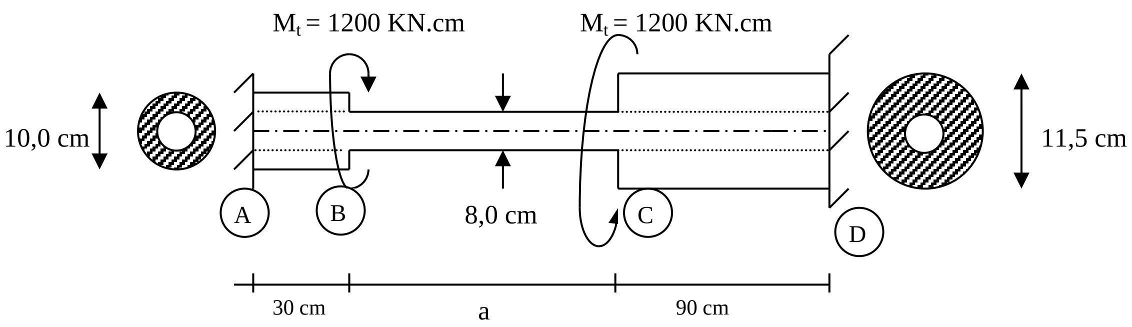
São Paulo, dezembro de 2015.

1) a. Determinar a dimensão “a” de modo a se ter a mesma tensão de cisalhamento máxima nos trechos B-C e C-D.

b. Com tal dimensão pede-se a máxima tensão de cisalhamento no trecho A-B.



Respostas:

$$a = \frac{189739{,}20.(11{,}5^4 - 8^4)}{8^3.11{,}5.3924{,}04} = 110cm$$

para a = 110 cm, o momento torçor e a tensão no trecho A-B é dada por:

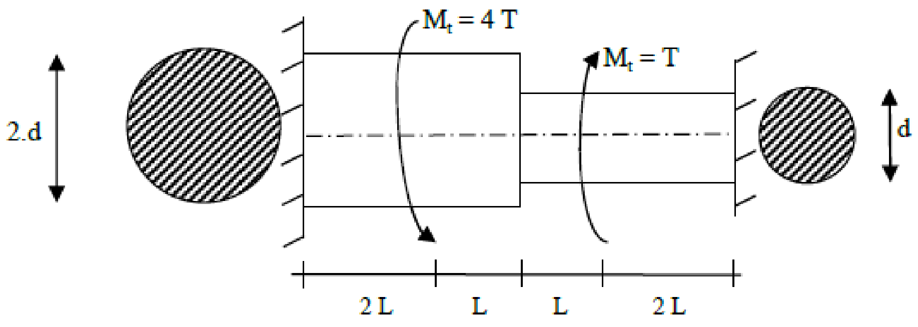
$$R = 833{,}7 KNcm$$
$$\tau_{A\text{-}B} = 7{,}14 \text{ KN/ cm}^2$$

2) Determinar diagramas de:

a. Momento torçor;

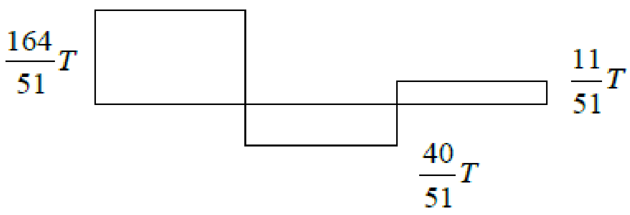
b. tensões de cisalhamento máximas (módulos);

c. Ângulos de rotação. Também é conhecido G.

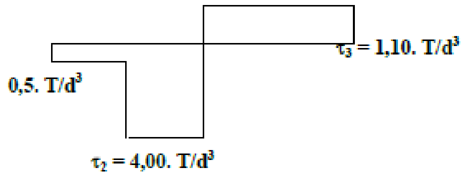


Respostas:

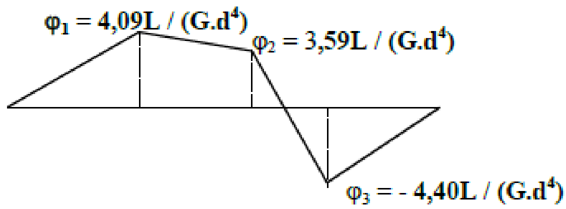
momento torçor



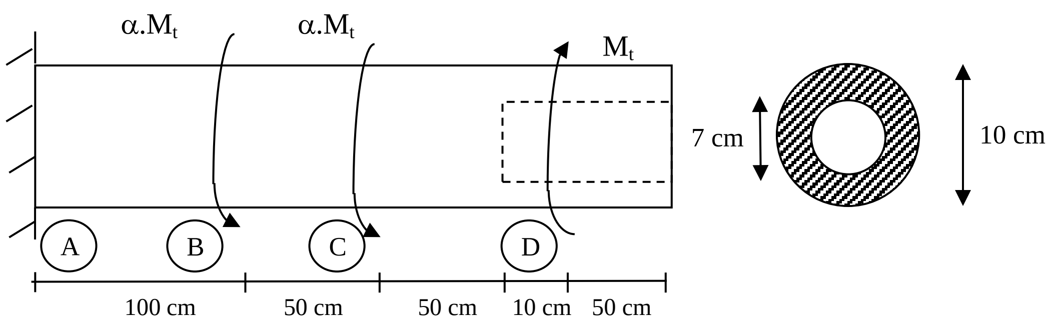
tensões:



Giros:



3) Pede-se determinar o valor do parâmetro " α " nos seguintes casos: a) para que o giro da seção B seja nulo ($\phi_B = 0$); b) para que o giro da seção D venha a ser nulo ($\phi_D = 0$).



