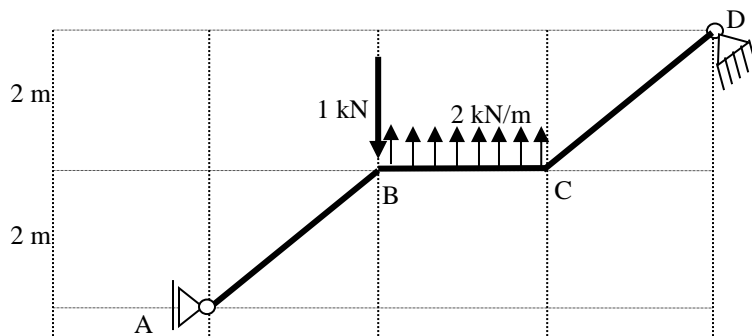
24 - Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais (N em kN), de esforços cortantes (V em kN) e de momentos fletores (M em kNm). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos e o grau do polinômio em cada trecho.



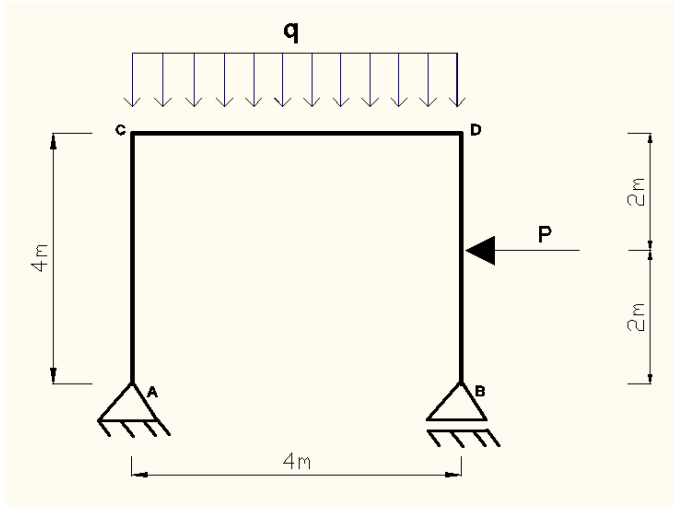
25 – (Nakao, 2014) Na estrutura plana ABCD da figura, a força concentrada em B é de 1 kN e a força uniformemente distribuída de B até C é de 2 kN/m.

Determine:

- Diagramas da força cortante e do momento fletor do trecho BC, indicando todos os valores relevantes;
- Momento fletor máximo do trecho BC.

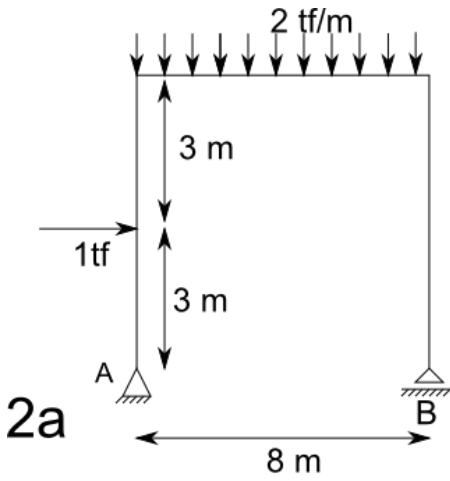


26 - Determine os diagramas de momento fletor, esforço cortante e normal, explicitando os pontos relevantes de cada diagrama. Indique os diagramas nos desenhos abaixo. Dados:  $q = 15 \text{ kN/m}$ ;  $P = 30 \text{ kN}$

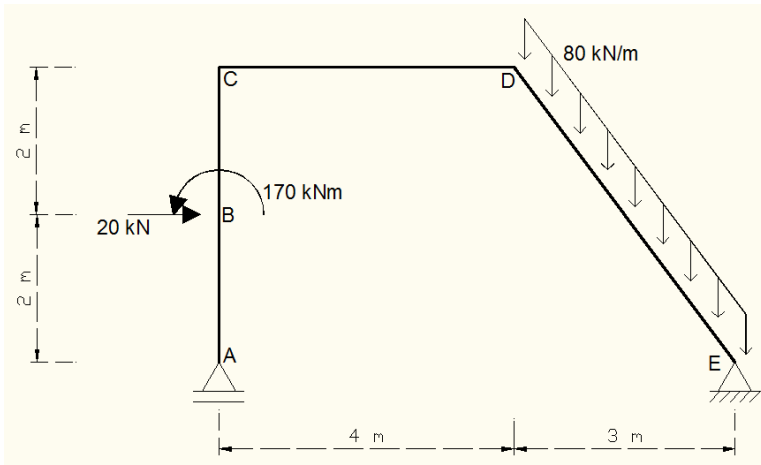


27 - (Franzini, 2014)

Considere o pórtico plano representado na Figura 2a. Traçar os diagramas de força normal, força cortante e momento fletor nos espaços correspondentes.

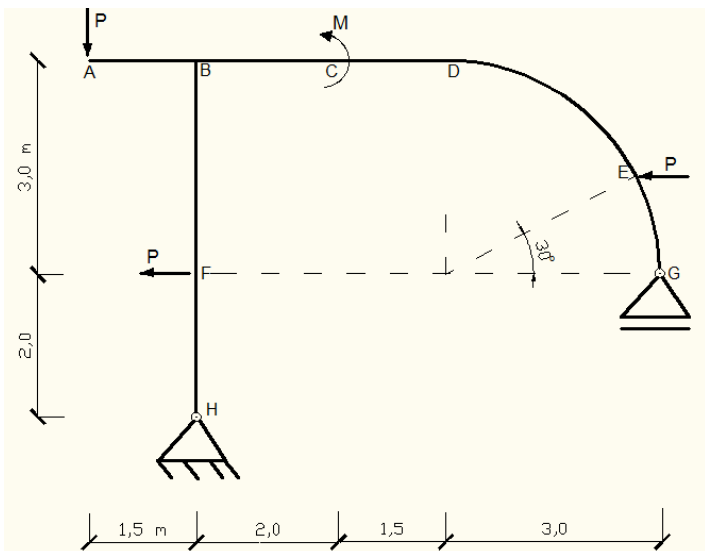


28 - Determinar os diagramas de esforços solicitantes de toda a estrutura plana da figura a seguir. Indicar também a seção em se tem o máximo momento fletor e indicar no diagrama o seu valor.

