### MODELAGEM DE TENSÕES EM PAVIMENTOS DE CONCRETO SUBMETIDOS A GRADIENTES TÉRMICOS E CARGAS RODOVIÁRIAS

#### Marcos Paulo Rodolfo José Tadeu Balbo

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Laboratório de Mecânica de Pavimentos

#### RESUMO

Apresentam-se neste trabalho os modelos numéricos, baseados no método dos elementos finitos, para o cálculo de tensões principais máximas em placas de concreto e bases cimentadas quando solicitadas por cargas rodoviárias e gradientes térmicos. A modelagem foi executada com o auxílio do programa computacional ILSL2, a compilação mais recente do código fonte ILLISLAB, que permite a combinação de efeitos de gradientes térmicos e cargas. Os valores dos gradientes térmicos foram obtidos a partir das medidas de temperatura encontradas no experimento do Laboratório de Mecânica de Pavimentos da Escola Politécnica da USP. A partir de análises dos modelos obtidos, foi observado que o efeito do gradiente térmico é significativo (acarreta um acréscimo nas tensões devido somente à ação das cargas rodoviárias de até 100%) e deve ser levado em consideração quando do projeto de um pavimento de concreto.

#### ABSTRACT

This study presents numerical models, based on the finite element method, to compute major principal stresses in concrete slabs and cemented bases when subjected to wheel loads and thermal gradients. The models were developed with ILSL2 program, the most recent version of ILLISLAB, that allows the combination of thermal gradient and load effects. The values of the thermal gradients were obtained by temperature in the test section being monitored at the University of Sao Paulo. It were observed that thermal gradient effect is high (increases load stresses in up to 100%), and they should be taken into account when a concrete pavement is to be designed.

### Introdução

Os métodos vigentes de dimensionamento de pavimentos de concreto consideram que as bases em geral são um elemento importante na uniformização da condição de suporte dos subleitos, além de diminuir o fenômeno de bombeamento de finos e controlar os efeitos expansivos de alguns tipos de solo. A consideração dessa camada nos métodos mais largamente utilizados (AASHTO e PCA) se dá pelo incremento do módulo de reação do subleito, criando um sistema de apoio formado pela união dessas duas camadas.

Devido a isso, pouca variação é notada nas tensões que ocorrem na placa, principalmente quando se utiliza bases cimentadas, que possuem características mecânicas melhores que as bases granulares, já que os métodos citados são poucos sensíveis a variações no módulo de reação do subleito.

Estudando as estruturas de pavimentos por meio de modelos baseados no método dos elementos finitos, observa-se que há uma redução significativa nas tensões que ocorrem na placa, já que a elevada rigidez da camada de base contribui para uma melhor distribuição dos esforços na estrutura do pavimento, sendo possível, portanto, projetar-se estruturas mais esbeltas.

Apesar dessa vantagem, a elevada rigidez da camada de base faz com que tal camada não se acomode ao empenamento sofrido pela camada de revestimento em concreto decorrente da ação de gradientes térmicos. Desse modo, podem ocorrer casos em que a placa deixa de estar plenamente em contado com a base, aumentando, e muito, as tensões geradas pela ação de cargas rodoviárias.

Com base nos dados de temperatura encontrados na pista experimental construída pelo Laboratório de Mecânica de Pavimentos da Escola Politécnica (LMP-EPUSP), foram modeladas numericamente as tensões de tração resultantes da ação de gradientes térmicos e cargas rodoviárias em placas de concreto e em bases cimentadas. Tais modelos ensejam uma análise mais apurada das tensões, permitindo que o projeto de pavimentos de concreto seja mais condizente com as condições tropicais do País.

# Os efeitos da temperatura nas placas de concreto

Westergaard (1927) relata que os efeitos da temperatura nas placas de concreto estão relacionados a mudanças no volume da placa. Huang (1993) explica que durante o dia, quando a temperatura no topo da placa é maior que a temperatura no fundo, o topo da placa tende a se expandir em relação à linha neutra, enquanto o fundo tende a se contrair (Figura 1a). Tais expansões e contrações são impedidas pela ação do peso próprio, gerando, assim, tensões de compressão no topo e de tração no fundo da placa (Figura 1b).



