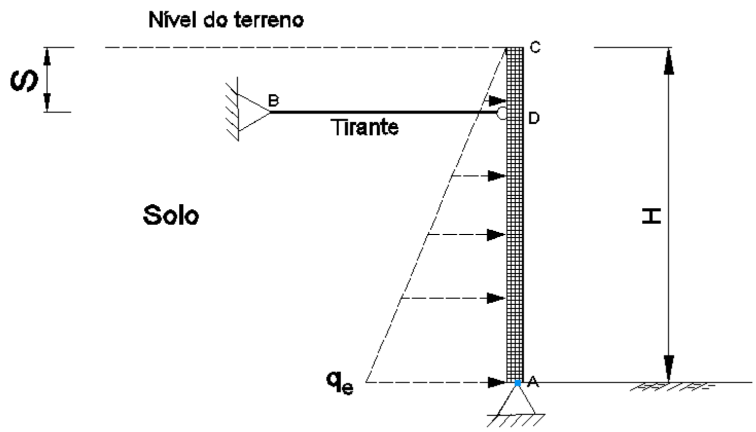
São Paulo, dezembro de 2015.

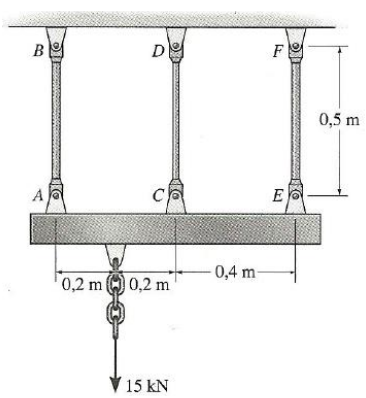
1. A barra rígida AC representa um muro de contenção de terra. Ela está apoiada em A e conectada ao tirante flexível BD em D. Esse tirante possui comprimento de 4 metros e módulo de elasticidade longitudinal igual a 200 GPa. O solo exerce uma carga no muro conforme indicado no desenho e seu valor máximo é dado pela relação $q_e = \gamma_{solo} \cdot H \cdot b \cdot k_0$, onde γ_{solo} é o peso específico do solo, H a altura do muro, b sua largura e k_0 o coeficiente de empuxo ativo.
   Determinar o mínimo valor do diâmetro do tirante, em mm, de modo que a inclinação máxima do muro seja de 1° (um grau). Para o problema, considere: γ_{solo} = 22 kN/m^3, H = 10 m, b = 1 m, k_0 = 0,5 e S = 1 m.



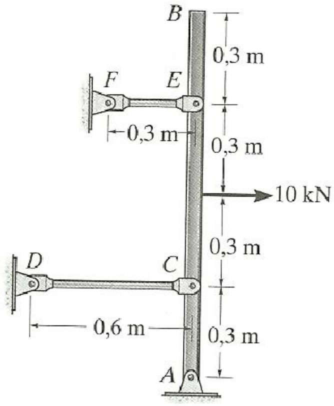
Resposta:

Área >25,94 mm^2 ; Diâmetro = 5,75 mm

2. Os três cabos de aço de mesmo material mostrados na figura são acopladas a um elemento *rígido* por pinos. Supondo que a carga aplicada ao elemento seja de 15 kN, determinar a força desenvolvida em cada cabo. Cada um dos cabos AB e EF tem área da seção transversal de 25 mm^2, e o cabo CD tem área da seção transversal de 15mm^2.

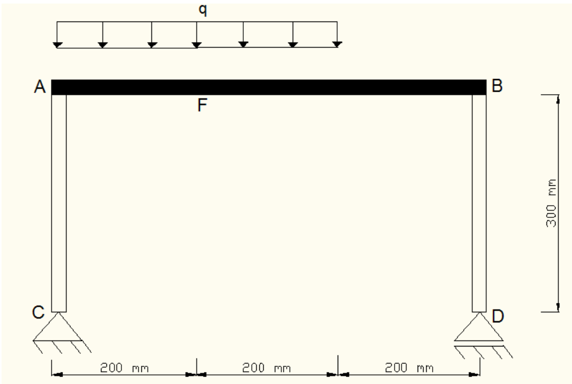


3. A barra rígida inicialmente vertical esta apoiada em A e as barras horizontais de alumínio de diâmetro de 5mm e módulo de elasticidade de 70 GPa estão apoiadas em D e F. Determine as reações para a força aplicada conforme indicado e o deslocamento horizontal de B.