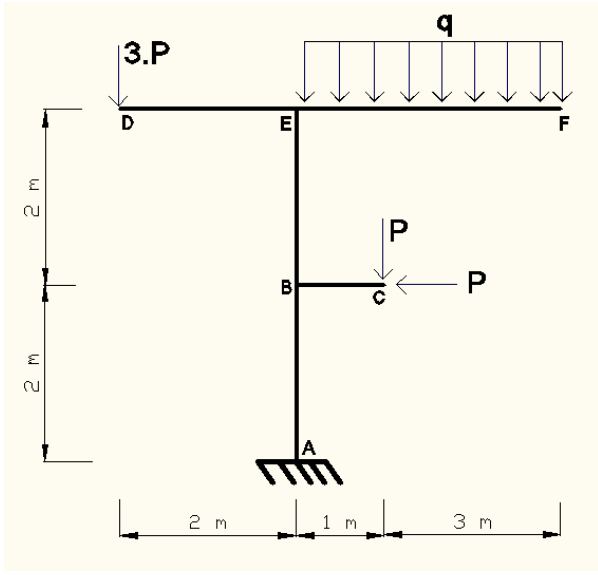


29 - Para a estrutura da figura a seguir, onde o trecho DG é circular de raio 3 m, sabendo-se que a força concentrada vale  $P = 40 \text{ kN}$  e o momento concentrado aplicado no ponto C tem valor de  $M = 20 \text{ kNm}$ , pedem-se:

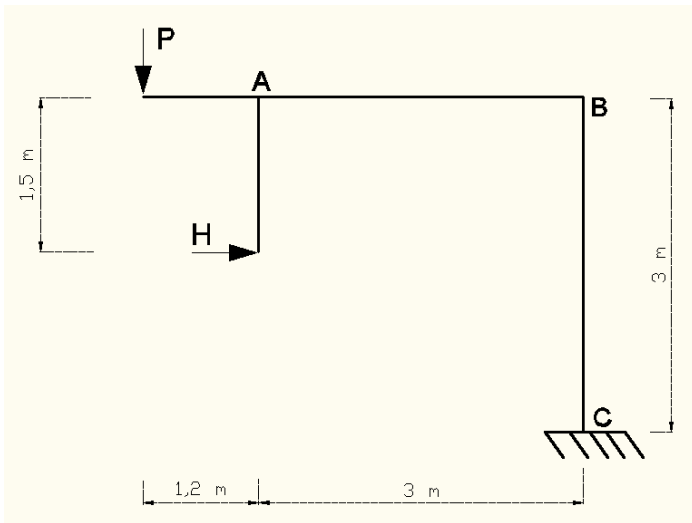
- Diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor para os trechos ABCD e BFH, desenha-los nas figuras indicadas;
- Para a seção  $E_+$  (imediatamente abaixo de E), calcular seus esforços normal, cortante e momento fletor.



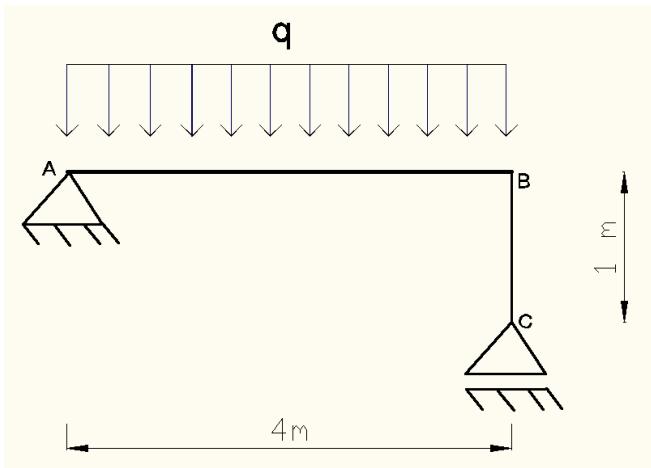
30 Para a estrutura plana a seguir, obtenha os esforços solicitantes para os trechos ABE e DEF. Sabe-se que  $P = 1 \text{ kN}$  e  $q = 1 \text{ kN/m}$ . Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.



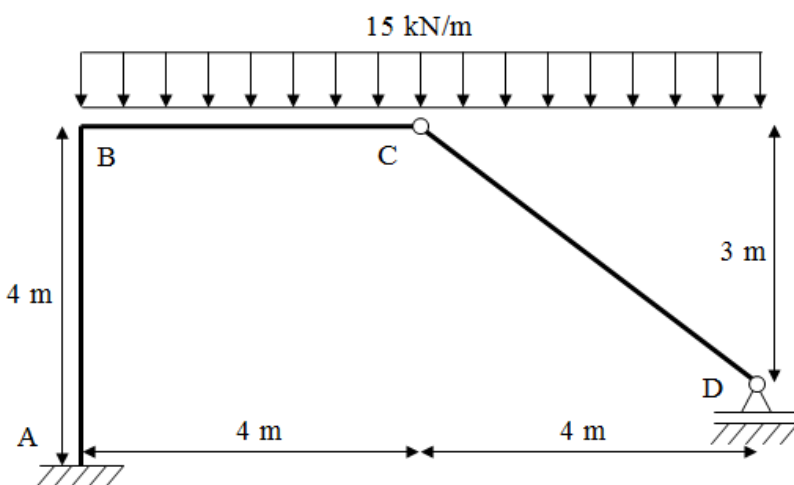
31 - Determinar os esforços solicitantes (N, V e M) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos nos desenhos em destaque. Dados:  $P = 8 \text{ kN}$ ;  $H = 20 \text{ kN}$ .



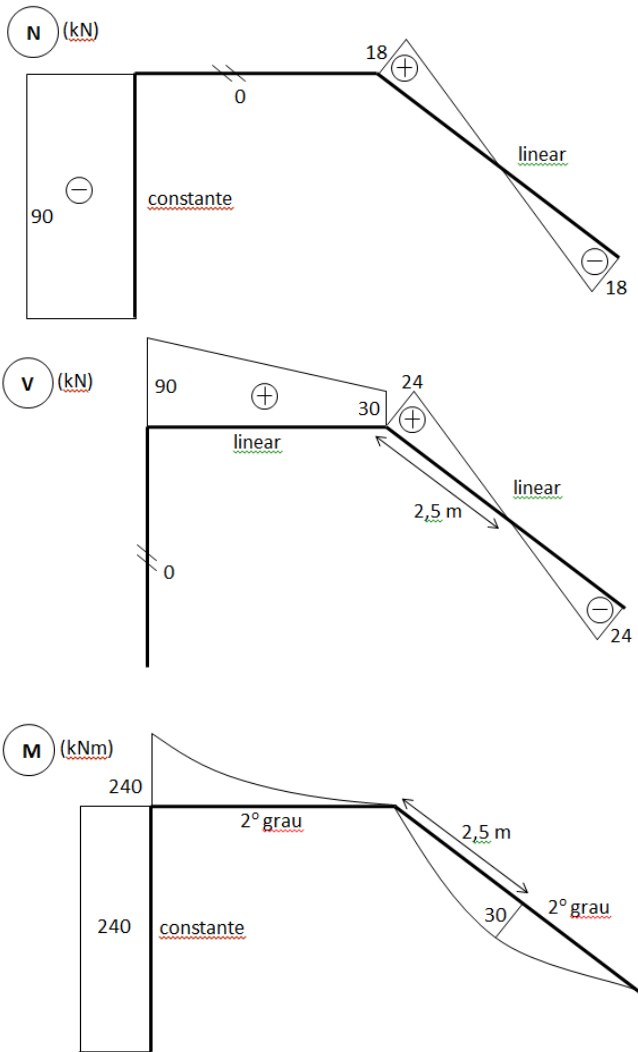
32 - Sabendo-se que  $q = 40 \text{ kN/m}$ , determine os diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor.