Respostas:

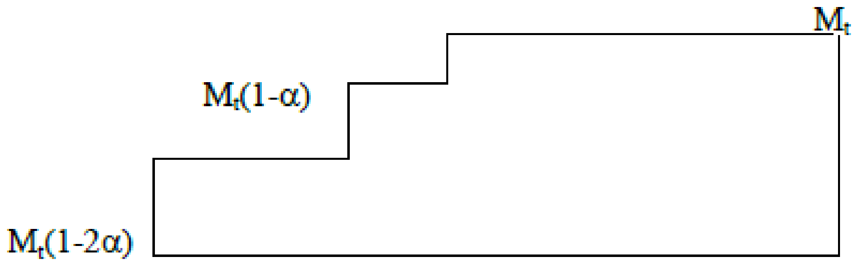
a) Para que o giro em B seja zero:

$$\varphi_B = \frac{M_t(1-2.\alpha).100}{G.J} = 0 \longrightarrow \alpha = 1/2$$

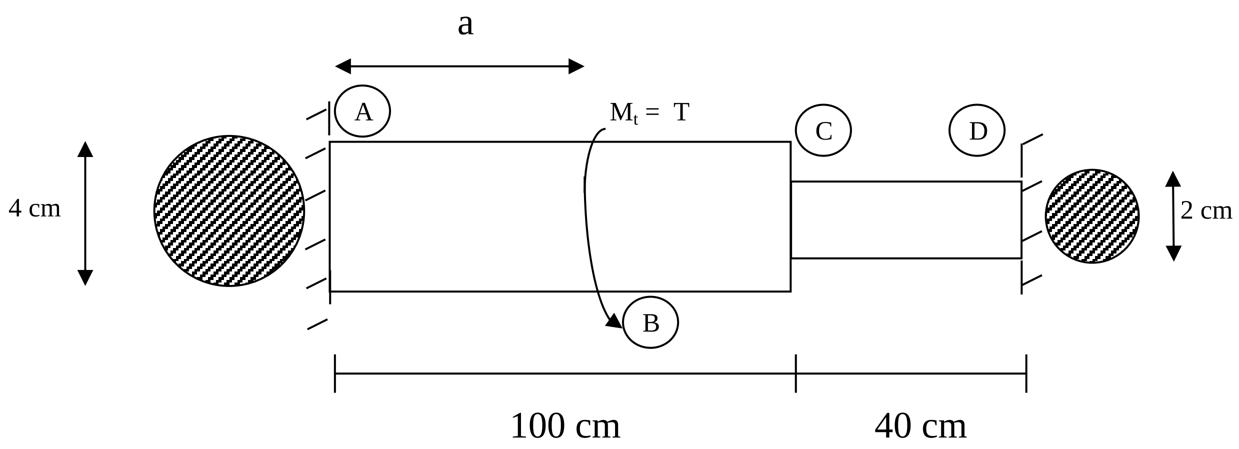
b) Para que o giro em D seja zero:

$$\varphi_D = \frac{32.M_t(1-2.\alpha).100}{G.\pi.10^4} + \frac{32.M_t(1-\alpha).50}{G.\pi.10^4} + \frac{32.M_t.50}{G.\pi.10^4} + \frac{32.M_t.100}{G.\pi.(10^4-7^4)} = 0 \longrightarrow$$

$$\alpha = \frac{6{,}632}{5} = 1{,}33$$



4) Calcular qual deve ser a posição (a = ?) da carga torçora (T) para que as tensões de cisalhamento máximas nos trechos AB e CD sejam iguais.



Resposta:

Por equilíbrio:

$$\frac{32.(R+T).a}{\pi.G.4^4} + \frac{32.(R).(100-a)}{\pi.G.4^4} + \frac{32.(R).40}{\pi.G.2^4} = 0$$

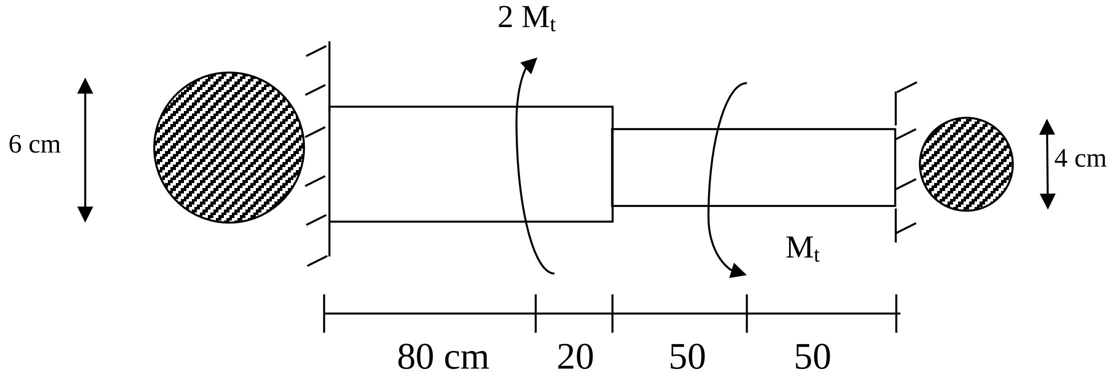
$$R = \frac{-T}{740}a$$

Para que as tensões de cisalhamneto sejam iguais nos trechos AB e Cd é necessário então:

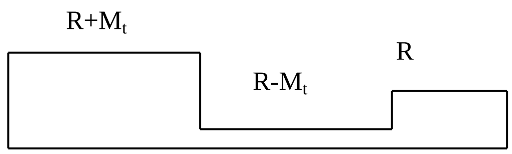
$\tau_{AB} = \tau_{CD}$, assim

$$\frac{16.(\frac{740-a}{740}T)}{\pi.4^3}=\frac{16.(\frac{T.a}{740})}{\pi.2^3}\longrightarrow a=\frac{740}{9}=82{,}2cm$$

5) Para o eixo indicado, pede-se o valor admissível do momento M_t (torque) sabendo-se que $\bar{\tau}=10$ KN/cm². Pede-se ainda, para esse valor de M_t, o giro máximo, indicando a seção onde ocorre.
Dado G = 8000 KN/cm²



Resposta:
O diagrama de corpo livre fica:

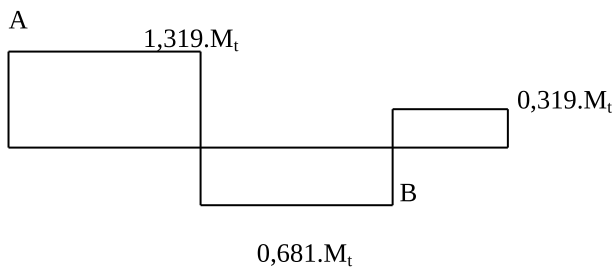


Por equilíbrio:

$$(\frac{32}{\pi.8000}).(\frac{(R+M_t).80}{6^4}+\frac{(R-M_t).20}{6^4}+\frac{(R-M_t).50}{4^4}+\frac{(R).50}{4^4})=0\longrightarrow$$

$$R=0{,}319M_t$$

Assim, o diagrama do momento torçor é dado por:



Verificar onde ocorre tensão máxima nos trechos A e B, pois em A é onde tem-se o maior esforço e em B, onde tem-se um diâmetro menor que o de A.

Em A:

$$J = \frac{\pi . d^4}{32}$$

$$\tau = \frac{M_t r}{J} = \frac{16.M_t}{\pi . d^3} = \frac{16.1{,}319.M_t}{\pi . 6^3} \le 14 \longrightarrow M_t \le 450{,}30 \text{ KN.cm}$$

Em B:

$$J = \frac{\pi . d^4}{32}$$

$$\tau = \frac{M_t r}{J} = \frac{16.M_t}{\pi . d^3} = \frac{16.0{,}681.M_t}{\pi . 4^3} \le 14 \longrightarrow M_t \le 258{,}19 \text{ KN.cm}$$

Portanto:

M_t = 258,19 KN.cm

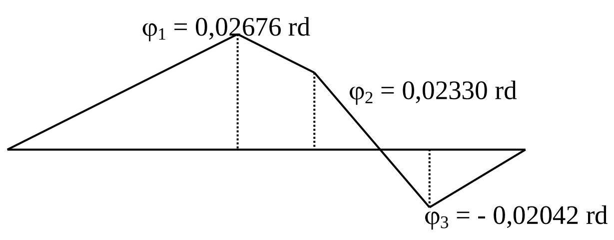
O giro é dado por:

$$\varphi = \frac{M_t L}{G.J}$$

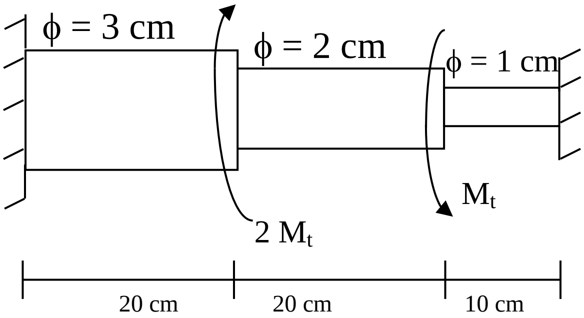
$$\varphi_1 = \frac{32.1{,}319.258{,}19.80}{8000.\pi.(6)^4} = 0{,}02676 \text{ rd}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{32.(-0{,}681.258{,}19).20}{8000.\pi.(6)^4} = 0{,}02330 \text{ rd}$$

$$\varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 + \frac{32.(-0{,}681.258{,}19).50}{8000.\pi.(4)^4} = -0{,}02042 \text{ rd}$$

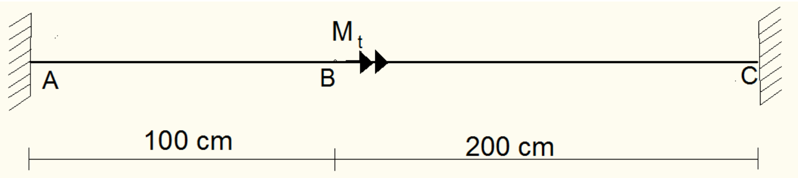


6) Para o eixo indicado pede-se o momento torçor M_t admissível, sabendo-se que: $\bar{\tau} = 10$ KN/cm^2



Resposta:M_t = 17,20 KN.m

7) Um eixo de seção circular cheia, com diâmetro de 8 cm, está engastado em ambas as extremidades e submetido a um momento de torção com posição e sentido conforme figura abaixo. Pede-se determinar o máximo valor de momento torçor (M_t), sabendo-se que a tensão tangencial na seção transversal não deve ultrapassar, em módulo, 10 kN/cm^2. Com o valor de M_t obtido, calcule o giro da seção B. Use G = 8000 kN/cm^2.