Resposta: F_F = 6,32kN; F_D = 1,05kN; ΔL = 1,84mm

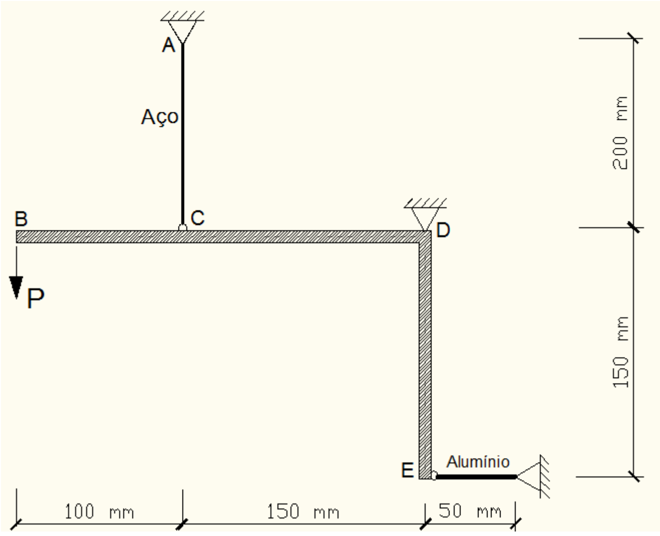
4. Uma viga rígida AB está apoiada nos dois postes curtos mostrados na figura a seguir. AC é feito de aço e tem diâmetro de 20 mm, e BD é feito de alumínio e tem diâmetro de 40 mm. Determine o deslocamento vertical do ponto F da viga rígida, localizado a 200 mm de A, para a carga distribuída atuante. Obtenha também o coeficiente de segurança da estrutura.
   Dados: q = 225 kN/m; $E_{aço}$ = 200 GPa; $E_{alumínio}$ = 70 GPa; $(\sigma_{adm})_{Aço} = 250\ MPa$;
   $(\sigma_{adm})_{Alumínio} = 414\ MPa$



Resolução:
$\delta_F =$ *0,45 mm; Coeficiente de segurança : s = 0,65*

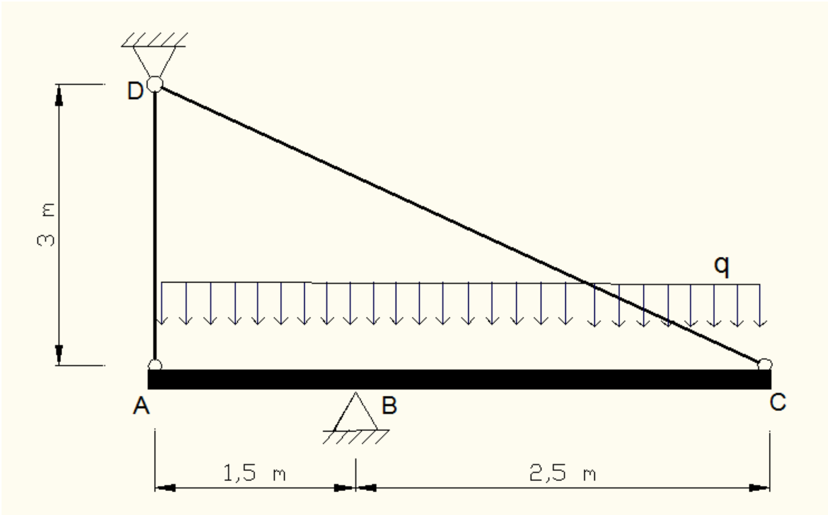
5. O elo rígido é suportado por um pino fixo em D, um arame de aço AC (com 200mm de comprimento sem deformação e área da seção transversal de 22,5mm^2), e por um pequeno bloco de alumínio (com 50mm de comprimento sem carga e área da seção transversal de 40mm^2). Supondo que o elo seja submetido à carga mostrada,

determinar sua rotação em torno do pino D. Dar a resposta em radianos. Dados: $E_{aço}$ = 200 GPa, E_{al} = 70 GPa, P = 707 N.