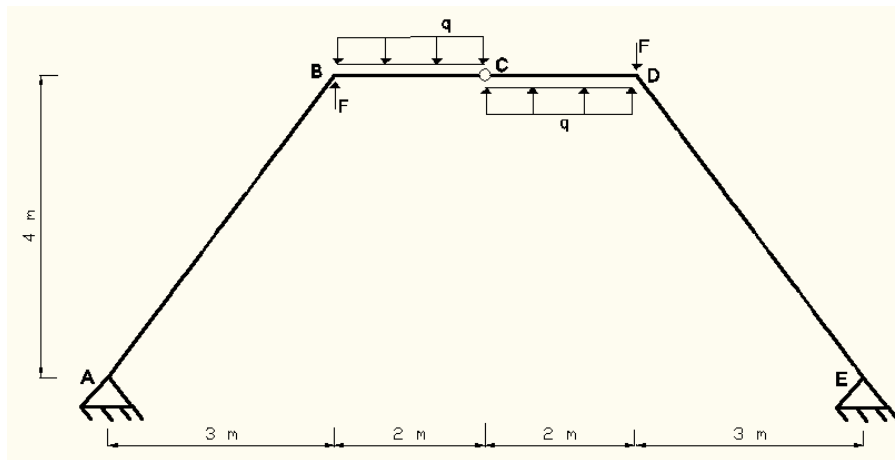
33 – (Dimas, 2013) Esboçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura abaixo.





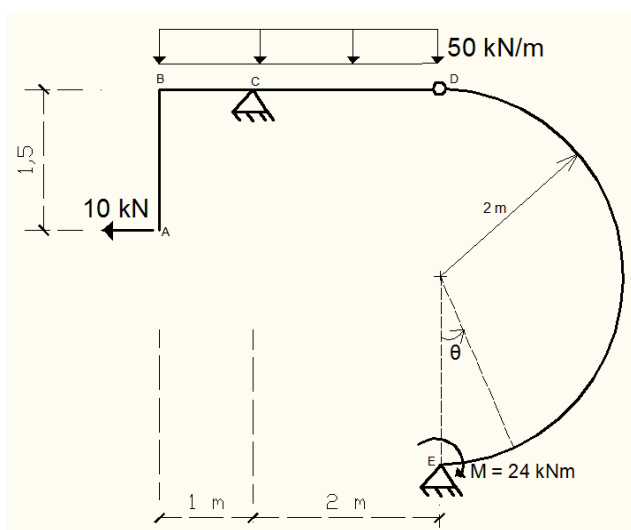


34 - Determinar os esforços solicitantes (M, V e N) no pórtico triarticulado, sob a ação das cargas indicadas. Adote  $q = 30 \text{ kN/m}$  e  $F = 50 \text{ kN}$ . Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos. Apresente os diagramas nos desenhos indicados na resposta.



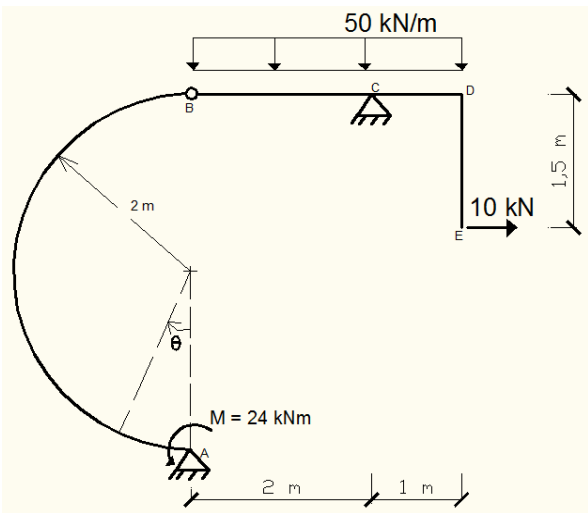
35 - A figura representa uma estrutura rotulada em D e apoios fixos em C e E. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em A e momento concentrado (M) em E, obtenha:

- Reações de apoio;
- Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho ABCD;
- As expressões dos esforços solicitantes, em função de  $\theta$ , do trecho circular DE.

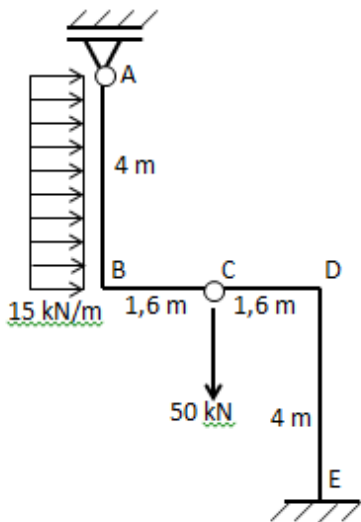


36 - A figura representa uma estrutura rotulada em B e apoios fixos em A e C. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em E e momento concentrado (M) em A, obtenha:

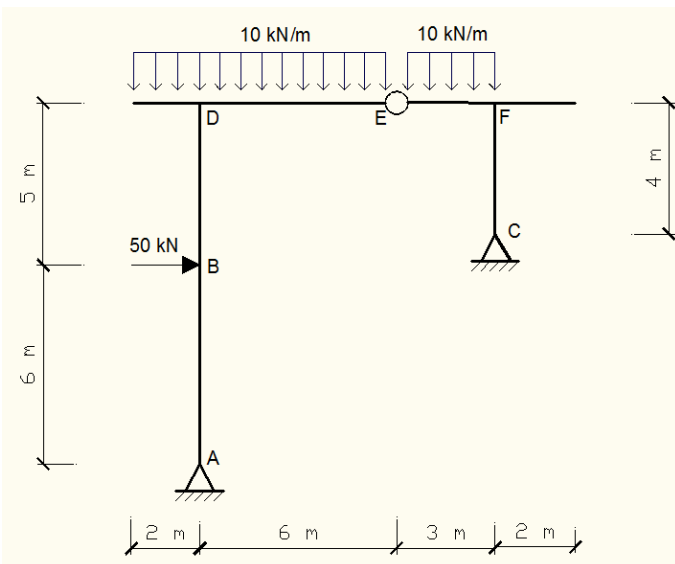
- Reações de apoio;
- Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho BCDE;
- As expressões dos esforços solicitantes, em função de  $\theta$ , do trecho circular AB.