Figura 1: Comportamento da placa quando da ação de gradientes térmicos

## Modelagem Analítica de Tensões Devidas a Gradientes Térmicos

Westergaard (1927) foi o pioneiro na modelagem analítica, por meio da teoria da elasticidade, das tensões que ocorrem em uma placa de concreto decorrentes de gradientes térmicos ao longo de sua altura. Em seu estudo, uma única placa de concreto foi tratada como um sólido homogêneo e elástico, apoiada diretamente no subleito, considerado como um líquido denso, de acordo com modelo proposto por Winkler.

Westergaard (1927) considerou variação linear do gradiente térmico ao longo da espessura da placa, sendo nulo ao longo da linha neutra. Tal gradiente térmico era também constante em toda a placa. Outra consideração feita por Westergaard (1927) foi que a placa de concreto sempre estava apoiada na fundação (contato pleno). Tais tensões deveriam ser

somadas às tensões geradas pelas ações das cargas de roda.

Sua solução para tensões no centro de uma placa infinita (Figura 2a) nas duas direções foi:

$$\sigma_0 = \frac{\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{DT}}{2(1-\upsilon)} \tag{1}$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão em ambas as direções; E é o módulo de deformação do concreto;  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica do concreto; v é o coeficiente de Poisson e DT é o gradiente térmico.



Figura 2: Análises realizadas por Westergaard (1927)

As soluções para as tensões no bordo de uma placa infinita na direção X (Figura 2b) são:

$$\sigma_{y} = \frac{E \cdot \alpha \cdot DT}{2(1-\upsilon)} \cdot \left[ 1 - \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{y}{\lambda\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{-\frac{y}{\lambda\sqrt{2}}} \right]$$
(2)

$$\sigma_{x} = \frac{E \cdot \alpha \cdot DT}{2} + \upsilon \sigma_{y} = \sigma_{0} + \upsilon (\sigma_{y} - \sigma_{0})$$
(3)

sendo que y é a distância da borda. O raio de rigidez relativo ( $\lambda$ ) é calculado por

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{h}^{3}}{12 \cdot (1 - \upsilon^{2}) \cdot \mathbf{k}}}$$
(4)

onde h é a espessura da placa e k é o módulo de reação do subleito.

Analisando uma longa fatia de largura b na direção Y e infinita na direção X (Figura 2c), Westergaard encontrou a seguinte solução para as tensões na direção Y:

$$\sigma_{y} = \frac{E \cdot \alpha \cdot DT}{2(1-\upsilon)} \cdot \{1 - \frac{2 \cdot \cos \lambda \cdot \cosh \lambda}{\sin 2\lambda + \sinh 2\lambda} [(\tan \lambda + \tanh \lambda) \cos \frac{y}{\lambda\sqrt{2}} \cdot \cosh \frac{y}{\lambda\sqrt{2}} + (\tan \lambda - \tanh \lambda) \sin \frac{y}{\sqrt{2}} \cdot \sinh \frac{y}{\sqrt{2}}]\}$$
(5)

$$+ (\tan \lambda - \tanh \lambda) \operatorname{sen} \frac{y}{\lambda\sqrt{2}} \cdot \operatorname{senh} \frac{y}{\lambda\sqrt{2}}]$$
$$\lambda = \frac{\mathbf{b}}{\lambda\sqrt{8}}$$
(6)

em que:

A tensão na direção X nesse caso é definida do modo apresentado na Equação 3.

Por último, Westergaard (1927) analisou uma placa finita (Figura 2d), de dimensões B na direção X e b na direção Y. A função deslocamento vertical z foi definida como, assumindo coeficiente de Poisson nulo:

$$z = f(y) + F(x)$$
(7)

sendo f(y) a função análoga à Equação 5, assumindo  $B = \infty e$ 

F (x) a função análoga à Equação 5, substituindo y por x, b por B e assumindo  $b = \infty$ .

Desse modo, as tensões  $\sigma_y$  podem ser encontradas como se B fosse infinito e as tensões  $\sigma_x$  como se b fosse infinito.