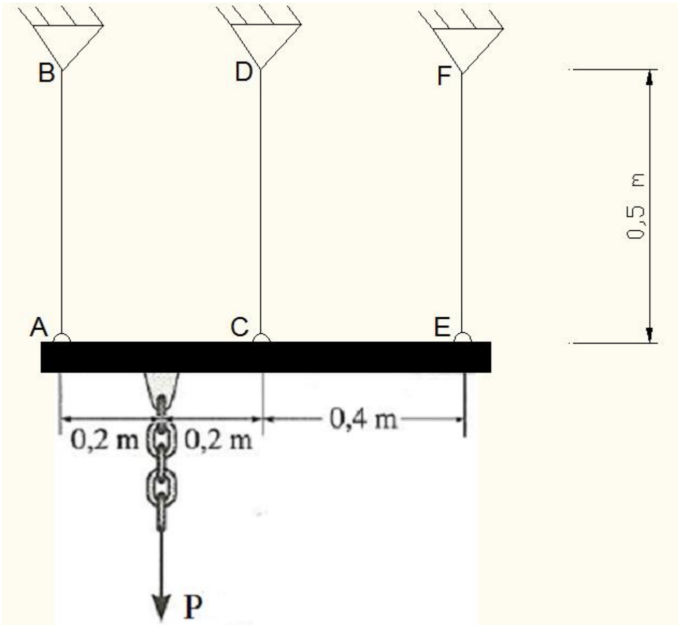
Resposta:
θ_D =

6. A barra AC é rígida e está apoiada em B e ligada pelas barras flexíveis AD e CD que são do mesmo material e com a mesma seção transversal. Determine a máxima carga distribuída (q_{max}) de modo que a barra rígida AC tenha, no máximo, uma rotação de 0,5°. Dado das barras flexíveis: EA = 1.10^4 kN.



7. Os três cabos de aço de mesmo material mostrados na figura são acoplados a um elemento *rígido* por pinos. Obtenha a força máxima P admissível de modo que nenhum dos três cabos tenha tensão superior à tensão admissível de $\overline{\sigma}$ = 350 MPa.

Em seguida, com esse valor de P calculado, obtenha o deslocamento vertical do ponto E (v_E).
Dados: Cabos AB e EF têm área da seção transversal de 25 mm^2, e CD tem área da seção transversal de 15mm^2.
E = 20 GPa. Não obstante, apresente clara e ordenadamente todos os cálculos efetuados para a resolução.
Dica: Com a aplicação da carga P, a barra rígida ACE desloca verticalmente para baixo e gira no sentido anti-horário. Obter uma equação de compatibilidade que relacione os deslocamentos verticais dos pontos A, C e E e, logo, as variações dos comprimentos dos cabos.

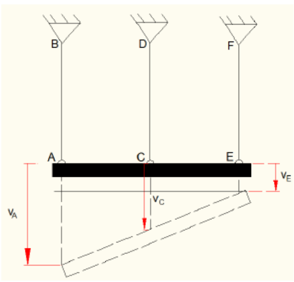


Resposta:

Por semelhança de triângulo:

$$\frac{v_A - v_E}{0{,}8} = \frac{v_C - v_E}{0{,}4} \rightarrow v_A + v_E = 2.v_C \qquad (1)$$

Onde v_A, v_C e v_E são as variações dos comprimentos dos cabos AB, CD e EF, respectivamente.