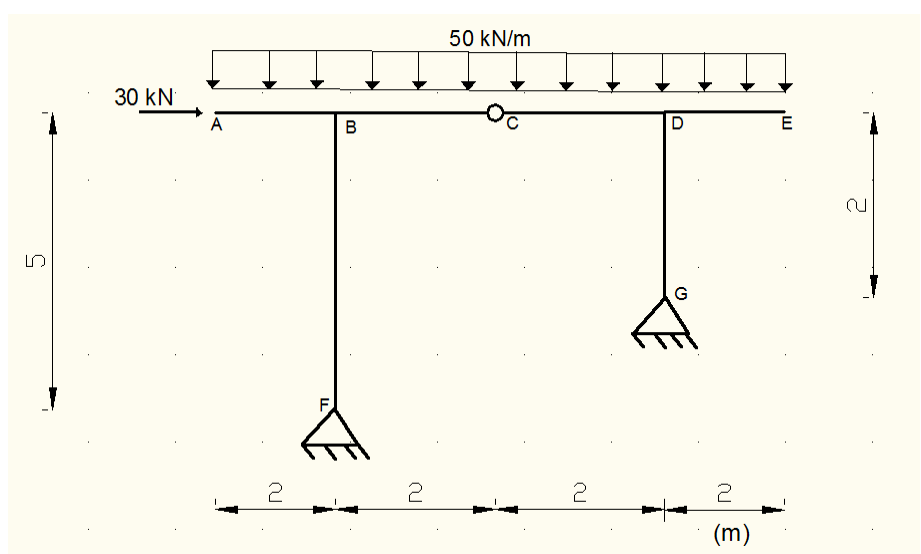
37 – (Dimas, 2012) Considere a estrutura isostática da figura abaixo. Pede-se determinar os diagramas de esforços normais (N), esforços cortantes (V) e momentos fletores (M). Devem ser utilizados os critérios de sinal definidos em sala de aula.



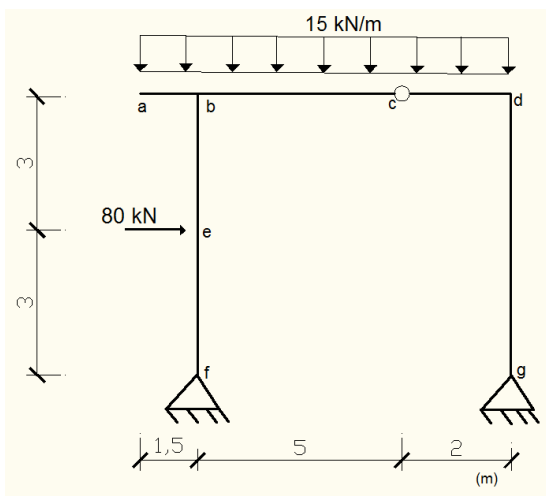
38 - Para o pórtico triarticulado abaixo, determinar os diagramas de momentos fletores, normal e cortante *de todo o pórtico*. Indicar os valores mais relevantes em cada barra.



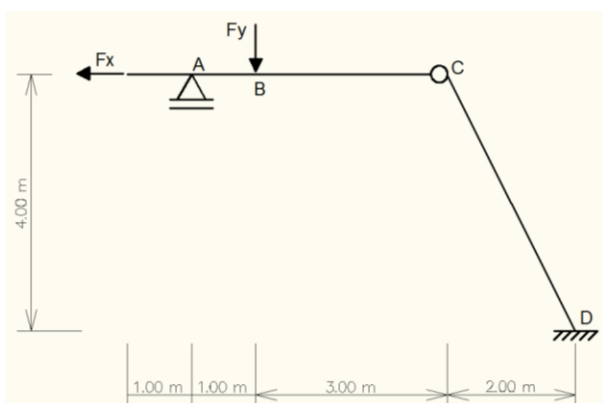
39 - Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes N, V e M, indicando todos os valores relevantes.



40 - Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes N, V e M, indicando todos os valores relevantes.

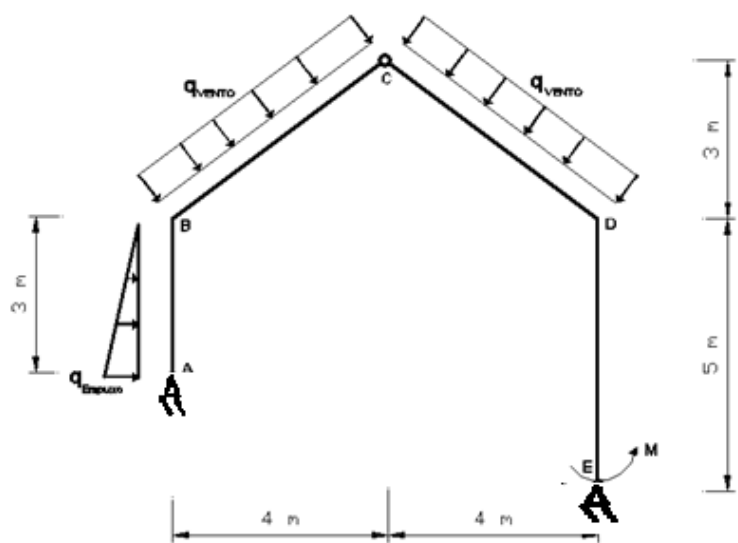


41 - Determinar os esforços solicitantes das normais e momento fletores de todo o pórtico a seguir. Dados:  $F_x = 10 \text{ kN}$ ;  $F_y = 15 \text{ kN}$ . Esboçar os diagramas nas figuras indicadas.



42 - No galpão a seguir, o pilar AB serve também como contenção de terra, sendo a carga do solo atuante uniformemente variável de valor 0 a  $q_{\text{empuxo}} = 2 \text{ kN/m}$ . Nos telhados BC e CD atuam cargas de vento perpendiculares a seus eixos, com valor de  $q_{\text{vento}} = 4 \text{ kN/m}$ . Na base do pilar DE, em uma seção imediatamente acima do apoio E, há um momento aplicado de valor  $M = 5 \text{ kN.m}$ . Escrever as respostas nos espaços indicados, determinando:

- a) Reações nos apoios A e E;
- b) Os diagramas apenas nos trechos CDE, indicando os sinais e pontos relevantes de cada esforço.