No final da década de 30, Bradbury (1938) reescreveu a solução de Westergaard (1927) para uma placa finita, apresentando a sua solução:

$$\sigma_{i} = \frac{E \cdot \alpha \cdot DT}{2} \left( \frac{C_{i} + \upsilon \cdot C_{j}}{1 - \upsilon^{2}} \right)$$
(8)

onde i é a direção desejada (X ou Y); j é a outra direção (Y no caso de tensões em X ou X no caso de tensões em Y) e C<sub>i</sub> e C<sub>j</sub> são os coeficientes obtidos a partir da Figura 3, em função das dimensões da placa em X ou em Y (Lx ou Ly, respectivamente) e de  $\lambda$ , definido segundo a equação 4.



Figura 3: Valores do coeficiente de tensão C (fonte: Bradbury, 1938)

Modelagem Numérica de Tensões Devidas a Gradientes Térmicos e Cargas Rodoviárias A modelagem numérica de tensões vem da resolução das equações diferenciais analíticas por algum método numérico computacional, sendo que hoje em dia é muito utilizado o método dos elementos finitos (MEF). Em sua grande maioria, os modelos numéricos são programas de computador que permitem o usuário entrar com sua própria estrutura de pavimento, enquanto os modelos estatísticos desenvolvidos a partir dos modelos numéricos são um pouco mais restritos às hipóteses dos autores.

Houben (1994) utilizando o programa KOLA, calculou a tensão no centro da borda longitudinal em 216 estruturas de pavimentos, solicitados tanto por uma carga de roda

posicionada na borda quanto por gradientes térmicos. Foi observado, da análise numérica, que quando a placa está sujeita a gradientes térmicos negativos abaixo de -0,03 °C/mm sempre ocorre perda de suporte ao longo da borda da placa de concreto. Quando o gradiente térmico é pequeno, da ordem de –0,01 °C/mm a 0,01 °C/mm, a placa está plenamente apoiada. Observou-se ainda que gradientes térmicos positivos elevados (acima de 0,03 °C/mm) levam à perda de suporte na área central da placa de concreto. Tal variação da localização e magnitude da perda de suporte faz com que as tensões decorrentes do gradiente térmico não sejam proporcionais aos mesmos.

Da análise dos efeitos de carga e gradientes térmicos, Houben (1994) concluiu que as tensões obtidas por superposição de efeitos são menores que aquelas calculadas quando se solicita a estrutura com ambas ações ao mesmo tempo.

Nishizawa e Fukuda (1994) também modelaram tensões com base no MEF, posteriormente criando um modelo estatístico, de fácil utilização no meio profissional. Da análise de 192 casos, chegou-se à seguinte equação:

$$\sigma_{t} = \frac{1}{2} \frac{DT^{0.65} B^{3} \sqrt{k}}{h^{2}}$$
(9)

onde  $\sigma_t$  é a tensão máxima no meio do bordo (kgf/cm<sup>2</sup>) e B é a dimensão da placa (m), DT o gradiente térmico (°C), k o módulo de reação do sistema de apoio (kgf/cm<sup>3</sup>)e h a espessura da placa (cm).

loannides e Khazanovich (1998) estudaram as tensões de flexão numa placa como a soma de uma parcela devida à carga aplicada, uma parcela devida a um gradiente térmico linear e uma outra devida a um gradiente térmico não-linear, como parte da distribuição da temperatura, utilizando o algoritmo implementado no programa ILSL2, desenvolvido com base no método dos elementos finitos. As tensões obtidas utilizando o gradiente térmico não linear podem ser significativamente maiores que aquelas obtidas utilizando gradientes térmicos lineares.

Wu e Tia (1989) desenvolveram um método de dimensionamento de pavimentos de concreto que explicitamente leva em consideração os gradientes térmicos na placa de concreto. Tal método, de abordagem mecanicista, é constituído por uma base de dados gerada a partir do programa de elementos finitos FEACONS IV (Tia *et al.*, 1989) e considera os seguintes fatores: comprimento e espessura das placas de concreto, módulo de deformação e resistência do concreto, rigidez do sistema de apoio, distribuição horária do tráfego e gradiente térmico na placa. Tal método encontra-se no programa de computador MEDCOMP. Wu e Tia (1989) concluem, com base no uso do MEDCOMP, que as espessuras de placas dimensionadas pelo método da AASHTO (1986) são subdimensionadas quando o gradiente térmico é presente.