Resposta: M_t = 1508 kN cm. $\theta_B = 0{,}0313\ rad$

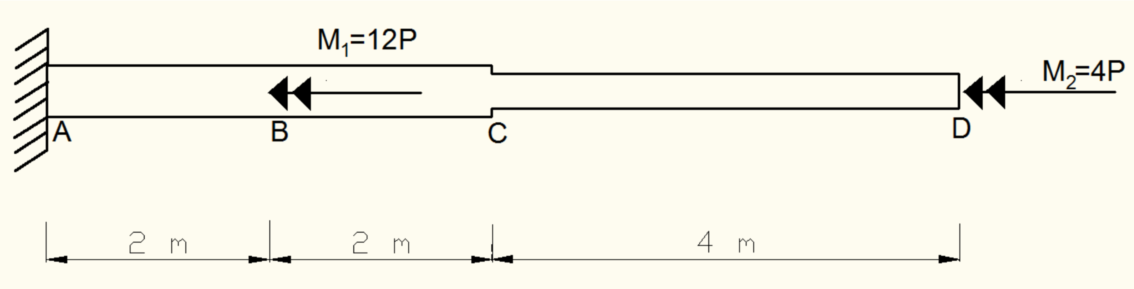
8) Para o eixo a seguir submetido aos momentos de torção indicados, obtenha:

a) O maior valor admissível de P;

b) Para o P obtido no item anterior, calcule a rotação em D;

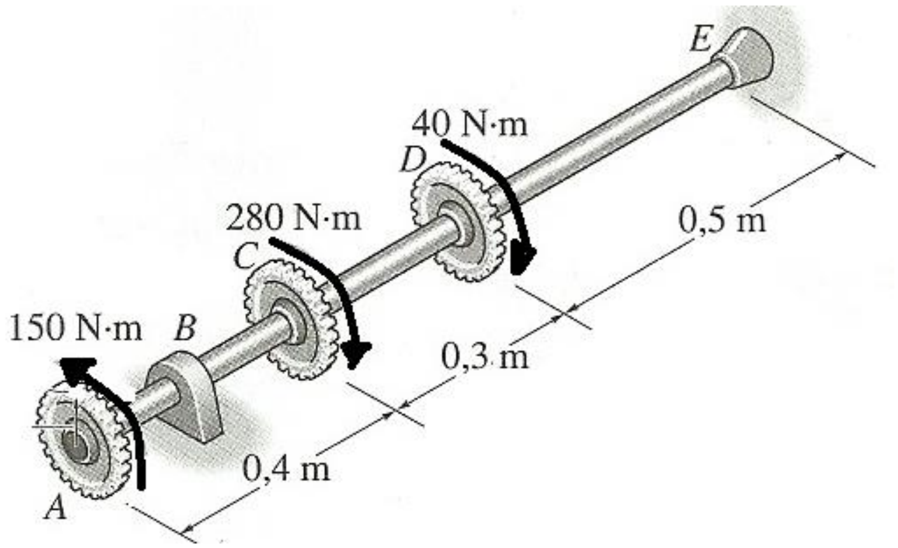
Adote: G = 800 kN/cm^2; tensão de cisalhamento admissível = 1 kN/cm^2

Diâmetro do trecho AC = 8 cm; Diâmetro do trecho CD = 4 cm.



Resposta: P = 3,14 kN; b) Rot_d = -0,289 rad.

9) As engrenagens acopladas ao eixo de aço com a extremidade E fixa estão sujeitas aos torques mostrados na figura. Supondo que o módulo de elasticidade transversal seja de 80 GPa e o eixo tiver diâmetro de 14mm, determinar a máxima tensão cisalhante da estrutura e a rotação do eixo em A. O eixo gira livremente dentro do mancal em B.

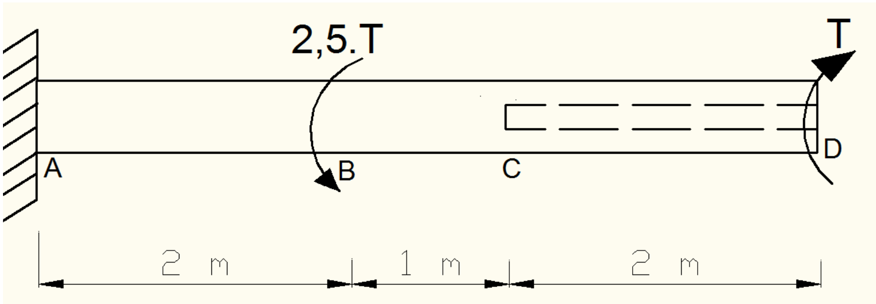


Resposta:

τ_{max} = 315,6 MPa

θ_A = - 0,212 rad

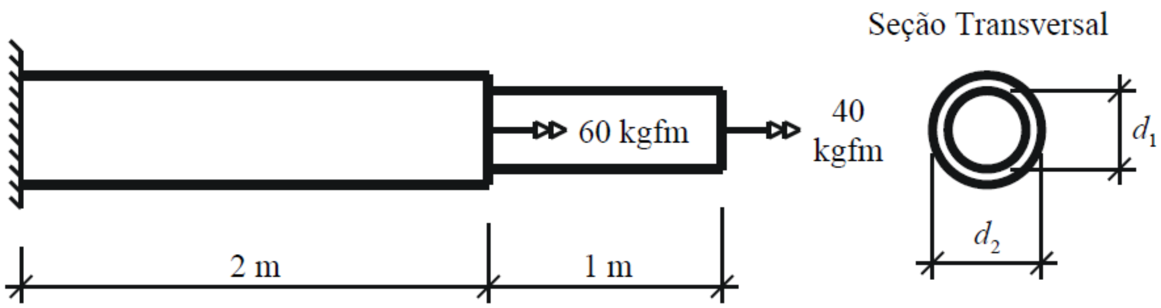
10) Calcular o valor admissível do momento torçor T considerando-se os sentidos indicados na figura. Para este valor, verificar se existe alguma seção, além do engaste, com giro nulo. Caso exista, determinar sua posição. Dados: τ_{adm} = 150 MPa, G = 8000 kN/cm^2. Diâmetro do trecho AC = 5cm; Trecho CD é de uma seção vazada de diâmetro interno de 3cm.



Resolução:
T = 245,4 kN.cm. A posição a 4,74 m do engaste possui giro nulo.

11) Achar os diâmetros d_1 e d_2.

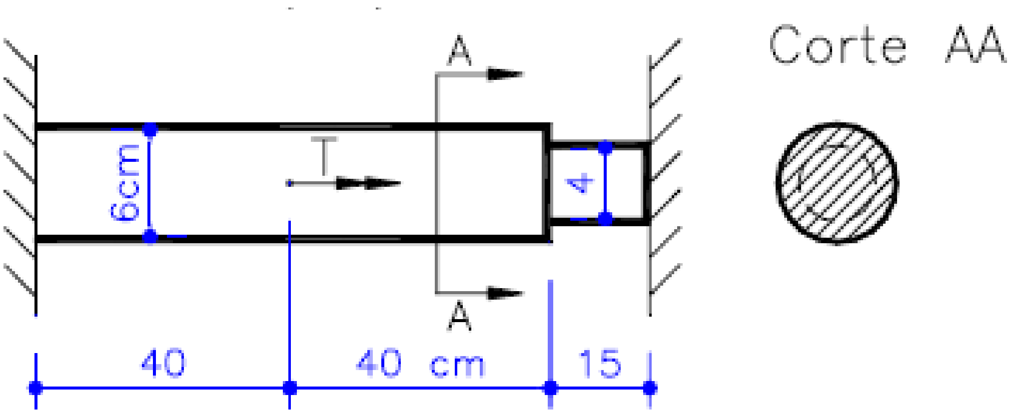
São dados: $\begin{cases} \bar{\tau} = 800 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (tensão admissível ao cisalhamento)} \\ G = 210 \text{ GPa (módulo de elasticidade transversal)} \end{cases}$



Respostas:

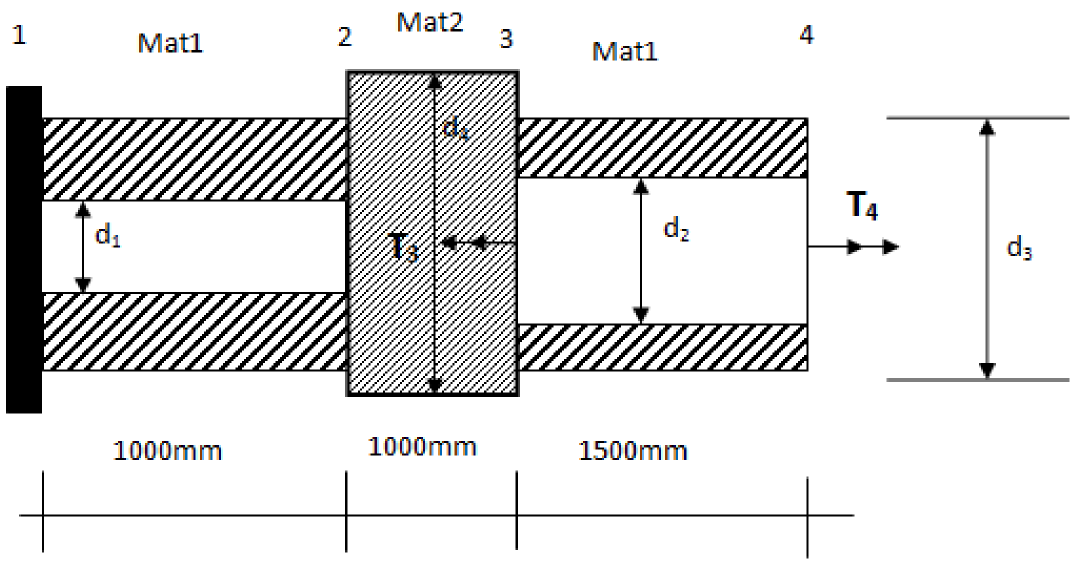
$$d_1 = 2,95 \text{ cm} \quad ; \quad d_2 = 4,00 \text{ cm}$$

12) Calcular o valor máximo do momento T aplicado sabendo-se que o material suporta no máximo uma tensão de cisalhamento de $\tau_{máx}$ de 10 kN/cm^2.

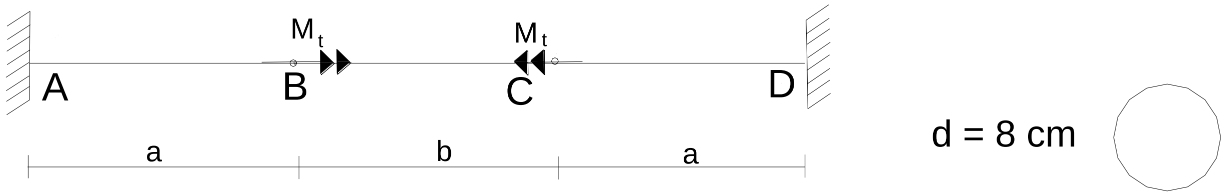


Resposta: Tmáx = 489,0 kN.cm.