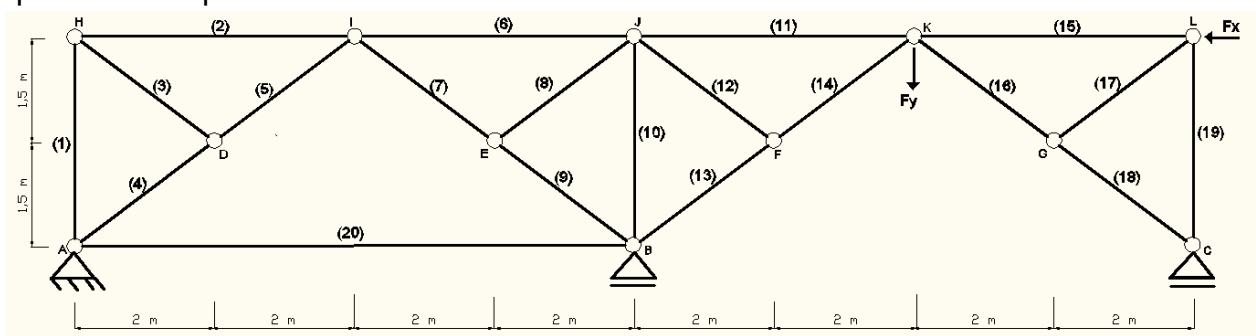
Respostas:

a) Reações:  $A_x = -0,43$        $A_y = 15,61$       ;  $E_x = 2,57$       ;  $E_y = 16,39$

b) Diagramas:

$M_d = -7,85$ ;  $M_{\text{max}_{cd}} = 8,8$ ;

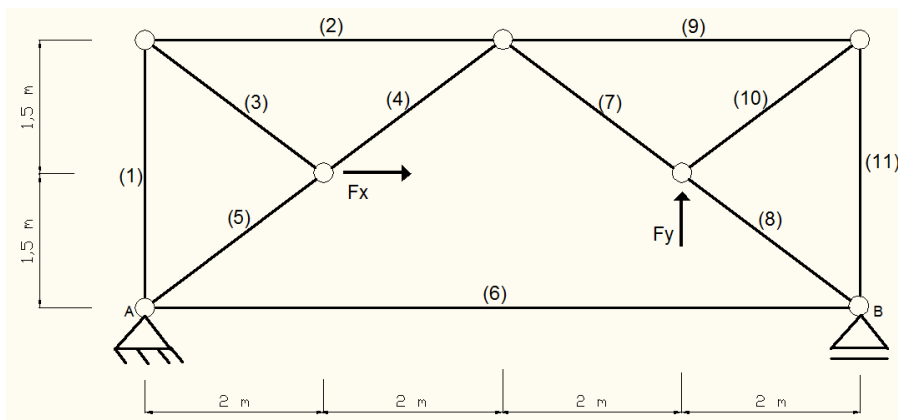
43 - Para a treliça a seguir, determine os esforços normais nas barras (3), (6), (9), (15) e (17). Dados:  $F_x = 10 \text{ kN}$ ;  $F_y = 18 \text{ kN}$ . Indicar cada valor com seu respectivo sinal no quadro de respostas.



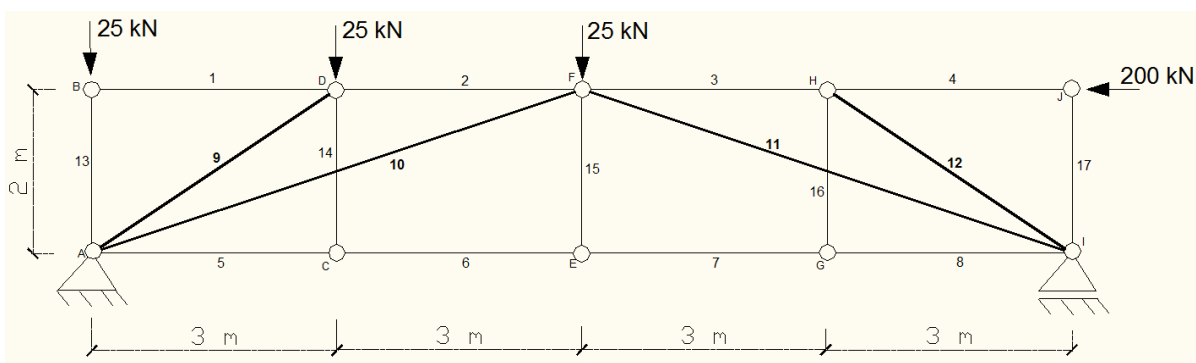
Respostas:

$N_3 = 0$	$N_6 = 14 \text{ kN}$	$N_9 = -8,75 \text{ kN}$	$N_{15} = -10 \text{ kN}$	$N_{17} = 0$
-----------	-----------------------	--------------------------	---------------------------	--------------

44 - Determinar os esforços normais nas barras (3), (6) e (11). Dados:  $F_x = 160 \text{ kN}$ ;  $F_y = 0$ .



45 - Empregando necessariamente o processo do equilíbrio dos nós e/ou o processo de Ritter (ou das seções), determinar as forças normais nas barras 9, 10, 11 e 12 da treliça da figura, indicando claramente se essas forças são de tração ou de compressão. No final, escreva essas normais obtidas no espaço indicado.



Respostas:

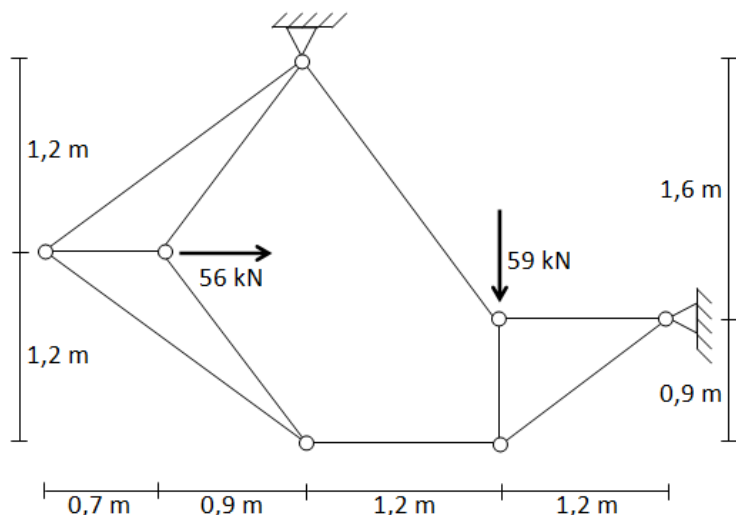
$N_9 = -45,1 \text{ kN (C)}$

$N_{11} = + 46,1 \text{ kN (T)}$

$N_{10} = - 125,17 \text{ kN (C)}$

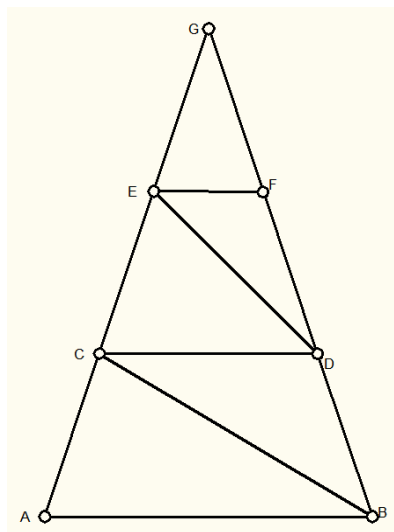
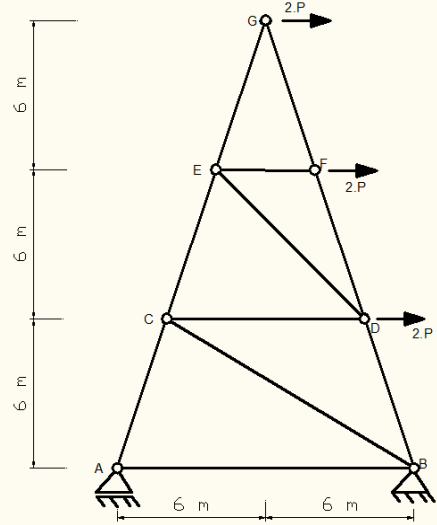
$N_{12} = 0$

46 – (Dimas, 2012) Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN. Deve ser obedecido o critério de sinal apresentado em sala de aula.