## A questão da base cimentada

As tensões em uma placa de concreto devidas ao empenamento aumentam conforme aumenta a rigidez do sistema de apoio. Segundo Yoder e Witczak (1975), sua baixa deformabilidade faz com que o sistema de apoio não se acomode aos deslocamentos sofridos pela placa de revestimento, não assumindo assim o contorno da placa, gerando zonas onde não há contato pleno entre a placa e o sistema de apoio.

Balbo (1996) comparou os resultados de tensões obtidas pelos modelos de Westergaard (1927) e de Nishizawa e Fukuda (1994) para três casos de sistemas de apoio (k = 27,5 MPa/m, k = 64,7 MPa/m e k = 98,1 MPa/m) e três casos de gradientes térmicos lineares (DT

= 4,4 °C, DT = 8,7 °C e DT = 13,1 °C). Em tal estudo observou Balbo (1996) que as tensões chegam a valores extremos de até 2,22 MPa na placa de concreto, valor muito próximo a 50% da resistência à tração na flexão do concreto utilizado na pavimentação convencional. O autor conclui que os gradientes térmicos são fatores limitantes no projeto de pavimentos de concreto, devendo ser levados em conta no dimensionamento dos pavimentos, principalmente quando a base for cimentada.

## A geração dos modelos numéricos

## **O Programa ILSL2**

O ILSL2 é a última versão do programa ILLI-SLAB desenvolvido na Universidade de Illinois no final da década de 70 e modificado ao longo dos anos seguintes; é baseado na teoria das placas medianamente espessas apoiadas sobre uma fundação de Winkler. O programa permite a análise de placas aderidas ou não à base (que pode ser considerada como uma camada isolada ou um líquido denso), o uso de barras de transferência e intertravamento entre os agregados como elementos de transferência de carga; porém, em sua versão original de 1978, não permitia a análise de gradientes térmicos.

Vários pesquisadores contribuíram para a melhoria do programa, entre eles Korovesis, que em 1990 incorporou ao programa rotinas que permitiam a análise pavimentos de concreto com uma ou duas camadas sujeitos a gradientes térmicos e ainda Khazanovich, em 1994, que alterou drasticamente o código fonte incluindo a análise de distribuição não-linear de temperatura ao longo da placa, perda de suporte, múltiplas camadas e transferência de carga, sendo essa a versão chamada de ILSL2 (Ioannides, 1998).

## **O Projeto Fatorial**

Buscou-se nesse trabalho avaliar os efeitos conjuntos dos gradientes térmicos encontrados em placas de concreto em clima tropical típico e cargas rodoviárias, representadas por um eixo simples de rodas duplas de 80 kN. O projeto fatorial estudado é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Projeto fatorial para modelagem							
Parâmetro	Valores						
Comprimento de placa – L (m)	4,0; 5,5 e 7,5						
Espessura de placa – e1 (m)	0,15; 0,16; 0,17; 0,18; 0,19; 0,20; 0,21; 0,22; 0,23; 0,24; 0,25						
Espessura de base – e2 (m)	0,10; 0,15; 0,20						
Carga de ESRD – Q (kN)	80						
Módulo de deformação do concreto – E1 (GPa)	30						
Módulo de deformação da base – E2 (GPa)	10; 15; 20; 25						
Módulo de reação do subleito – k (MPa/m)	30; 80; 130						
Gradiente térmico – DT (°C)	0; 5; 10; 15						

O valor extremo superior do gradiente térmico foi obtido a partir do tratamento dos dados de temperatura encontrados na pista experimental do LMP-EPUSP (Balbo, 1999), conforme ilustra a Figura 4.



Figura 4: Gradiente térmico numa placa de concreto de 0,25 m de espessura em dias típicos de verão (fonte: Balbo, 1999)

### A Modelagem Numérica

O eixo simples de rodas duplas (ESRD) de 80 kN foi posicionado no meio da placa, com uma de suas rodas tangenciando a borda longitudinal da placa. Essa posição é considerada crítica em trabalhos como os de Huang e Wang (1973), Tia *et al.* (1989) e ainda no método da PCA (1984). A pressão nos pneus adotada foi de 640 kPa (90 psi). A área de contato entre pneu e placa era similar àquela definida por uma falsa elipse (Huang, 1993; PCA, 1984), sendo modelada como um retângulo com relação entre comprimento e largura de 1,33:1 (Figura 5). A carga mecânica foi aplicada simultaneamente ao gradientes térmico definido na Tabela 1.