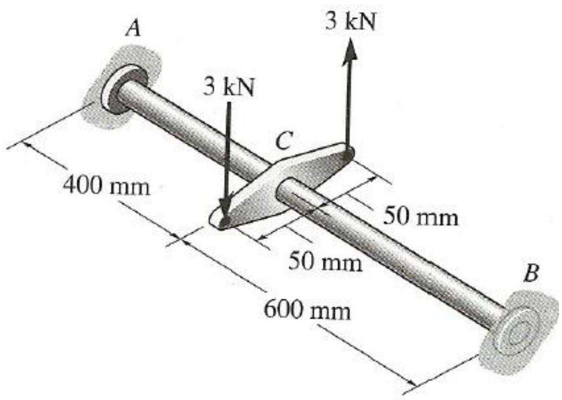
13) Determine o diâmetro d_4 do eixo formado por dois materiais Mat1 e Mat2, para que a rotação na seção 4 seja nula. O eixo esquematizado na figura tem carregamentos T_3=250kN*m atuando na seção 3 e T_4=100 kN*m atuando na seção 4, engastado na extremidade 1. Considerar d_1 = 90mm, d_2= 120mm, d_3= 180mm; com G_{mat1}= 56 GPa e G_{mat2}= 70 GPa. Considerar também que o eixo no tramo 2-3 é maciço e os trechos 1-2 e 3-4 são vazados, com diâmetro interno de d_1 e d_2, respectivamente, e diâmetro externo de d_3. Determinar também a tensão máxima de cisalhamento do eixo.



14) Considere-se um eixo biengastado, com momentos torçores M_t aplicados nos pontos B e C, veja figura. Admitindo-se que o valor de G = 10 000 kN/cm^2 , determinar a relação a/b para que a capacidade do eixo seja máxima. Para a relação a/b obtida e sendo a tensão de cisalhamento admissível igual a 10 kN/cm^2, determinar o valor de M_t.

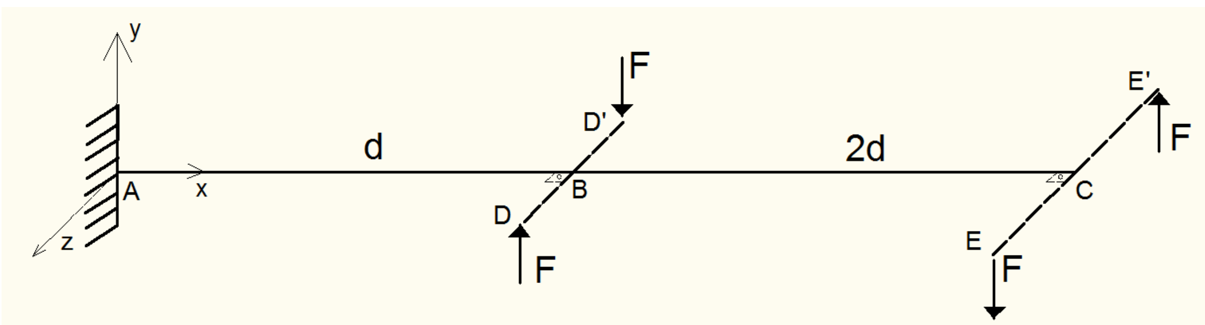


15) O eixo de aço tem diâmetro de 40mm e suas estremidades A e B são fixas. Se ele for submetido ao conjugado de forças, conforme desenho, qual será a tensão máxima de cisalhamento para as regiões AC e CB. Com essas tensões e sabendo que $\bar{\tau} = 10$ MPa, indique o coeficiente de segurança da estrutura.



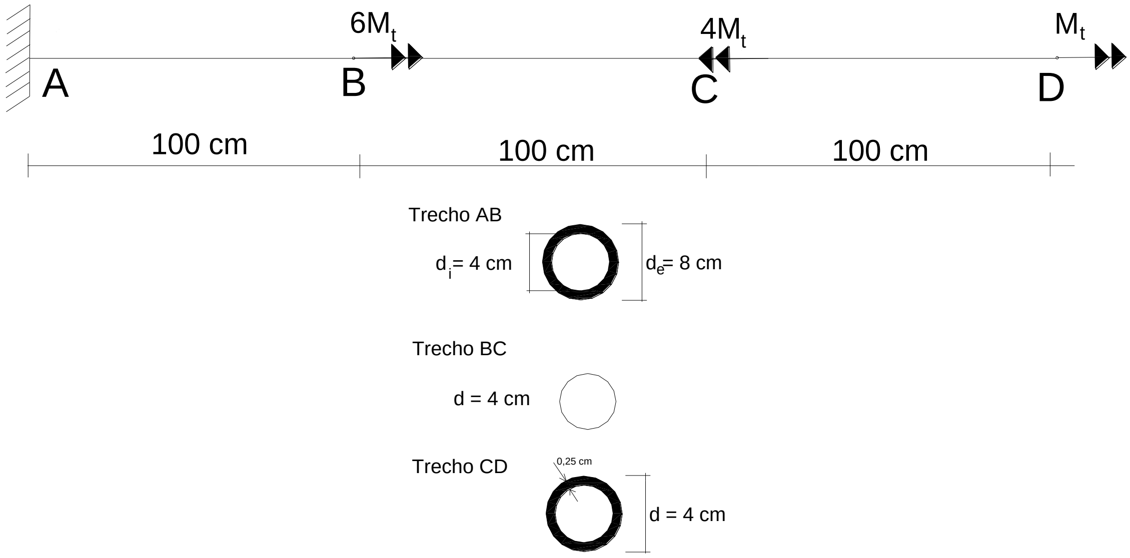
Resposta: τ_{AC} = 14,32 Mpa; τ_{CB} = 9,55 Mpa; s = 0,7