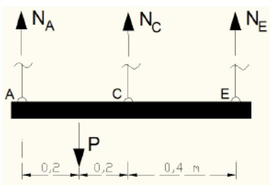
As equações de equilíbrio do problema ficam:

$$\sum F_y = 0 : N_A + N_C + N_E = P \qquad (2)$$

$$\sum M_E = 0 : 0{,}8.\ N_A + 0{,}4.N_C = 0{,}6.P \qquad (3)$$

As variações v_A, v_C e v_E sãorelacionadas com os esforços normais por:

$$v_A = \frac{N_A \cdot L_{AB}}{E \cdot A_{AB}};\ v_C = \frac{N_C \cdot L_{CD}}{E \cdot A_{CD}};\ v_E = \frac{N_E \cdot L_{EF}}{E \cdot A_{EF}} \ (4)$$



Substituindo as relações (4) em (1):

$N_A + N_E = (10/3)N_C$ (5)

Resolvendo simultaneamente (2),(3) e (5), obtem-se os esforços nos cabos:

$N_A = \frac{33}{52}P = 0{,}6346.P$	$N_C = \frac{3}{13}P = 0{,}2308.P$	$N_E = \frac{7}{52}P = 0{,}1346.P$

Análise de tensões nos cabos:

Maior tensão entre cabo AB e EF é o do cabo AB: $\sigma_A = \dfrac{N_A}{A_{AB}} = \dfrac{\frac{33}{52}P}{25.10^{-6}} \leq 350.10^3\,(kN/m^2) \rightarrow P \leq 13{,}79\ kN$

Cabo CD: $\sigma_C = \dfrac{N_C}{A_{CD}} = \dfrac{\frac{3}{13}P}{15.10^{-6}} \leq 350.10^3\,(kN/m^2) \rightarrow P \leq 22{,}75\ kN$

$\boxed{P_{adm} = 13{,}79\ kN}$ **(Prova A)**

$\boxed{P_{adm} = 17{,}73\ kN}$ **(Prova B, $\overline{\sigma}$ = 450 MPa)**

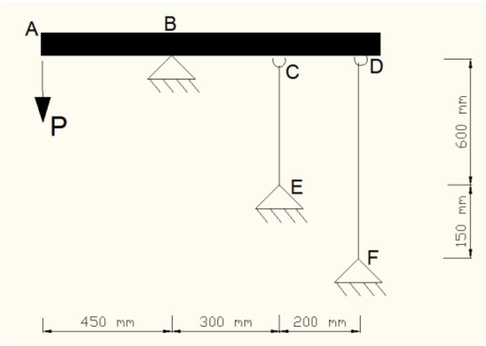
Deslocamento vertical do ponto E

$$v_E = \frac{N_E \cdot L_{EF}}{E \cdot A_{EF}} = \boxed{\frac{(0{,}1346.13{,}79)\cdot 0{,}5}{(20.10^6)\cdot 25.10^{-6}} = 1{,}86.10^{-3}\,m = 1{,}86\ mm} \quad \text{(Prova A)}$$

$$v_E = \frac{N_E \cdot L_{EF}}{E \cdot A_{EF}} = \boxed{\frac{(0{,}1346.17{,}73)\cdot 0{,}5}{(20.10^6)\cdot 25.10^{-6}} = 2{,}39.10^{-3}\,m = 2{,}39\ mm} \quad \text{(Prova B)}$$

8. As barras cilíndricas CE e DF têm, respectivamente, diâmetros de 10 mm e 15 mm e são de alumínio. Elas estão ligadas à barra rígida ABCD. Determine o máximo valor admissível de P para que o deslocamento vertical do ponto A não exceda 1,25 mm. Com esse valor obtido máximo de P, calcule o coeficiente de segurança da estrutura. Dados: E_{al} = 70 GPa; $\overline{\sigma}_{al} = 200\ \ MPa$

Resposta:

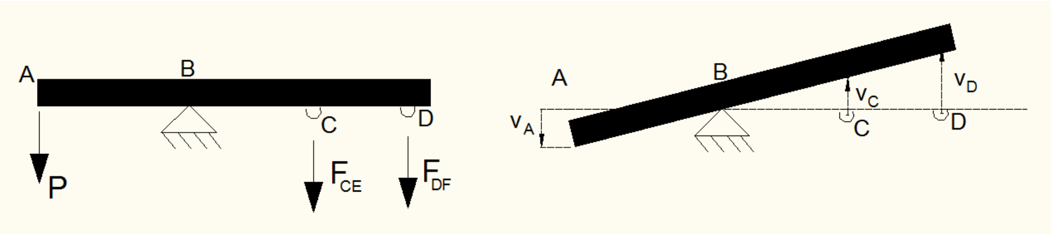


Por semelhança de triângulo:

$$\frac{v_A}{0{,}15} = \frac{v_C}{0{,}3} = \frac{v_D - v_C}{0{,}2} \rightarrow 1{,}6667.v_C = v_D \qquad (1)$$

A equação de equilíbrio do problema fica:

$\sum M_B = 0$: 0,45. P = 0,3 F_{CE} +0,5. F_{DF} (2)



Por semelhança de triângulo:

$$\frac{v_A}{0{,}15} = \frac{v_C}{0{,}3} = \frac{v_D - v_C}{0{,}2} \rightarrow 1{,}6667.v_C = v_D \qquad (1)$$

Onde v_A, v_C e v_E são as variações dos comprimentos dos cabos AB, CD e EF, respectivamente.

A equação de equilíbrio do problema fica:

$\sum M_B = 0$: 0,45. P = 0,3 F_{CE} +0,5. F_{DF} (2)

As variações v_C e v_D são relacionadas com os esforços normais por:

$$1{,}6667.\frac{F_{CE}\cdot 0{,}6}{E\cdot 0{,}25.\pi.0{,}01^2}=\frac{F_{DF}\cdot 0{,}75}{E\cdot 0{,}25.\pi.0{,}015^2}\rightarrow F_{CE}=0{,}3333.F_{DF} \quad (3)$$

Resolvendo simultaneamente (2) e (3), obtem-se os esforços nos cabos:

$\boxed{F_{CE}=0{,}25.P}$ $\boxed{F_{DF}=0{,}75.P}$

Verificando deslocamento em A máximo:

$$v_A=\frac{0{,}45}{0{,}3}v_C=\frac{0{,}15.0{,}25.P.0{,}6}{70E6.\pi.0{,}25.0{,}01^2}\le 1{,}25E-3\rightarrow P\le 30{,}54\ kN$$

(PROVA A)

$$v_A=\frac{0{,}45}{0{,}3}v_C=\frac{0{,}15.0{,}25.P.0{,}6}{70E6.\pi.0{,}25.0{,}01^2}\le 0{,}5E-3\rightarrow P\le 12{,}2\ kN$$

(PROVA B)

Obtendo coeficiente de segurança da estrutura:

$$s=\min(s_i)$$

$$\sigma_{CE}=\frac{30{,}5.0{,}25}{0{,}25.\pi.0{,}01^2}=97{,}08\ MPa\rightarrow s_1=200/97{,}08=2{,}06$$

$$\sigma_{DF}=\frac{30{,}5.0{,}75}{0{,}25.\pi.0{,}015^2}=129{,}4\ MPa\rightarrow s_1=200/129{,}4=1{,}54$$

$\boxed{s=1{,}54}$

(PROVA A)

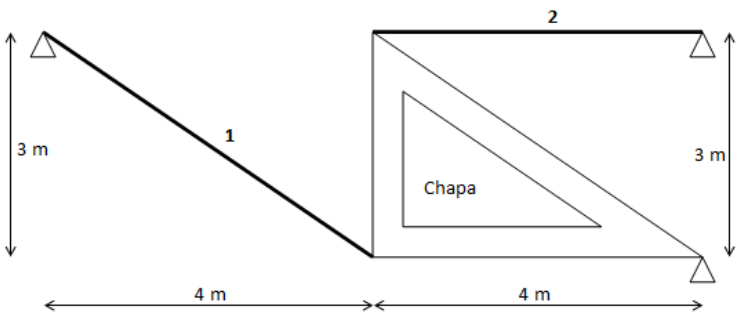
$$\sigma_{CE}=\frac{12{,}2.0{,}25}{0{,}25.\pi.0{,}01^2}=38{,}8\ MPa\rightarrow s_1=200/38{,}8=5{,}15$$

$$\sigma_{DF}=\frac{12{,}2.0{,}75}{0{,}25.\pi.0{,}015^2}=51{,}8\ MPa\rightarrow s_2=200/51{,}8=3{,}86$$