Figura 5: Comparação entre uma falsa elipse e os elementos carregados

Uma vez que a posição da carga define um eixo de simetria (o eixo Y), foi modelado metade da placa carregada e sua placa adjacente. A malha que descreve os elementos bem como o contorno das tensões principais maiores no fundo da placa carregada são apresentados na Figura 6. A simulação apresentada refere-se à estrutura com 0,15 m e 0,10 m de espessura de placa e base, respectivamente, módulo de deformação da base de 10 GPa, módulo de reação do subleito de 30 MPa/m, 15 °C de gradiente térmico entre o topo e o fundo da placa e placa de 5,50 m de comprimento.



## resultados obtidos

Após 2592 simulações, foram obtidas as tensões principais maiores no fundo da placa de concreto e no fundo da base cimentada. O comportamento das tensões principais maiores no fundo da placa em função de cada um dos parâmetros envolvidos é apresentado na Figura 7, que dizem respeito às simulações da seguinte estrutura: e1 = 0,15 m; e2 = 0,10 m; E2 = 10 GPa; k = 30 MPa/m e L = 5,50 m, exceto onde indicado o contrário. Pode-se observar da Figura 7 que:

- As tensões em função da espessura da placa e do módulo de reação do subleito variam segundo uma curva logarítmica, diminuindo sua magnitude com o aumento do valor da variável de controle;
- As tensões variam linearmente em função do gradiente térmico e da espessura e módulo de deformação da base. Ocorre o aumento do valor da tensão com o aumento do gradiente térmico, enquanto as tensões diminuem com o aumento da espessura ou do módulo de deformação da base;
- O aumento do comprimento das placas pouco influencia os resultados das tensões.



Figura 7: Tensões na placa em função dos diversos parâmetros envolvidos na modelagem

# Modelagem estatística das tensões

Buscou-se uma equação para as tensões de modo que esta fosse o resultado da soma de várias outras funções independentes entre si. Da análise da Figura 7 do item anterior chegou-se à seguinte estrutura para tais equações:

onde f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, f<sub>3</sub>, f<sub>4</sub> e f<sub>5</sub> são os coeficientes de regressão para cada uma das variáveis.

A mesma forma foi utilizada nas regressões múltiplas que geraram os modelos de tensão na base cimentada. A Tabela 2 apresenta os modelos de tensão para a placa e para a base.

Tabela 2: Coeficientes de regressão dos modelos estatísticos para placa e base									
Camada	Camada Comprimento								Erro
	da placa (m)	I	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	f <sub>5</sub>	$R^2$	padrão
									(MPa)
	4	-0,3026	-5,5464	-5,8343	-1,733E-05	-0,3474	0,1318	0,9455	0,2139
Placa	5,5	0,6772	-4,5672	-6,0394	-1,790E-05	-0,4942	0,1570	0,9684	0,1787
	7,5	1,3274	-4,0412	-5,8717	-1,720E-05	-0,6721	0,1593	0,9742	0,1617
Base	4	-2,2327	-3,6725	1,4408	2,842E-05	-0,1590	-0,0184	0,9196	0,1017
	5,5	-2,0623	-3,4060	1,8136	3,210E-05	-0,2199	-0,0080	0,9360	0,0865
	7,5	-1,8040	-3,2026	1,9252	3,257E-05	-0,2977	-0,0074	0,9387	0,0832

As diversas variáveis devem estar nas seguintes unidades do sistema internacional: e1 e e2 em [m], E2 em [MPa], k em [MPa/m] e DT em [°C].

A validade dos modelos estatísticos apresentados é garantida pela análise dos elevados coeficientes de determinação encontrados e dos baixos erros padrão resultantes, exceção feita à necessidade de calibração dos modelos com medidas de deformação em pista.

# estudo de caso

A aplicação dos modelos descritos permitem uma análise de resultados de dimensionamento pelo método da PCA (1984). Tomada uma via hipotética que tenha  $10^6$  repetições de um eixo padrão (80 kN) como horizonte de projeto (Np), foi assumido que o subleito é de baixa capacidade de suporte (k = 30 MPa/m) e a base, a ser construída em concreto compactado com rolo (E2 = 20 GPa), terá 0,10 m de espessura. A estrutura de apoio (base + subleito) possui k = 100 MPa/m. O pavimento será composto por placas de 5,50 m de comprimento. O concreto de cimento Portland tem resistência característica à tração na flexão (fctM) de 5 MPa.