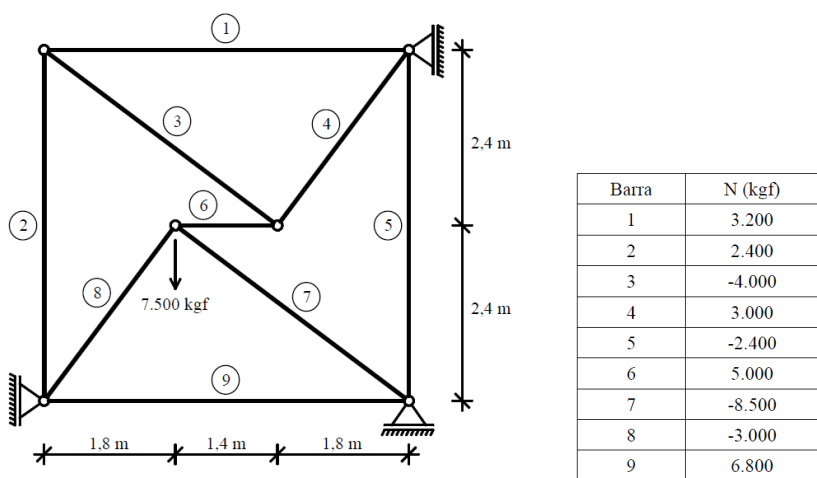


47 a) Determinar os esforços em todas as barras da treliça a seguir, em função de  $P$ . Indicar seus valores no desenho à direita.

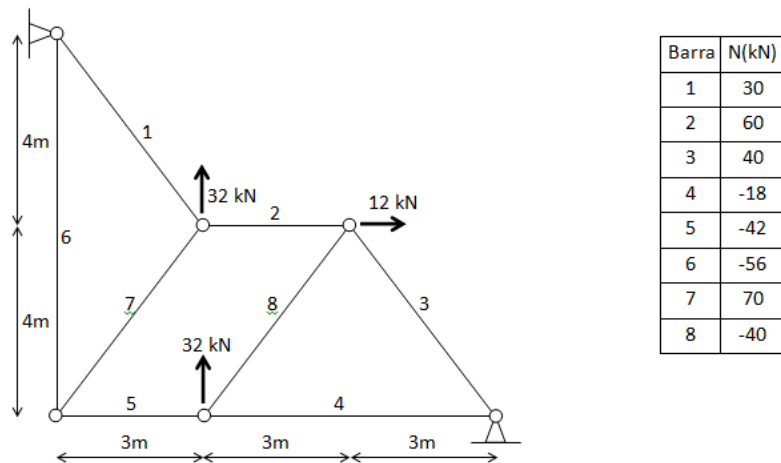
b) Com base nos valores do item a) e sabendo-se que as barras são de mesmo material e área, e que resistem, no máximo, a forças normais de 96 kN à tração e 60 kN à compressão, obtenha o máximo valor de  $P$  que possa ser aplicado ( $P_{max}$ ), para que nenhuma barra tenha valores maiores que os limites indicados.



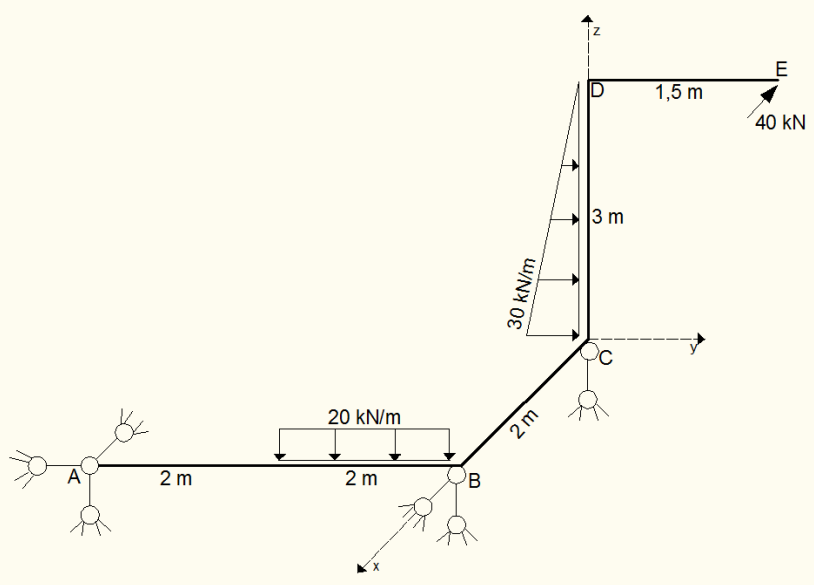
48 – (Brito) Para a treliça a seguir, determine os esforços normais de todas as barras.



49 - Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN.



50 - Determine as reações de apoio da estrutura a seguir. O trecho AB é paralelo ao eixo y, com a força distribuída constante atuando na metade dessa barra e linha de ação da sua resultante é paralela ao eixo z. O trecho BC está contido no eixo x. O trecho CDE está no plano yz, com o carregamento distribuído linearmente atuando em toda a barra CD e resultante paralela ao eixo y. A força concentrada no ponto E possui direção paralela ao eixo x.



Resolução:

$$\sum F_x = 0: A_x + B_x = 40 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0: A_y = 45 \text{ kN} \quad (\leftarrow)$$

$$\sum F_z = 0: A_z + B_z + C_z = 40 \quad (2)$$

$$M_x = d_y \cdot F_z - d_z \cdot F_y$$

$$M_y = d_z \cdot F_x - d_x \cdot F_z$$

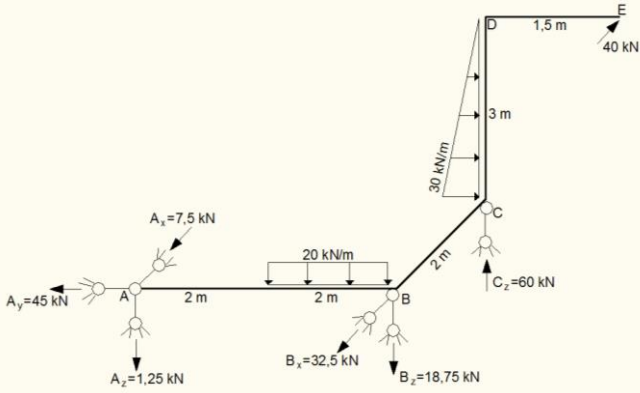
$$M_z = d_x \cdot F_y - d_y \cdot F_x$$

$$\sum M_x = 0: -40 \cdot (-1) + A_z \cdot (-4) - (45) \cdot (1) = 0 \rightarrow A_z = -1,25 \text{ kN}$$