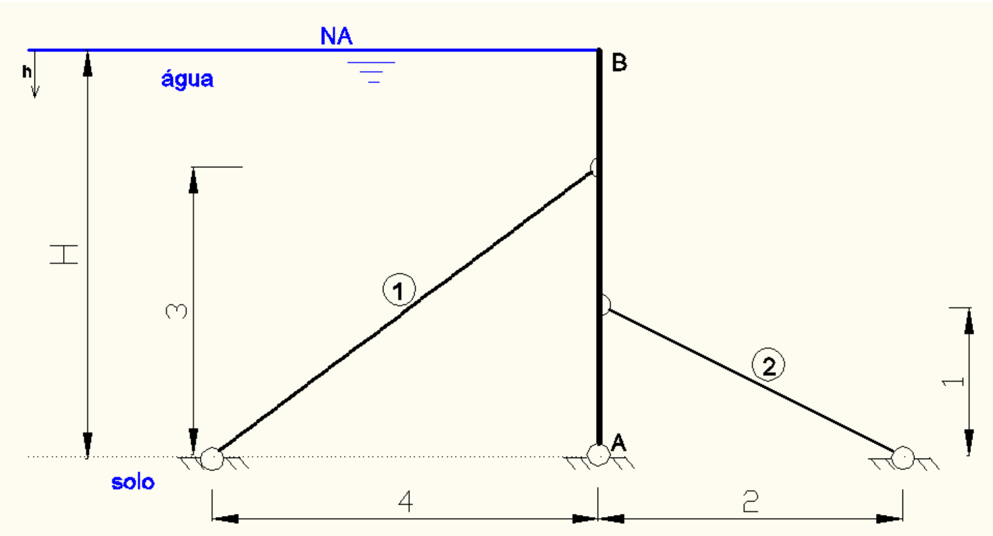
$\boxed{s=3{,}86}$

(PROVA B)

9. A chapa triangular da figura é rígida. As barras 1 e 2 são constituídas do mesmo material, para o qual são conhecidos: $E=10^3\ MPa$ (módulo de Young) e $\bar{\sigma}=40\ MPa$ (tensão normal admissível). Tais barras têm a mesma seção transversal, de área A. Pede-se o valor de A.



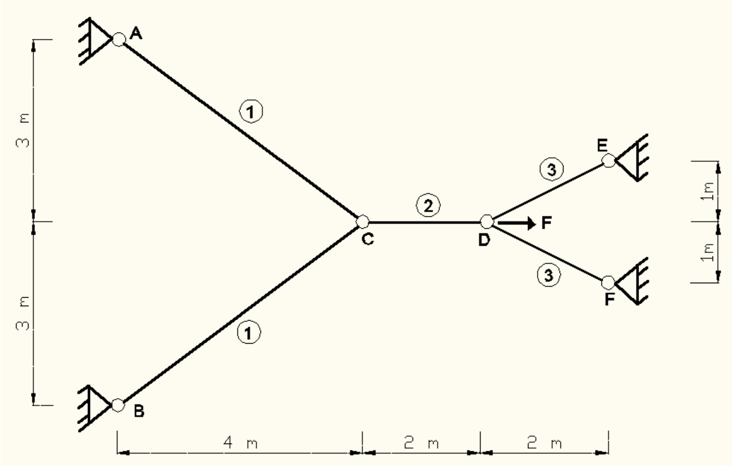
10. A barra rígida AB é a comporta de uma barragem de largura (L) unitária e altura H que está apoiada em seu fundo em A e recebe a carga hidrostática no lado indicado. As barras flexíveis 1 e 2 estão ligadas a comporta e são do mesmo material. Considere EA = 1.10^4 kN, as dimensões em metro e o peso específico da água (γ_{agua}) igual a 10 kN/m^3. Obtenha:
    Os esforços normais nas barras (1) e (2) em termos de H;
    Obtenha o maior valor de H para que o giro da comporta seja no máximo de 1° (um grau). Escreva as respostas no quadro indicado com sinal adequado.
    Dica: $q(h) = \gamma_{agua} * h * L$ (kN/m)