Dimensionando tal pavimento pelo método da PCA (1984), tem-se que a espessura da placa de concreto que suportaria tal período é de 0,16 m (Tabela 3).

Np	Q (kN)	e1 (m)	σ equivalente (MPa)	RT	Nadm	
1,00E+06	80	0,16	2,093	0,419	$\infty$	

Uma análise mecanicista da estrutura, feita com o uso da equação (10) e apresentada na Tabela 4, mostra que um pequeno ajuste na espessura da placa seria necessário (aumento para 0,175 m) para que o tráfego previsto fosse suportado.

labela 4: Dimensionamento do pavimento pelo metodo da PCA (1984)								
Np	Q (kN)	e1 (m)	σ (MPa)	RT	Nadm	Consumo à fadiga (%)		
1,00E+06	80	0,16	2,620	0,524	2,82E+05	229		
1,00E+06	80	0,175	2,442	0,488	1,40E+06	71		

Foi assumindo que a distribuição dos gradientes térmicos do dia 07/12/1999 é típica da região onde seria construído o pavimentos e levou-se em consideração tais gradientes térmicos (bem como o período de tempo ao longo do dia em que a placa está sujeita a seus efeitos e o número de eixos padrão que solicitam cada período - Np ajustado). Analisando a estrutura com sua espessura ajustada, observa-se que a mesma está muito aquém da necessária (Tabela 5 – colunas 3 a 6), uma vez que o consumo da resistência à fadiga se dá por completo quando o gradiente térmico é de 4 ºC.

	PCA (1984) ajustado (e1 = 0,175 m)					e1 = 0,20 m ; e2 = 0,20 m ; fctM = 5,5 MPa				
DT (°C)	Horas por dia com DT	Np ajustado	σ (MPa)	RT	Nadm	Consumo à fadiga (%)	σ (MPa)	RT	Nadm	Consumo à fadiga (%)
0	15,5	6,46E+05	2,442	0,488	1,40E+06	46	1,574	0,286	~	0
1	0,75	3,13E+04	2,599	0,520	3,28E+05	10	1,731	0,315	$\infty$	0
2	1,25	5,21E+04	2,756	0,551	1,20E+05	43	1,888	0,343	$\infty$	0
4	1,75	7,29E+04	3,070	0,614	2,09E+04	349	2,202	0,400	$\infty$	0
6	1,5	6,25E+04	3,384	0,677	3,64E+03	1715	2,516	0,457	1,98E+07	0
8	2	8,33E+04	3,698	0,740	6,36E+02	13110	2,830	0,514	4,04E+05	21
10	1,25	5,21E+04	4,012	0,802	1,11E+02	46981	3,144	0,572	6,82E+04	76
	Σ	1,00E+06			Σ	62253			Σ	97

 Tabela 5: Análise mecanicista da estrutura

O dimensionamento da estrutura, levando em conta o gradiente térmico, resultou em 0,20 m de placa de concreto e 0,20 m de base, sendo ainda necessário o aumento do fctM de 5,0 MPa para 5,5 MPa. A Tabela 5, em suas 4 últimas colunas, apresenta tal análise. Observase que os gradientes térmicos de 8 °C e 10 °C são os únicos casos que influenciam no ajuste (consumo à fadiga). A magnitude das tensões quando o gradiente ultrapassa os 4 °C passa a ser bastante significativa (acima de 2 MPa). Isso implicou no aumento da resistência do concreto, de modo a que a estrutura suportasse o tráfego previsto neste projeto hipotético.

# conclusões

Apesar de não ser considerado em nenhum método de projeto adotado no País, os gradientes térmicos têm grande influência no cômputo das tensões em pavimentos de concreto. A ação dos gradientes pode fazer as tensões atingirem magnitudes duas vezes maiores que aquelas encontradas quando da ação isolada de cargas rodoviárias.