16) A barra reta AC está no plano xy com seção transversal circular maciça de diâmetros “d” e “2d”, respectivamente, nos trechos AB e BC. Nos pontos B e C estão ligadas perpendicularmente à barra AC as barras rígidas DD’ e EE’ de comprimento, respectivamente, de 20 cm e 30 cm. Ou seja, as barras DD’ e EE’ estão contidas no plano yz. Determine o máximo valor de “d”, sabendo que F = 10 kN e $\tau_{adm} = 1\ MPa$.



Resposta: d = 17 cm.

17) Para o eixo ilustrado na fig. 9.7, considerando-se uma tensão cisalhante admissível de valor 10 kN/cm^2 e G = 10 000 kN/cm^2, determinar o maior valor de torção de referência que se pode aplicar e o diagrama de giro ao longo da mesma.



Resposta: M_t = 41,89 kN cm. $\theta_B = (1/300)rad$, $\theta_C = (-14/300)rad$, $\theta_D = (-4/300)rad$

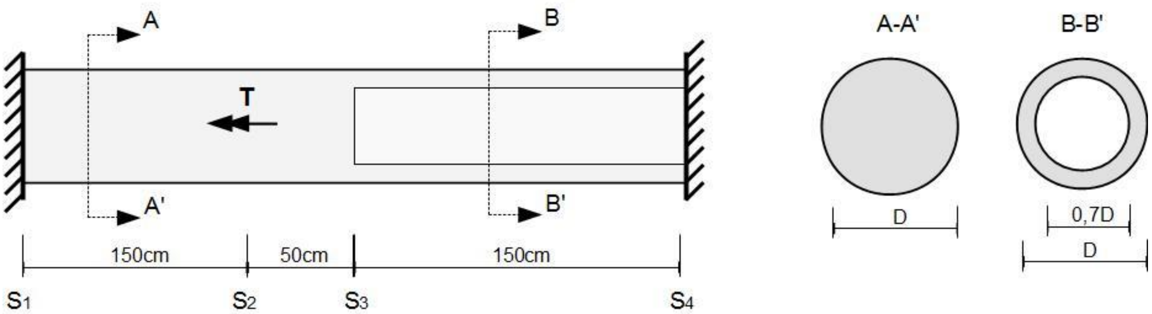
18) Para a estrutura submetida ao momento torçor T abaixo, pede-se:

a) Diagrama de momento torçor;

b) Tensão de cisalhamento máxima no trecho entre as seções S2 e S3.

c) Rotação da seção S3 em relação à seção S4.

Dados: T = 100 kN.m, D = 10 cm. G = 8000 kN/cm²



Respostas:

a) Ts1 = -241,4 kNcm; Ts4 = 9758,6 kN.cm

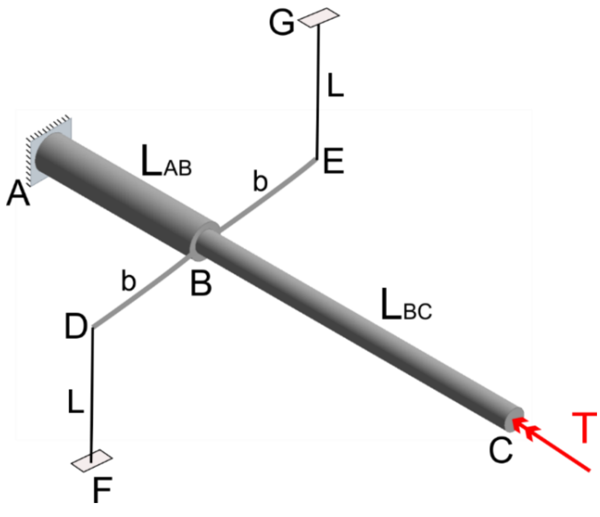
b) Tau = 49,7 kN/cm^2

c) Rotc = 0,245 rad

19. (Alfredo Gay) A figura ilustra um sistema formado por um eixo composto por dois segmentos AB e BC de mesmo material. O comprimento entre A e B vale "L_{AB}" e entre B e C vale "L_{BC}". O ponto A se encontra engastado. No ponto C é aplicado um torque "T" com o sentido indicado na figura. No ponto B estão fixadas no eixo duas barras rígidas DB e BE, ambas com comprimento "b". Nas pontas dessas barras existem dois fios com rigidez axial "EA" e comprimento "L", ortogonais às barras. Os fios estão localizados entre os pontos D e F, e E e G. Os pontos F e G encontram-se fixos. O diâmetro do eixo no trecho AB é "D_{AB}".