Resposta:

a) $N_1 = 0{,}53.H^3$	$N_2 = 0{,}44.H^3$	*(kN)*	*b)* $H = 5{,}41$	*(m)*

11. Para a treliça a seguir, obter os esforços normais das barras (1), (2) e (3)
    Dados: F = 100 kN; EA = 1.10^4 kN.
    Dica: A treliça é hiperestática, tem que aplicar processo de Williot nos pontos C e D. As barras (1) e (2) estão sendo tracionadas e a barra (3) está comprimida.
    Indicar as respostas no quadro indicado.

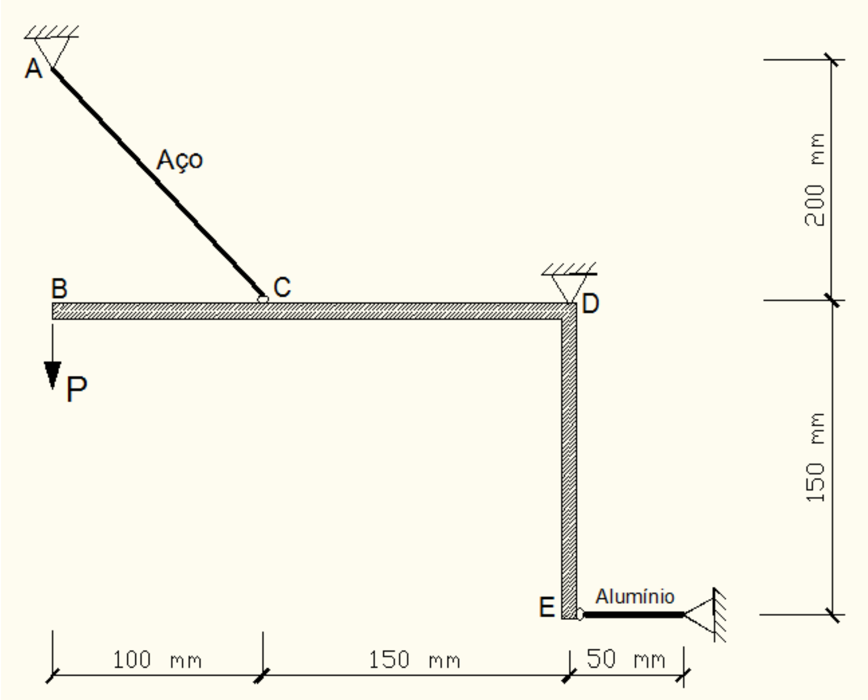


Resposta:

N_1 =	N_2 =	N_3 = (kN)

12. Considere *a barra BDE rígida* apoiada em D e que em C está preso um arame de aço e em E uma barra de alumínio, conforme desenho abaixo. Determine a força máxima P admissível, considerando as seguintes restrições:
    a) $(\sigma_{adm})_{aço}$ = 350 MPa (tração/compressão)
    b) $(\sigma_{adm})_{Alumínio}$ = 400 MPa (tração/compressão)
    c) rotação máxima admissível em torno de D seja de 2.10^{-3} rad.

    Dados: $A_{aço}$ = 22,5 mm^2; $A_{Alumínio}$ = 40,0 mm^2 (áreas das seções transversais); $E_{aço}$ = 200 GPa; $E_{Alumínio}$ = 70 GPa.



Resposta: P = 12,36 kN