Ao longo do artigo buscou-se apresentar os passos seguidos para a modelagem numérica e estatística, bem como apresentou-se uma breve explanação sobre o programa de elementos finitos utilizado. Os modelos apresentados se mostram consistentes e com bons coeficientes de determinação, além de serem de fácil utilização. Estudos futuros na pista experimental do LMP-EPUSP, incluindo provas de carga, permitirão a calibração desses modelos numéricos com resultados de campo.

O estudo de caso apresentado mostra como o uso da mecânica de pavimentos permite melhor balizar um projeto, além de exemplificar o uso dos modelos. Os valores de tensões encontrados no estudo atentam o leitor para a séria questão dos gradientes térmicos em pavimentos de concreto.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – pela bolsa de mestrado concedida ao autor principal e pelo auxílio individual à pesquisa concedido ao co-autor.

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- AASHTO (1986) American Association of State Highway and Transportation Officials. *Guide for Design of Pavement Structures*. AASHTO, Washington, D.C.
- Balbo, J. T. (1996) Practical Considerations for Concrete Pavement Design Based on Numerical Model. In: Congreso Interamericano de Pavimentos Rígidos, 1. Proceedings, Vol. 3. FICEM, Buenos Aires. pp. 1 – 15.
- Balbo, J. T. (1999) Estudo de Gradientes Térmicos em Placas de Concreto de Cimento Portland para Pavimentação. Relatório Científico Parcial. Auxílio Individual à Pesquisa Processo No. 98/11629-5. FAPESP, São Paulo.
- Bradbury, R. D. (1938) Reinforced Concrete Pavement. Wire Reinforced Institute, Washington, D.C.
- Houben, L. J. M. (1994) Finite–Elements Analysis of Plain Concrete Pavements Subjected to Temperature Gradients and Traffic Loadings. In: International Workshop on the Design and Evaluation of Concrete Pavements, 3. *Proceedings*. CROW, Krumbach. pp. 141 - 173.
- Huang, Y. H. (1993). Pavement Analysis and Design. Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Huang. Y. H.; Wang, S. T. (1973) Finite-Element Analysis of Concrete Slabs and its Implications for Rigid Pavement Design. *Highway Research Record* 466. Highway Research Board, Washington, D.C. pp. 55 – 69.
- Ioannides, A. M. (1998) Curling Analysis: Change and Continuity. In: International Workshop on the designtheories and their verification of concrete slabs pavements and railroads, 4. *Proceedings*. CROW, Buçaco.
- Ioannides, A. M.; Khazanovich, L. (1998) Nonlinear Temperature Effects on Multilayered Concrete Pavements. *Journal of Transportation Engineer*, Vol. 124, No. 02. American Society Civil Engineers, New York, pp. 128 – 136.
- Nishizawa, T.; Fukuda, T. (1994) Warping Stress Equation of Transverse Joint Edge of Concrete Pavement Slab Based on FEM Analysis. In: International Workshop on the Design and Evaluation of Concrete Pavements, 3. *Proceedings*. CROW, Krumbach. pp. 175 - 186.
- PCA (1984) Portland Cement Association. *Thickness Design of Concrete Pavements for Streets and Highways*. PCA, Skokie.
- Tia, M.; Wu, C.-L.; Ruth, B. E.; Bloomquist, D.; Choubane, B. (1989) Field Evaluation of Rigid Pavements for the Development of a Rigid Pavement Design System – PHASE IV. Final Report. Department of Civil Engineering. College of Engineering. University of Florida, Gainesville.
- Westergaard, H. M. (1927) Analysis of Stresses in Concrete Pavements due to Variations of Temperature. *Proceedings*. Vol. 6. Highway Research Board, Washington, D.C. pp. 201 – 215.
- Wu, C.-L.; Tia, M. (1989) Development of a Rational Thickness Design Method for Rigid Pavements. *Transportation Research Record 1227*. Transportation Research Board, Washington, D.C. pp. 205 - 218.
- Yoder, N. C.; Witzack, M. W. (1975) Principles of Pavement Design. 2 ed., John Wiley and Sons, New York.

#### Laboratório de Mecânica de Pavimentos

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Transportes Av. Prof. Almeida Prado, travessa 2, no. 83 Cidade Universitária – São Paulo CEP 05508-900 Fone: +55 – 11 – 3818-5306 Fax: +55 – 11 – 3818-5716 http://www.lmp.ptr.usp.br/ e-mail: mrodolfo@usp.br jotbalbo@usp.br