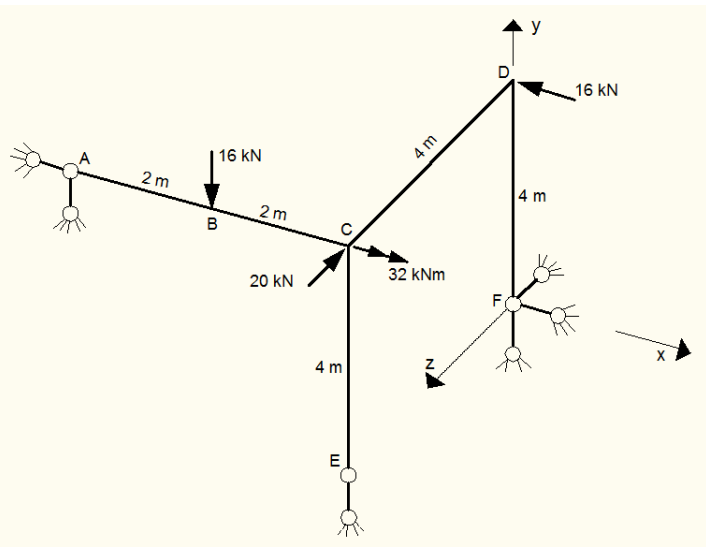
$$\sum M_y = 0: -40 \cdot (3) - [(-40) \cdot (2) + B_z \cdot (2) + A_z \cdot (2)] = 0 \rightarrow B_z = -18,75 \text{ kN}$$

$$\sum M_z = 0: -45 \cdot (2) - [(-40) \cdot (1,5) + A_x \cdot (-4)] = 0 \rightarrow A_x = 7,5 \text{ kN}$$

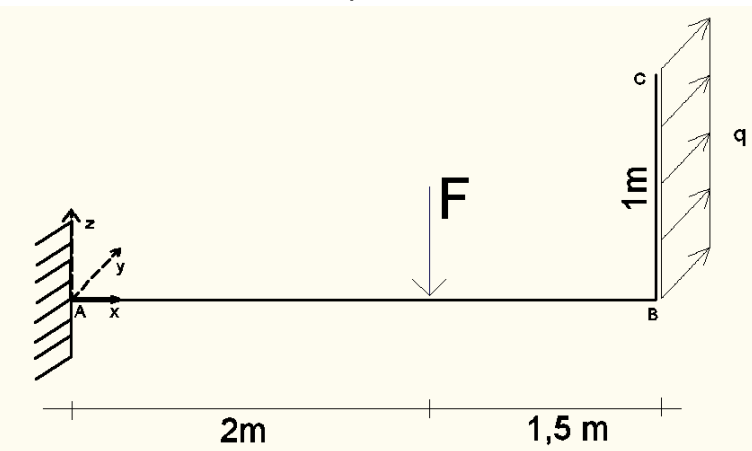
Portanto:  $B_x = 40 - 7,5 = 32,5 \text{ kN}$



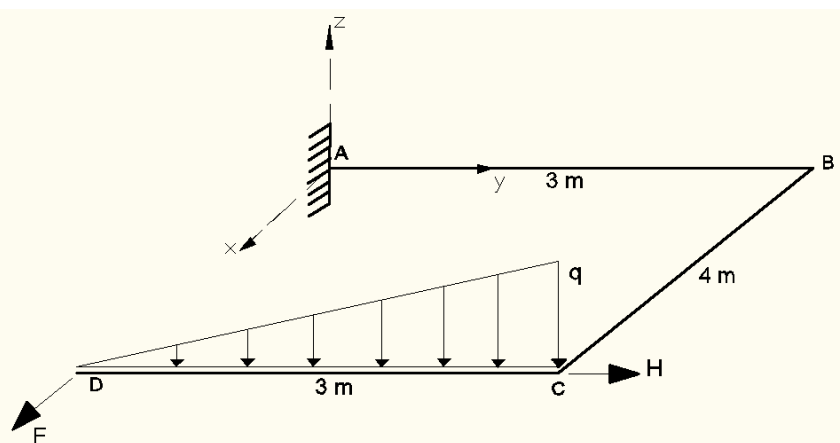
51 - Traçar os esforços solicitantes (N, T, V e M) do pórtico tridimensional nos eixos indicados. As forças concentradas estão aplicadas no ponto B, C e D, bem como o momento concentrado no ponto C e todas estão paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme desenho.



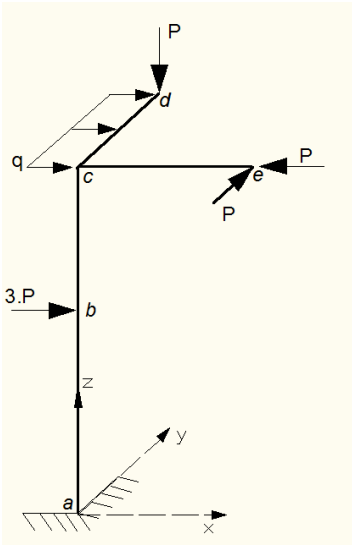
52 - Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas no trecho AB. Os trechos AB e BC são paralelos, respectivamente, aos eixos x e z. Adote a força  $F = 30$  kN que atua na direção z e  $q = 12$  kN/m, paralelo ao eixo y. Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.



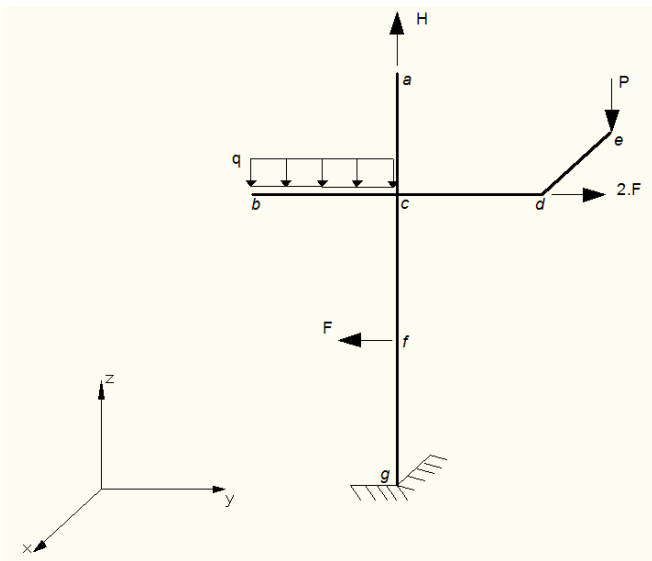
53 - Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas nos trechos AB e BC. Os trechos AB e DC são paralelos ao eixo y, bem como a força  $H = 50$  kN. A barra BC e a força  $F = 70$  kN são paralelas ao eixo x. Na barra DC atua uma carga distribuída linearmente contida num plano paralelo ao plano yz de valor  $q = 25$  kN/m, conforme indicado.