Pede-se:

a).Escrever a equação de equilíbrio para o eixo ABC, em função do torque reativo no engaste "T_A" e do torque "T_B" atuante no ponto B pelo sistema de barras rígidas e fios. Fazer o diagrama de momento de torção no eixo em função de "T_A", "T_B" e "T".
b) Calcular "T_A" e "T_B", bem como a rotação do ponto B "θ_B" com os valores numéricos fornecidos abaixo.
c) Determinar a medida do diâmetro do eixo circular maciço no trecho entre os pontos B e C para que a rotação do ponto C "θ_C" seja menor do que 1,5°.
d) Se o material do eixo suporta tensão de cisalhamento máxima de 50MPa, o diâmetro determinado no item anterior pode ser utilizado? Justifique todas as respostas com cálculos.



20. (Franzini) A suspensão de um veículo por barra de torção (barra AC) está esquematizada na Fig 1 abaixo. As rodas (não representadas) são acopladas nos pontos D e E pertencentes à barra rígida DE de comprimento $2r$, enquanto que a extremidade A está engastada. Ao passar por um obstáculo, o desnivelamento vertical (na direção do eixo z) entre as rodas D e E é dado por $2d$ e solicita a barra AC em torção (ver Fig 2). A barra AC possui seção transversal circular vazada de raio externo constante e igual a R, comprimento L e é escalonada em dois trechos, AB e BC (ver Fig 3). O trecho AB possui momento de inércia polar (momento de inércia à torção) igual a J e comprimento a, enquanto que o trecho BC possui

momento de inércia polar $2J$ e comprimento b. A barra AC é fabricada em um material de módulo de elasticidade transversal G e possui tensão de cisalhamento admissível $\bar{\tau}$. Admitindo que a única solicitação à barra AC que compõe a suspensão seja devida ao momento de torção causado pelo desnivelamento entre as rodas e assumindo válida a teoria de pequenas rotações vista nas aulas, pede-se:

a) Determinar a rigidez torcional da suspensão (k) em função dos parâmetros geométricos e das propriedades do material. (Dica: a rigidez torcional pode ser entendida como o momento torçor necessário para causar uma rotação unitária entre as extremidades da barra AC. Nota: Calcule a rotação unitária com base na teoria vista em sala de aula, isto é, assumindo pequenas rotações.)
Resposta: $k =$

b) Calcule a rotação relativa entre as seções A e C, ϕ_{AC}, para os valores numéricos dados abaixo. Para os mesmos valores numéricos e, igualando a máxima tensão de cisalhamento existente na barra AC à tensão de cisalhamento admissível, determinar a e b. Mostre que *a* e *b* independem do valor de J.
Dados: $d = 3cm$, $r = 1{,}2m$, $R = 6cm, L = 2m$, $\bar{\tau} = 100MPa, G = 81GPa$
Resposta: $\phi_{AC} =$ rad $a =$ m $b =$ m

Fig 1

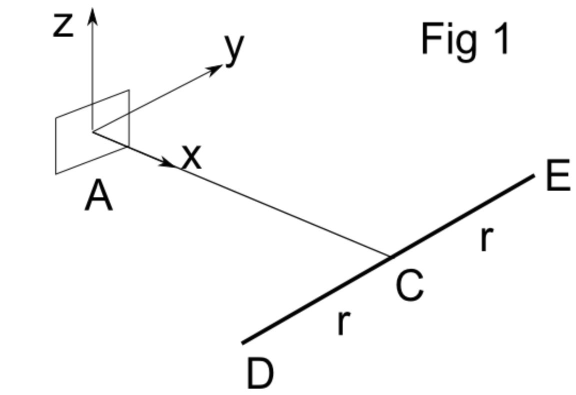
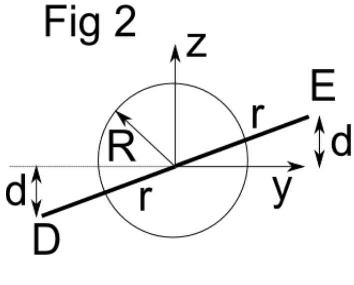


Fig 2



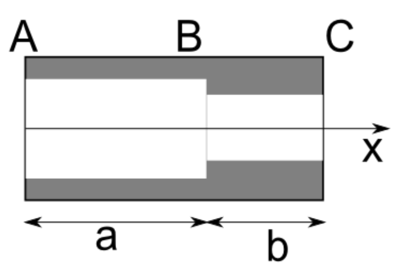
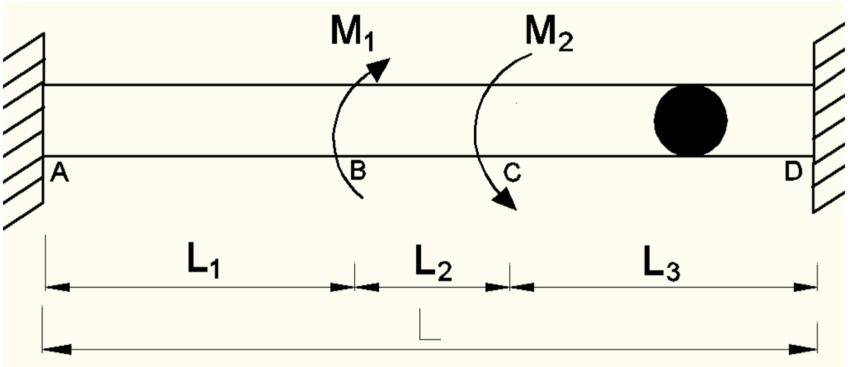


Fig 3

21. O eixo da figura a seguir é solicitado pelos momentos de torção M_1 e M_2. Determinar os momentos reativos M_A e M_D. Indique as respostas no espaço indicado.



Respostas: M_A = M_D =