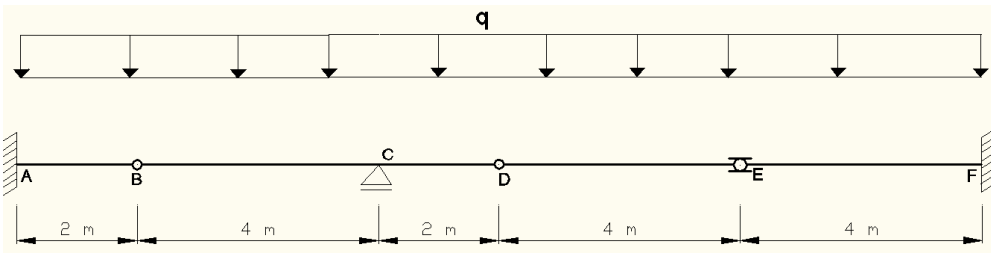
54 - Determinar os esforços solicitantes (M, V, T e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;0), b(0;0;4), c(0;0;8), d(0;3;8), e(2;0;8).  $P = 20$  kN;  $q = 10$  kN/m.



55 - Determinar os esforços solicitantes (M,V, T e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;30), b(0;-12;24), c(0;0;24), d(0;12;24), e (-10;12;24), f(0;0;12) e g(0;0;0).  $H = P = 180$  kN;  $F = 120$  kN;  $q = 12$  kN/m.

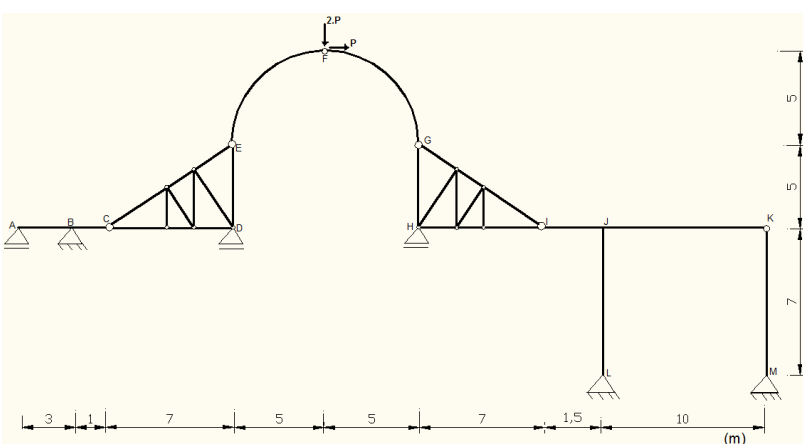


56 - Para a viga Gerber a seguir, sabendo-se que a carga distribuída é igual a 2 kN/m, determine as reações de apoio e os diagramas de esforços cortante e momento fletor de toda a viga. Indique os valores de extremos dos momentos. Esquematize os valores no desenho da resposta.



57 - Para a estrutura associada a seguir, pedem-se:

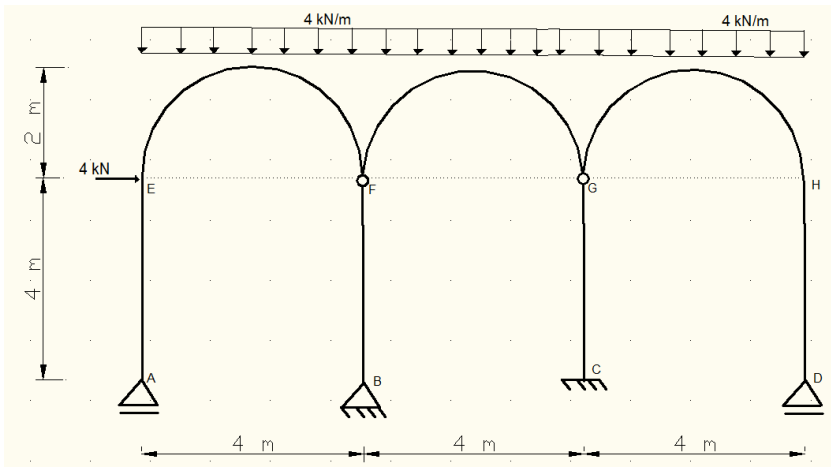
- Decompor a estrutura associada nas subestruturas que a compõem;
- Obtenha os carregamentos que atuam em cada subestrutura;
- Diagramas de forças normais e de momentos fletores nos pilares LJ e MK e na viga IK. Dado:  $P = 10$  kN.



58 - Para a estrutura associada abaixo, determinar:

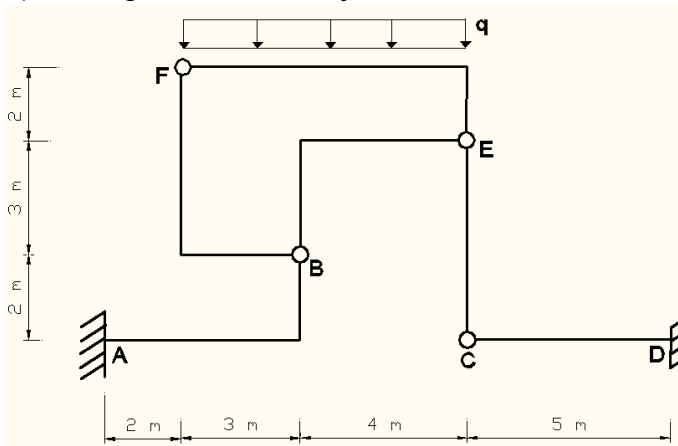
- As subestruturas que a compõem com seus respectivos nomes;
- As reações em A, B, C e D;

- c) Diagramas de esforços normais e de momentos fletores dos pilares AE, BF, CG e DH.



59 - Na estrutura associada da figura, com a força uniformemente distribuída de 10 kN/m aplicada conforme indicado, determine:

- a) as subestruturas e as suas denominações;  
 b) o diagrama de esforço normal e de momento fletor nos trechos AB e CD.



60 - A viga de uma ponte possui peso próprio de  $g = 25 \text{ kN/m}$ , carga móvel de  $p = 15 \text{ kN/m}$  e um veículo-tipo indicado a seguir. Ela deve ser dimensionada para a passagem do veículo-tipo com segurança. Sabe-se que a ponte deve resistir a um cortante máximo em módulo de 350 kN, e que o momento máximo e mínimo não devem exceder a 1000 kN.m e 450 kN.m, respectivamente, ambos indicados em módulo. Obtenha o máximo valor da carga por eixo -  $P_{\max}$  - para que ela trabalhe com segurança.

Avalie apenas o cortante máximo em módulo e o momento mínimo na seção  $S_2$  e o momento máximo em  $S_1$ .

Indicar explicitamente todas as passagens de cálculo e o valor de  $P_{\max}$  no espaço indicado na resposta.

